考试说明：本课程为闭卷考试，共 2 页，可携带考场规定的必需用品。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题(共 7 题，每题 3 分，共 21 分)

1. 计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}-1}=$________.

2. 函数 $y=x^x\ (x>0)$ 的微分 $dy=$________________.

3. 设 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$，则在 $(1,5)$ 内 $f''(x)=0$ 有______个实根.

4. 曲线 $y=\sin x$ 在点 $(\dfrac{\pi}{2},1)$ 处的曲率是__________.

5. 函数 $f(x)=e^x$ 带有皮埃诺型余项的 n 阶麦克劳林公式是________________.

6. 设函数 $f(x)=\int_0^{x^2} e^t dt$，则 $f'(x)=$__________.

7. 与两直线 $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 及 $\begin{cases}x=1\\ y=-1+t\\ z=2+t\end{cases}$ 都平行，且过原点的平面方程是________________.

二、选择题(共 5 题，每题 4 分，共 20 分)

1. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & -1\le x<0\\ x, & 0\le x<1\\ 2-x, & 1\le x\le 2\end{cases}$，则结论正确的是（　　）

A. 在 $x=0$，$x=1$ 处间断；　　B. 在 $x=0$，$x=1$ 处连续；

C. 在 $x=0$ 处间断，在 $x=1$ 处连续；　　D. 在 $x=0$ 处连续，在 $x=1$ 处间断.

2. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某个邻域内有定义，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个充分条件是（　　）

A. $\lim\limits_{h\to+\infty} h[f(a+\dfrac{1}{h})-f(a)]$ 存在；　　B. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$ 存在；

C. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a-h)}{h}$ 存在；　D. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a)-f(a-h)}{h}$ 存在.

3. 设函数 $y=f(x)$ 单调且有二阶导数，$x=g(y)$ 是它的反函数，$f(1)=2$，$f'(1)=2$，

$f''(1)=1$，则 $g''(2)=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{8}$；　B. $-\dfrac{1}{4}$；　C. 1；　D. $\dfrac{1}{2}$.

4. 设函数 $f(x)$ 满足关系式 $f''(x)+[f'(x)]^2=x$，且 $f'(0)=0$，则（　　）

A. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值；　B. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值；

C. $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

D. $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(0, f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点 .

5. 曲线 $y=\sin^{\frac{3}{2}}x$ $(0\le x\le\pi)$ 与 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积为（　　）

A. $\dfrac{4}{3}$；　B. $\dfrac{4}{3}\pi$；　C. $\dfrac{2}{3}\pi^2$；　D. $\dfrac{2}{3}\pi$.

三、计算题(共 6 题，每题 8 分，共 48 分)

1. 已知由 $x^2-xy+y^2=1$（$y\ge 0$）确定了函数 $y=y(x)$，求 $y'|_{x=0}$.

2. 求曲线 $y=x\ln(e+\dfrac{1}{x})$ 的渐近线方程.

3. 计算广义积分 $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\sin 2x, & x\le 0\\ \ln(x+1), & x>0\end{cases}$，求 $f(x)$ 的一个原函数 $F(x)$.

5. 求曲线 $\rho=\theta^2$ 从 $\theta=0$ 到 $\theta=\pi$ 这段的弧长.

6. 求曲线 $y^2=4x$ 在点 $(1,2)$ 处的法线与该曲线所围成的平面图形的面积.

四、证明题(共 2 题，其中第一题 5 分，第二题 6 分，共 11 分)

1. 证明：$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，$\sin x>\dfrac{2}{\pi}x$.

2. 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上有连续的导数，且 $f(x)$ 不恒等于零，$f(a)=f(b)=0$，

证明：$\displaystyle\int_a^b xf(x)f'(x)dx<0$.

考场教

授课教师：

专业年级：

姓名：

学号：

线　订　装

一、填空题(共 7 题，每题 3 分，共 21 分)

1. 已知曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,0)$ 处的切线在 y 轴上的截距为 -1，则极限 $\lim\limits_{n\to\infty}[1+f(1+\frac{1}{n})]^n=$__________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1})=$____________.

3. 曲线 $y=x\ln(e+\frac{1}{x})$ 的渐近线有__________条.

4. 曲线 $y=x^2(1-x)$ 在点 $(1,0)$ 处的曲率是__________.

5. 已知函数 $f(x)=\sin x^2$，则 $f^{(6)}(0)=$__________.

6. 质点以速度 $t\sin t^2$ 米/秒作直线运动，则从时刻 $t_1=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 秒到 $t_2=\sqrt{\pi}$ 秒内所经过的路程是__________米.

7. 直线 $\begin{cases}x+y=1\\x-y-z=1\end{cases}$ 与平面 $x-y+z=0$ 的夹角是__________.

二、选择题(共 5 题，每题 3 分，共 15 分)

1. 下列结论正确的是（　　）

A. 数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 都发散，则数列 $\{a_n+b_n\}$ 必发散；

B. 已知 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，则对任意数列 $\{b_n\}$ 必有 $\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n=0$；

C. 数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 都发散，则数列 $\{a_nb_n\}$ 必发散；

D. 已知 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=2$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=0$，则必有 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$.

2. 方程$\ln x = ax$当$a > \dfrac{1}{e}$时的实根个数为（　　）

A. 0；　B. 1；　C. 2；　D. 3.

3. 下列等式中正确的是（　　）

A. $\int f'(x)dx = f(x)$；　　　　B. $\int df(x) = f(x)$；

C. $\dfrac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)$；　　　　D. $d\int f(x)dx = f(x)$.

4. 设在区间$[a,b]$上函数$f(x)>0$，$f'(x)<0$，$f''(x)>0$.

令$S_1 = \int_a^b f(x)dx$，$S_2 = f(b)(b-a)$，$S_3 = \dfrac{1}{2}[f(a)+f(b)](b-a)$，则（　　）

A. $S_1 < S_2 < S_3$；B. $S_2 < S_1 < S_3$；C. $S_3 < S_1 < S_2$；D. $S_2 < S_3 < S_1$.

5. 曲线$\rho\theta = 1$从$\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ 到$\theta = \dfrac{4\pi}{3}$的一段弧长为（　　）

A. $\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{1+(\frac{1}{\theta})^2}\,d\theta$；　B. $\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{1+(-\frac{1}{\theta})^2}\,d\theta$；　C. $\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{4\pi}{3}} \frac{1}{\theta^2}\sqrt{1+\theta^2}\,d\theta$；　D. $\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{1+\theta^2}\,d(\frac{1}{\theta})$.

三、计算题(共 5 题，共 48 分，其中 1-4 题每题 9 分，第 5 题 12 分)

1. 设函数$y = y(x)$由方程$\begin{cases} x = \arctan t, \\ 2y - ty^2 + e^t = 5 \end{cases}$ 所确定，求$\dfrac{dy}{dx}$.

2. 求函数$f(x) = \begin{cases} x^{2x}, & x > 0, \\ x+1, & x \le 0 \end{cases}$ 的极值.

3. 已知$\int_0^{+\infty} \dfrac{\sin x}{x}dx = \dfrac{\pi}{2}$，计算广义积分$\int_0^{+\infty} \dfrac{\sin^2 x}{x^2}dx$.

4. 设$f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 \le x < \pi, \\ 2\ , & \pi \le x \le 2\pi, \end{cases}$求函数$F(x) = \int_0^x f(t)dt$在$[0,2\pi]$上的表达式，并讨论$F(x)$在$x = \pi$处的连续性及可导性.

5. 设有曲线$y = \sqrt{x-1}$，过原点作其切线，求由此曲线、切线及x轴所围成的平面图形绕x轴旋转一周所得的旋转体的表面积.

四、证明题(共 2 题，共 16 分，每题 8 分)

学号:______ 姓名:______ 专业年级:______ 授课教师:______ 考场教室号:______ 座号:______

装 订 线

1. 若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f'(x)\le 0$，$F(x)=\dfrac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt$，

证明:在 (a,b) 内 $F'(x)\le 0$.

2. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上有三阶导数，且 $f(0)=f(1)=0$，设 $F(x)=x^3 f(x)$，

证明:在 $(0,1)$ 内存在 ξ，使得 $F'''(\xi)=0$.

座号：______ 考场教室号：______ 授课教师：______ 专业年级：______ 姓名：______ 学号：______

线 订 装

中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

__2016__ 年 __秋__ 季学期 考试科目：__《高等数学 I 1》__ 学院：__数学科学学院__

试卷类型：__A__ 卷 命题人：__高等数学课题组__ 审核人：________

考试说明：本课程为闭卷考试，共_2_页，除考场规定的必需用品外还可携带的文具有________无______。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题(共 7 题，每题 3 分，共 21 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{2}{x}}}+\dfrac{x}{|x|}\right]=$________________.

2. 设 $y=f(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 所确定，则 $dy\big|_{x=0}=$______________ .

3. 曲线 $y=\dfrac{x^2}{2x-1}$ 的斜渐近线方程为 ______________ .

4. 若曲线 $y=x^3+ax^2+bx+1$ 有拐点 $(-1,0)$，则 $b=$______________ .

5. 设 $f(x)$ 是周期为 4 的可导奇函数，且 $f'(x)=2(x-1),\ x\in[0,2]$，则 $f(7)=$____ .

6. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}+|x|\right)dx=$________________ .

7. 点 $(2,1,0)$ 到平面 $3x+4y+5z=0$ 的距离为______________ .

二、选择题(共 5 题，每题 3 分，共 15 分)

1. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，下列命题错误的是（　　　）.

A．若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=0$； B. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=0$；

C．若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)$ 存在； D. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)$ 存在.

2. 设 $f'(\cos^2 x)=\sin^2 x$，且 $f(0)=0$，则 $f(x)=$（　　　）.

A．$\cos x+\dfrac{1}{2}\cos^2 x$； B. $\cos^2 x-\dfrac{1}{2}\cos^4 x$； C. $x+\dfrac{1}{2}x^2$； D. $x-\dfrac{1}{2}x^2$.

3. 设 $f(x)$连续，则 $\frac{d}{dx}\int_0^x tf(x^2-t^2)dt=$（　　　）.

A. $xf(x^2)$；　　B. $-xf(x^2)$；　　C. $2xf(x^2)$；　　D. $xf(0)$.

4. 把 $x\to 0^+$ 时的无穷小量 $\alpha=\int_0^x \cos t^2 dt, \beta=\int_0^{x^2}\tan\sqrt{t}dt, \gamma=\int_0^{\sqrt{x}}\sin t^3 dt$，使排在后面的是前一个的高阶无穷小，则正确的排列次序是(　　　).

A. α,β,γ；　　B. α,γ,β；　　C. β,α,γ；　　D. β,γ,α.

5. 已知直线 $L:\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 及平面 Π：$x-2y+z-1=0$，则直线 L 与平面 Π 的相对位置关系是（　　　）.

A. $L\perp\Pi$；　　B. $L\,/\!/\,\Pi$；　　C. L 与 Π 斜交;　　D. L 在 Π 上.

三、计算题(共 5 题，每题 9 分，共 45 分)

1. 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $2y^3-2y^2+2xy-x^2-1=0$ 确定，求 $f(x)$ 的极值.

2. 设 $f(\ln x)=\frac{\ln(1+x)}{x}$，求 $\int f(x)dx$.

3. 计算定积分 $I=\int_{-4}^{3}\max\{1,x^2,x^3\}dx$.

4. 计算广义积分 $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x(x^2+1)}$.

5. 求由曲线 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(x\ge 0, y\ge 0)$ 及 $x=0, y=0$ 所围成的曲边梯形绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体体积.

四、证明题(共 2 题，其中第一题 10 分，第二题 9 分，共 19 分)

1. 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=0$，$f(1)=1$，证明：

（1）存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f(\xi)=1-\xi$；

（2）存在两个不同的点 $\eta,\zeta\in(0,1)$，使得 $f'(\eta)f'(\zeta)=1$.

2. 设 $f(x),g(x)$ 二阶可导，当 $x>0$ 时 $f''(x)>g''(x)$ 且 $f(0)=g(0)$，$f'(0)=g'(0)$，证明：当 $x>0$ 时，$f(x)>g(x)$.

学号：________ 姓名：________ 专业年级：________ 授课教师：________ 考场教室号：________ 座号：________ 上课序号：________

装 订 线

[redacted]

[redacted] 学院：数学科学学院

试卷类型：A 卷 命题人：高等数学教学组 审核人：赵元章

考试说明：闭卷考试，共2页，不可携带其他任何与考试无关的物品进入考场

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题(共8题，每题3分，共24分)

1. 已知 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{4+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+a\dfrac{\sin x}{|x|}\right)$ 存在，则 $a=$________

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}+\sqrt{1+\dfrac{2}{n}}+\cdots\sqrt{1+\dfrac{n}{n}}\right)=$________

3. 已知 $f'(2)=3$，则 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{\ln x-\ln 2}=$________

4. 设 $y=y(x)$ 由方程 $\int_0^y e^t dt+\int_0^x \cos t dt=0$ 所确定，则 $dy|_{x=0}=$________

5. 曲线 $y=x^2-2x+3$ 在 $(2,3)$ 处的曲率为________

6. $\int\dfrac{dx}{(1+2x)(1+x^2)}=$________________

7. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\sin 2x}{1+\cos x}+|\sin x|\right)dx=$________

8. 平面 $x-y+2z-1=0$ 和 $2x+y+z-10=0$ 的夹角是________

二、计算题(共7题，1-3题每题8分，4-7题每题9分，共60分)

1. 求曲线 $y=\dfrac{1}{x}+\ln(1+e^x)$ 的渐近线.

2. 试确定 c 的值，使得 $\int_0^{+\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}-\dfrac{c}{x+2}\right)dx$ 收敛，并求出积分值.

3. 曲线 $y=\sin x(0\le x\le \pi)$ 与 x 轴围成一平面图形，求：

(1). 图形绕 x 轴旋转所形成的旋转体的体积；(2). 图形绕 y 轴旋转所形成的旋转体的体积.

4. 设曲线方程 $\begin{cases} x=t+\arctan t+1 \\ y=t^3+6t-2 \end{cases}$ ，求：(1). $x=1$ 处的切线方程；(2). $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=1}$

5. 设曲线 $F(x)=\int_0^{x^2} e^{-t^2}dt$ ，求：

(1). $F(x)$ 的极值； (2).该曲线的拐点的横坐标； (3). $\int_0^1 x^2F'(x)dx$

6. 求曲线 $y=\sqrt{x}$ 上的一条切线 L，使得该曲线与 L 及直线 $x=0$ ，$x=2$ 所围成的图形面积最小，并求该最小值。

7. 设连续函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，且满足 $f(0)=0, f'(0)=1$ ，定义

$$F(x)=\begin{cases} \dfrac{\int_0^{2x} t f(t)dt}{1-\cos x}, & x\ne 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

(1). $F(x)$ 在 $x=0$ 是否连续？ (2). $F(x)$ 在 $x=0$ 是否可导？如可导，求其导数值.

三、证明题(共 1 题，每题 8 分，共 8 分)

1. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可微，且满足 $f(1)=2\int_0^{\frac{1}{2}} xf(x)dx$ ，证明：在 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ ，使得：$\xi f'(\xi)+f(\xi)=0$

四、应用题(共 1 题，每题 8 分，共 8 分)

1. 在某山区平面图（如下图示）上，从点 $(0,0)$ 到 $(2\pi,0)$ 之间，有铁路、公路和盘山小路三种路线，它们的方程分别为：（1）铁路： $y=\sin x$ ；（2）公路： $y=\dfrac{1}{2}\sin 2x$ ；（3）盘山小路： $y=\dfrac{1}{3}\sin 3x$. 请对三条路线的长度进行排序.