学号________ 姓名________ 班级________ 院系________

密 封 线

# 第三章动量守恒定律和能量守恒定律同步测试B卷

## 一、选择题(1～6小题,每题3分,共18分)

**1.** A,B两质点,其质量 $m_A > m_B$,它们受到相等的冲量作用,则下列说法中,正确的是( )

(A) A的动量改变量比B的动量改变量小

(B) A的动量改变量与B的动量改变量相等

(C) A的动量改变量比B的动量改变量大

(D) A的动能改变量与B的动能改变量相等

**2.** 物体沿一空间作曲线运动,下列说法中,正确的是 ( )

(A) 如果物体的动能不变,那么作用于它的合外力必为零

(B) 如果物体的动能不变,那么没有任何外力对物体做功

(C) 如果物体的动能变化,那么合外力的切向分力一定做了功

(D) 如果物体的动能增加,那么势能一定减少

**3.** 质量为 $M$ 的飞机沿某水平面内的圆周以速率 $v$ 匀速率地飞行了整整一周. 飞机飞行时,速度的方向不断变化,因此动量不守恒. 动量的改变来源于向心力的冲量,冲量大小为 ( )

(A) $Mv$　　(B) $2\pi Mv$　　(C) 0　　(D) $2Mv$

**4.** 质量为60 kg的人静止在一个质量为600 kg且正以2 m·s$^{-1}$的速率向河岸驶近的木船上,河水是静止的,其阻力不计. 现人相对于船以一水平速度 $v$ 沿船前进的方向向河岸跳去,该人起跳后,船速减为原来的一半,则 $v$ 值为 ( )

(A) 2 m·s$^{-1}$　　(B) 12 m·s$^{-1}$　　(C) 20 m·s$^{-1}$　　(D) 11 m·s$^{-1}$

**5.** 质量为 $m$ 的质点在几个力同时作用下从静止开始移动,经 $\Delta t$ 时间所发生的位移为 $\Delta \boldsymbol{r} = 4\boldsymbol{i} - 5\boldsymbol{j} + 6\boldsymbol{k}$(SI),质点所受合外力为一恒力 $\boldsymbol{F} = -3\boldsymbol{i} - 5\boldsymbol{j} + 9\boldsymbol{k}$(SI),质点在该位移过程中动能的改变量为 ( )

(A) −67 J　　(B) 17 J　　(C) 67 J　　(D) 91 J

**6.** 质量为 $m = 2$ kg的质点在合外力 $\boldsymbol{F} = 6t\boldsymbol{i}$ N的作用下从静止开始运动,2 s时,质点的瞬时功率为 ( )

(A) 18 W　　(B) 36 W　　(C) 72 W　　(D) 48 W

## 二、填空题(7～12 小题,每题 4 分,共 24 分)

7. 质量 $m=2$ kg 的物体在力 $F$ 的作用下沿 $x$ 轴作直线运动. 已知质点的运动方程为 $x=4t+t^2-5$,则在 0 到 3 s 的时间内,力 $F$ 的冲量大小 $I=$________.

8. 力 $F$ 作用在质量为 $m=10$ kg 的质点上,使之沿 $x$ 轴运动. 已知在此力作用下质点的运动学方程为 $x=3t-4t^2+t^3$(SI),在 0 到 4 s 的时间间隔内,力 $F$ 对质点所做的功 $W=$________.

9. 在一次汽车碰撞试验中,一质量为 1200 kg 的汽车垂直冲向一固定壁,碰撞前速率为 $15.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,碰撞后以 $1.50\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率退回,碰撞时间为 0.120 s. 则汽车受壁的平均冲力大小为________.

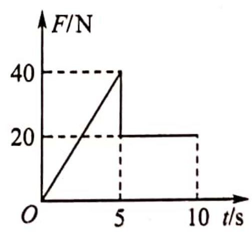
10. 一船浮于静水中,船长 5 m,质量为 $M$. 一个质量为 $\dfrac{M}{4}$ 的人从船尾走到船头,不计水和空气阻力,则此过程中船后退距离为________.

11. 质量为 $m$ 的火箭从地面发射上升一个地球半径 $R_E$,地球引力对火箭做的功 $W=$________(设地球质量为 $m_E$,引力常量为 $G$).

12. 以 $v_0=30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率将一石块扔到一结冰的水平湖面上,则石块能滑行的距离为 $s=$________(设石块与冰面间的滑动摩擦因数为 $\mu=0.05$).

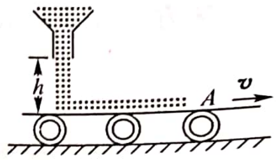
## 三、计算题(13 小题 10 分,14～17 小题每题 12 分,共 58 分)

13. 有一质量为 $m=10$ kg 的物体,在 0 到 10 s 内,受到如图所示的变力 $F$ 的作用. 物体由静止开始沿 $x$ 轴正向运动,而力的方向始终沿 $x$ 轴正方向,则 10 s 内变力 $F$ 做的功为多大?



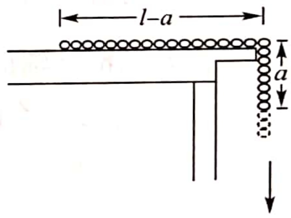

第 13 题图

14. 如图所示，用传送带 $A$ 输送煤粉，料斗口在 $A$ 上方处，煤粉通过料斗口自由下落在 $A$ 上. 设料斗口连续卸煤的流量为 $q_m = 40\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$，$A$ 以 $v = 2.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 的水平速度匀速向右移动. 求装煤过程中，电动机拖动皮带的功率和单位时间内落下的煤粉获得的动能（不计相对传送带静止的煤粉的质量）.



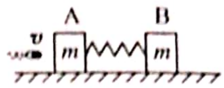

第 14 题图

15. 一链条总长为 $l$，放在不光滑桌面上（摩擦因数为 $\mu$），其中一端下垂，下垂长度为 $a$，如图所示. 设链条由静止开始下滑，求链条刚刚离开桌边时的速度.



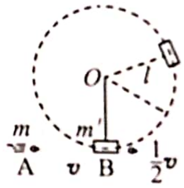

第 15 题图

16. 如图所示，光滑桌面上，一根轻弹簧(劲度系数为 $k$) 两端各连一个质量为 $m$ 的滑块 A 和 B. 现有一水平飞来的质量为$\frac{m}{4}$、速度为$v$的子弹射中滑块 A，并留在其中. 试求：滑块 B 相对地面的最大速度和最小速度.




第 16 题图

17. 一质量为 $m$ 的弹丸穿过如图所示的摆锤后，速率由 $v$ 减少到$\frac{v}{2}$. 已知摆锤的质量为 $m'$，摆线长度为 $l$，如果摆锤能在垂直平面内完成一个完整的圆周运动，$v$ 的最小值应为多少?




第 17 题图

# 第四章刚体转动和流体运动同步测试A卷

## 一、选择题(1～6小题,每题3分,共18分)

**1.** 从经典力学的角度看,下列说法中,正确的是 ( )

(A) 刚体转动的角位置是标量　　(B) 刚体转动角速度是标量

(C) 刚体转动角加速度是矢量　　(D) 刚体转动角位移是标量

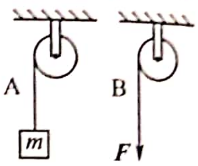
**2.** 如图所示,A,B为两个相同的绕着轻绳的定滑轮.A滑轮挂一质量为$m$的物体,B滑轮受拉力$\boldsymbol{F}$,而且$F=mg$.设A,B两滑轮的角加速度分别为$\alpha_A$和$\alpha_B$,不计滑轮轴的摩擦,则有 ( )

(A) $\alpha_A=\alpha_B$

(B) $\alpha_A>\alpha_B$

(C) $\alpha_A<\alpha_B$

(D) 开始时$\alpha_A=\alpha_B$,后来$\alpha_A<\alpha_B$



第2题图

**3.** 如图所示,一匀质细杆可绕通过上端与杆垂直的水平光滑固定轴$O$旋转,初始状态为静止悬挂.现有一个小球自左方水平打击细杆.设小球与细杆之间为非弹性碰撞,则在碰撞过程中,对细杆与小球这一系统,下列说法中正确的是 ( )

第3题图

(A) 只有机械能守恒　　(B) 只有对转轴$O$的角动量守恒

(C) 只有动量守恒　　(D) 机械能、动量和角动量均守恒

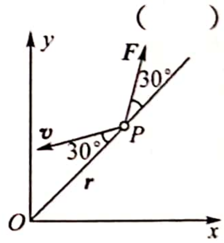
**4.** 如图所示,质点$P$的质量为$m=2$ kg,位置矢量为$\boldsymbol{r}$,速度为$\boldsymbol{v}$,它受到力$\boldsymbol{F}$的作用.这三个矢量均在$Oxy$平面内,且$r=3.0$ m,$v=4.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,$F=2$ N,则该质点对原点$O$的角动量是 ( )

(A) 大小为$12\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$,其方向为沿$z$轴正方向

(B) 大小为$12\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$,其方向为沿$z$轴负方向

(C) 大小为$24\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$,其方向为沿$z$轴正方向

(D) 大小为$24\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$,其方向为沿$z$轴负方向



第4题图

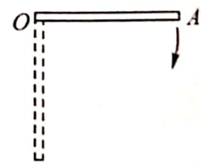
**5.** 如图所示,均匀木棒$OA$可绕过其端点$O$并与棒垂直的水平光滑轴转动.假设棒由静止开始从水平位置下落,关于棒转到竖直位置的过程,下列说法中正确的是 ( )

(A) 角速度增大,角加速度增大

(B) 角速度增大,角加速度减小

(C) 角速度减小,角加速度增大

(D) 角速度减小,角加速度减小



第5题图

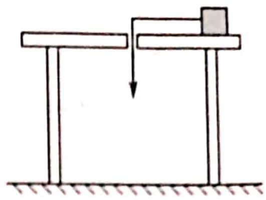
6. 如图所示，一根绳子穿过水平光滑桌面中心的小孔连接桌面上的小物块. 假设小物块先在桌面上以小孔为圆心作圆周运动，然后将绳的下端缓慢向下拉，则小物块　　（　　）

(A) 动量、动能、角动量都守恒

(B) 动量守恒，动能、角动量不守恒

(C) 动能守恒，动量、角动量不守恒

(D) 角动量守恒，动能、动量不守恒

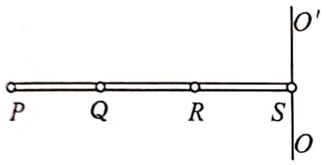


第 6 题图

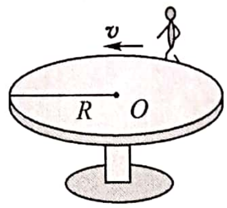
## 二、填空题(7 ～ 12 小题，每题 4 分，共 24 分)

7. 质量为 $m$ 的质点沿着一条由 $\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$ (SI) 定义的空间曲线运动，其中 $a,b,\omega$ 皆为常量. 该质点对原点 $O$ 的角动量 $\boldsymbol{L}=$ ________；质点所受的力对原点的力矩 $\boldsymbol{M}=$ ________.

8. 如图所示，$P,Q,R$ 和 $S$ 是附于轻质细杆上的质量分别为 $4m,3m,2m$ 和 $m$ 的四个质点，$PQ=QR=RS=l$，则系统对 $OO'$ 轴的转动惯量为________.




第 8 题图



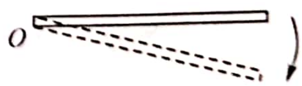

第 9 题图


第 10 题图

9. 质量为 60 kg 的人站在一个质量为 60 kg、半径为 $R=1$ m 的均匀圆盘边缘，圆盘可以绕与盘面相垂直的中心竖直固定轴无摩擦地转动，如图所示. 圆盘和人开始时均静止，后来人沿圆盘边缘走动，当他相对于圆盘走动的速度为 $v=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时，圆盘的角速度大小为________.

10. 如图所示，质量为 $m$、长为 $l$ 的均匀木棒可绕过其中点 $O$ 的水平光滑轴在水平面内自由转动. 棒开始时静止，现有一质量也为 $m$ 的子弹以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 垂直射入棒端并嵌在棒中，则子弹射入后瞬间棒的角速度 $\omega=$ ________.

11. 如图所示，质量为 $m$、长为 $l$ 的均质细杆可绕水平光滑轴 $O$ 在竖直平面内转动. 若使杆从水平位置开始由静止释放，则杆转至竖直位置的瞬间，杆的角速度为________，转动动能为________.



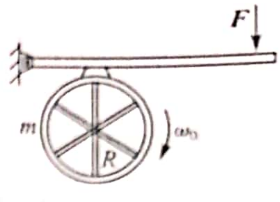

第 11 题图

12. 花样滑冰运动员以自身为竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 $J_0$，角速度为 $\omega_0$. 然后她将两臂收回，使转动惯量减少为 $\frac{1}{3}J_0$，这时她转动的角速度为________，转动动能为________.

## 三、计算题(13 小题 10 分，14 ～ 17 小题每题 12 分，共 58 分)

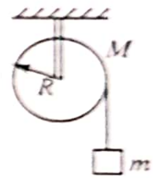
13. 一飞轮的质量为 $m=60$ kg，半径为 $R=0.25$ m，正在以 $n=1000\ \mathrm{r\cdot min^{-1}}$ 的转速转动，如图所示. 现用闸瓦制动使其在如图 $t=0.5$ s 内均匀减速而最后停止转动. 求闸瓦对轮子

的压力 $N$(假定闸瓦与飞轮之间的滑动摩擦因数为 $\mu=0.8$,而飞轮的质量可以看作全部均匀分布在轮的外周上).



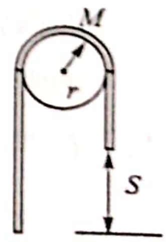
第 13 题图

14. 如图所示,一定滑轮质量为 $M$,半径为 $R$,对水平轴的转动惯量为 $J=\frac{1}{2}MR^2$. 在滑轮的边缘绕一细绳,绳的下端挂一质量为 $m$ 物体,绳的质量可忽略且不能伸长,滑轮与轴承间无摩擦. 求物体 $m$ 由静止下落 $h$ 高度时的速度和此时滑轮的角速度.



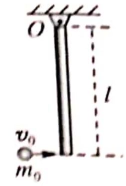
第 14 题图

15. 质量为 $M$ 的均质圆盘,可绕通过盘中心垂直于盘面的固定光滑轴转动. 绕过盘的边缘挂有质量为 $m$、长为 $l$ 的匀质柔软绳索,如图所示. 绳与滑轮之间无相对滑动,当圆盘两侧绳长之差为 $S$ 时,绳的加速度为多大?



第 15 题图

16. 如图所示，有一长为 $L$、质量 $m$ 的可绕光滑水平轴 $O$ 无摩擦地转动的均匀细棒，一端悬挂在 $O$ 点，一质量为 $m_0$ 的小球以速率 $v_0$ 沿水平方向击到细棒的下端点，设小球与细棒做完全弹性碰撞，求碰撞后小球的回跳速率和细棒的角速度.



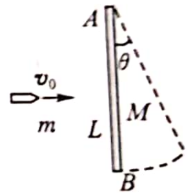
第 16 题图

17. 一质量为 $m$ 的子弹以水平速度 $\boldsymbol{v}_0$ 击中棒中心并插入棒内随棒一起转动，如图所示. 求：

(1) 细棒获得的角速度.

(2) 子弹给细棒的冲量矩.

(3) 细棒在竖直平面内转动的最大角度.



第 17 题图

# 第四章刚体转动和流体运动同步测试B卷

院系______ 班级______ 姓名______ 学号______

密 封 线

## 一、选择题(1～6小题,每题3分,共18分)

1. 从经典力学的角度看,下列说法中,正确的是 (　　)

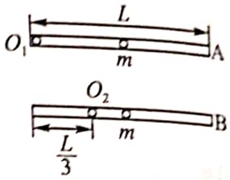
(A) 刚体定轴转动的转动惯量是标量

(B) 刚体定轴转动的转动惯量只与转轴的位置有关

(C) 刚体定轴转动的转动惯量只与刚体的形状、大小及质量的分布有关

(D) 刚体定轴转动的转动惯量只与质量的分布有关

2. 如图所示,A、B为两根长度和质量都相等的均匀细直杆,分别绕光滑的水平轴$O_1$和$O_2$转动. 设它们自水平位置由静止释放时的角加速度分别为$\alpha_A$和$\alpha_B$,则有 (　　)



第2题图

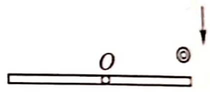
(A) $\alpha_A = \alpha_B$　　(B) $\alpha_A > \alpha_B$

(C) $\alpha_A < \alpha_B$　　(D) 无法确定

3. 如图所示,均匀木棒可绕其中点$O$的水平光滑轴在竖直面内转动. 棒初始位于水平位置,一小球沿竖直方向下落与棒的右端发生完全弹性碰撞. 在碰撞过程中,小球和棒组成的系统 (　　)

(A) 动量守恒,动能守恒　　(B) 动量守恒,角动量守恒

(C) 只有动能守恒　　(D) 角动量守恒,动能守恒



第3题图

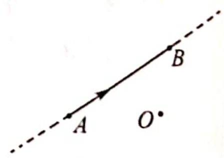
4. 如图所示,质点沿直线$AB$作匀速运动,$A$,$B$为轨道直线上的任意两点,$O$为线外的任一定点(可视为垂直纸面的轴与纸面的交点),$\boldsymbol{L}_A$和$\boldsymbol{L}_B$表示质点在$A$,$B$两点处对定点$O$轴的角动量,则 (　　)

(A) $\boldsymbol{L}_A$,$\boldsymbol{L}_B$方向不同,但$L_A = L_B$

(B) $\boldsymbol{L}_A$,$\boldsymbol{L}_B$方向相同,但$L_A \neq L_B$

(C) $\boldsymbol{L}_A$,$\boldsymbol{L}_B$方向不同,且$L_A \neq L_B$

(D) $\boldsymbol{L}_A$,$\boldsymbol{L}_B$方向相同,且$L_A = L_B$

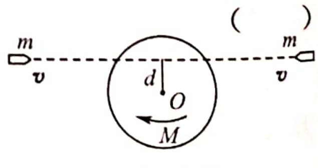


第4题图

5. 如图所示,一个圆盘正绕着垂直于盘面的水平光滑固定轴$O$转动,此时同时射来两个质量相同、速度大小相等、方向相反并在一条直线上的子弹. 子弹射入圆盘并且停留在盘内,则子弹射入后的瞬间,圆盘的角速度$\omega$ (　　)

(A) 增大　　(B) 减小

(C) 不变　　(D) 无法确定

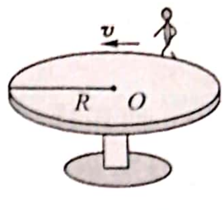


第5题图

6. 质量为$m$的小孩站在半径为$R$的水平平台边缘上. 平台可以绕通过其中心的竖直光滑固定轴自由转动，转动惯量为$J$. 平台和小孩开始时均静止. 当小孩突然以相对于地面为$v$的速率在平台边缘沿逆时针方向走动时，此平台相对地面旋转的角速度和旋转方向分别为 （　　）

(A) $\omega=\frac{mR^2}{J}\left(\frac{v}{R}\right)$，顺时针　　(B) $\omega=\frac{mR^2}{J}\left(\frac{v}{R}\right)$，逆时针

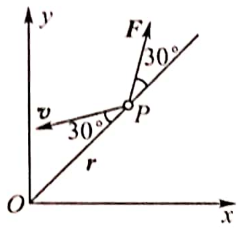
(C) $\omega=\frac{mR^2}{J+mR^2}\left(\frac{v}{R}\right)$，顺时针　　(D) $\omega=\frac{mR^2}{J+mR^2}\left(\frac{v}{R}\right)$，逆时针



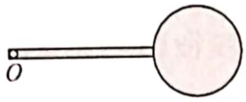
第 6 题图

## 二、填空题(7 ～ 12 小题，每题 4 分，共 24 分)

7. 如图所示，质点$P$的质量为$m=4$ kg，位置矢量为$\boldsymbol{r}$，速度为$\boldsymbol{v}$，它受到力$\boldsymbol{F}$的作用. 这三个矢量均在$Oxy$平面内，且$r=2.0$ m，$v=2.5$ m·s$^{-1}$，$F=6$ N，则该质点对原点$O$的角动量$\boldsymbol{L}=$ ________，作用在质点上的力对原点$O$的力矩$\boldsymbol{M}=$ ________.



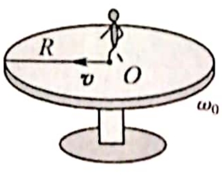
第 7 题图



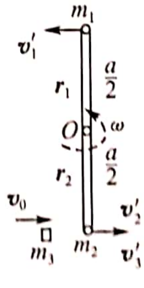
第 8 题图

8. 如图所示，质量为$m$、半径为$R$的圆盘与质量也为$m$、长为$2R$的匀质细杆一端固结在一起，杆的延长线通过圆盘中心. 此组合刚体对通过杆的另一端并与纸面垂直的$O$轴的转动惯量为________.

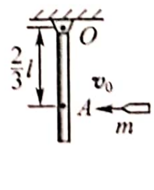
9. 一质量为$M=60$ kg、半径为$R=1$ m的转台以角速度$\omega_0=66$ rad·s$^{-1}$绕垂直的中心轴转动，一质量为$m=60$ kg的人站立在台中心，若他相对转台以恒定的速率$v=2$ m·s$^{-1}$沿半径向边缘走去，试计算人走了时间$t=2$ s后，转台的角速度$\omega=$ ________（竖直轴所受摩擦力不计）.



第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图

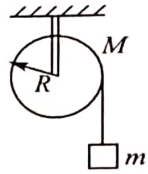
10. 如图所示，质量分别为$m_1$和$m_2$的两个小钢球固定在一个长为$a$的轻质硬杆的两端，杆静止，且可绕过其中点$O$的光滑轴在水平面内自由转动. 现有一质量为$m_3$的小泥块，以水平速度$\boldsymbol{v}_0$垂直于棒的方向与$m_2$发生碰撞，碰后二者粘在一起. 若$m_1=m_2=m_3$，则碰撞后杆转动的角速度$\omega=$ ________.

11. 长为 $l$、质量为 $M$ 的匀质杆可绕通过杆一端 $O$ 的水平光滑固定轴转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}Ml^2$，开始时杆竖直下垂，如图所示. 一质量为 $m$ 的子弹以水平速度 $\boldsymbol{v}_0$ 射入杆上 $A$ 点并嵌在杆中，$OA=\frac{2}{3}l$，则子弹射入后瞬间杆的角速度 $\omega=$ ________.

12. 某花样滑冰运动员以角速度 $\omega_0$ 以自身为竖直轴转动，其转动动能为 $\frac{1}{2}J_0\omega_0{}^2$，当她将手臂伸开时，其转动惯量变为 $\frac{3}{2}J_0$，这时她转动的角速度为________，转动动能为________.

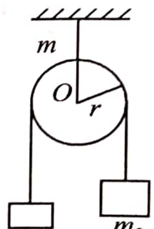
## 三、计算题(13 小题 10 分，14 ～ 17 小题每题 12 分，共 58 分)

13. 如图所示，一定滑轮质量为 $M$，半径为 $R$，对水平轴的转动惯量 $J=\frac{1}{2}MR^2$，在滑轮的边缘绕一细绳，绳的下端挂一物体，绳的质量可忽略且不能伸长，滑轮与轴承间无摩擦. 物体下降的加速度为 $a$，则绳中的张力 $T$ 为多大?



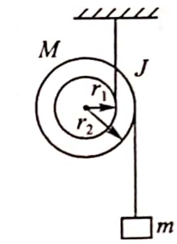
第 13 题图

14. 如图所示，一轻绳跨过一轴承光滑的定滑轮，绳两端分别悬挂着质量为 $m_1$ 和 $m_2$ 的物体，其中 $m_1<m_2$，设绳不可伸长且与滑轮之间无相对滑动，滑轮可视为半径为 $r$、质量为 $m$ 的均质圆盘. 求物体运动的加速度及滑轮两边绳子所受的张力.



第14题图

**15.** 如图所示，半径分别为 $r_1 = 0.04$ m 和 $r_2 = 0.10$ m 的两个短圆柱同心地装在一起，总质量为 $M = 8.0$ kg，绕对称轴的转动惯量为 $J = 0.03\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. 大圆柱上绕有轻绳，绳的下端挂一质量为 $m = 6.0$ kg 的物体. 求圆柱体的角加速度、质心加速度，物体的加速度和绳的张力.



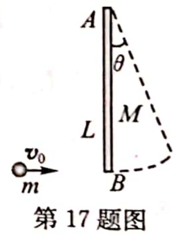
第15题图

**16.** 某一冲床利用飞轮的转动动能通过曲柄连杆机构的传动带动冲头在铁板上穿孔. 已知飞轮的半径为 $r = 0.4$ m，质量为 $m = 600$ kg，可以看成均匀圆盘. 飞轮的正常转速是 $n_1 = 240\ \text{r}\cdot\text{min}^{-1}$，冲一次孔转速减低 20%. 求冲一次孔，冲头做的功.

**17.** 长为 $L$ 质量为 $M$ 的匀质刚性细杆 $AB$，可绕 $A$ 端水平轴作无摩擦地定轴转动，如图所示. 现有一质量为 $m$ 的小球以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 水平射向杆的 $B$ 端，在 $B$ 端和细杆发生完全弹性碰撞，碰撞时间很短. 求：

(1) 碰撞完成后，杆获得的角速度 $\omega$.

(2) 杆能摆起的最大角度 $\theta$.



第 17 题图

# 期中同步测试 A 卷

## 一、选择题(1 ～ 6 小题,每题 3 分,共 18 分)

1. 某人以 $4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度从 $A$ 运动至 $B$,再以 $6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度沿原路从 $B$ 回到 $A$,则来回全程的平均速度大小为 ( )

(A) 0　　(B) $8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$　　(C) $10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$　　(D) 无法确定

2. 一个在 $xOy$ 平面内运动的质点的速度为 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} - 8t\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$,已知 $t = 0$ 时,质点的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_0 = 3\boldsymbol{i} + 7\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$,则该质点任意时刻的位置矢量为 ( )

(A) $2t\boldsymbol{i} - 4t^2\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$　　(B) $(2t+3)\boldsymbol{i} - (4t^2-7)\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$

(C) $(2t+3)\boldsymbol{i} - (4t^2+7)\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$　　(D) $(2t+3)\boldsymbol{i} + (4t^2-7)\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$

3. 飞轮绕定轴作匀变速转动时,飞轮边缘上任一点 ( )

(A) 角速度随时间变化,角加速度不一定随时间变化

(B) 角速度随时间变化,角加速度一定不随时间变化

(C) 角速度不随时间变化,角加速度一定为零

(D) 角速度不随时间变化,角加速度一定不随时间变化

4. 雨天,一辆客车在水平马路上以 $20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度向东开行,雨滴在空中以 $10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 速度竖直下落.雨滴相对于车厢的速度为 ( )

(A) $20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$　　(B) $30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$　　(C) $22.4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$　　(D) $10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

5. 下列叙述中,正确的是 ( )

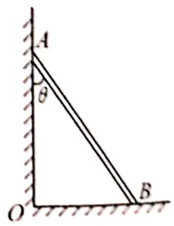
(A) 弹簧拉伸或压缩时,弹性势能总是正的

(B) 弹簧拉伸时,弹性势能总是正的

(C) 弹簧弹性势能的正负与零势能点选取有关

(D) 弹簧压缩时,弹性势能总是负的

6. 如图所示,有一质量为 $m$ 的匀质细杆 $AB$,$A$ 端靠在光滑的墙壁上,$B$ 端置于粗糙水平地面上而静止.杆身与竖直方向成 $\theta$ 角,则 $A$ 端对墙壁的压力为 ( )



第 6 题图

(A) $mg\tan\theta$　　(B) $\dfrac{1}{2}mg\tan\theta$

(C) $2mg\tan\theta$　　(D) 0

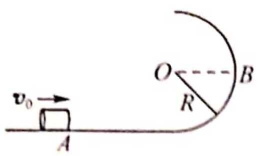
## 二、填空题(7 ～ 12 小题,每题 4 分,共 24 分)

7. 一吊扇翼片长 $R = 0.5\ \mathrm{m}$,以 $n = 180\ \mathrm{r\cdot min^{-1}}$ 的转速转动.关闭电源开关后,吊扇均匀减速,经 $t = 1.5\ \mathrm{min}$ 转动停止,则吊扇翼尖原来的速度 $v_0 =$ ________.

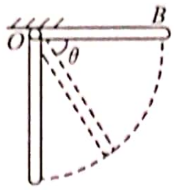
院系________ 班级________ 姓名________ 学号________

密　封　线

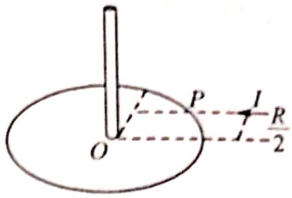
8. 一质量为 $m$ 的滑块沿如图所示的轨道以初速度 $v_0 = 2\sqrt{Rg}$ 无摩擦的滑动. 滑块在点 $A$ 的动量大小为________，在点 $B$ 的动量大小为________.




第 8 题图




第 9 题图




第 12 题图

9. 如图所示，一长为 $L = 1$ m、质量为 $m = 1$ kg 的均质细棒一端固定于点 $O$，棒可绕点 $O$ 转动. 开始时托住 $B$ 端让棒处在水平位置，然后松手，则棒处在水平位置时的角加速度大小为________.

10. 已知太阳中心到地球的距离 $r = 1.50 \times 10^{11}$ m，地球的公转速度 $v = 2.98 \times 10^{4}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，质量 $m = 5.98 \times 10^{24}$ kg. 地球绕太阳的运动可近似地看作匀速圆周运动，地球对太阳中心的角动量为________.

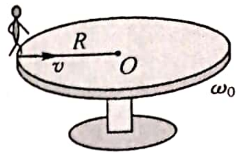
11. 质量为 6 kg 的质点，所受合外力为 $\boldsymbol{F} = 24t\boldsymbol{i}$ N，该质点从 $t = 0$ 时刻由静止开始作直线运动. 前 2 s 内质点所受合外力做的功为________.

12. 一圆盘质量为 $m$，半径为 $R$，静止于光滑的水平桌面上，可绕过其中心 $O$ 的固定竖直轴无摩擦地转动，如图所示. 在极短的时间内，圆盘上点 $P$ 受到水平向左、大小为 $I$ 的冲量作用，进而以角速度 $\omega$ 绕轴转动. 圆盘上点 $P$ 受到水平向左的冲量大小为________.

**三、计算题(13 ～ 16 小题每题 12 分，17 小题 10 分，共 58 分)**

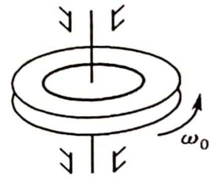
13. 一吊扇翼片长 $R = 0.5$ m，以 $n = 180\ \mathrm{r \cdot min^{-1}}$ 的转速转动. 关闭电源开关后，吊扇均匀减速，经 $t = 1.5$ min 转动停止. 求关闭电源开关后 $t = 80$ s 时，吊扇翼尖的加速度大小.

**14.** 有一质量为$M$、半径为$R$的转台，以角速度$\omega_0$绕其垂直台面的中心轴转动. 一质量为$m$的人站在台边缘，若他相对转台以恒定的速率$v$沿半径向中心走去，试计算人走了时间$t$后，转台的角速度(竖直轴所受摩擦力不计).



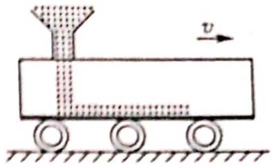

第 14 题图

**15.** 如图所示，质量为$m$、半径为$R$的均质圆盘角速度为$\omega_0$，不计轴承处的摩擦，若空气对圆盘表面单位面积的摩擦力正比于该处的线速度，即$f = kv$($k$为常数)，求圆盘在停转前所转过的圈数$N$.



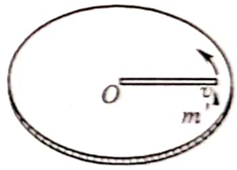

第 15 题图

16. 如图所示，一辆装煤的车以 $v=3.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率从煤斗下面通过，每秒钟落入车厢的煤为 $q_m=500\ \mathrm{kg\cdot s^{-1}}$. 为了使车厢的速率保持不变，应用多大的牵引力拉车厢(车厢与铁轨间的摩擦忽略不计)?



第 16 题图

17. 有一根放在水平光滑桌面上的匀质棒，可绕通过其一端的竖直固定光滑轴 $O$ 转动. 棒的质量为 $m=1.5\ \mathrm{kg}$，长度为 $l=1.0\ \mathrm{m}$，初始时棒静止. 今有一水平运动的子弹垂直地射入棒的另一端，并留在棒中，如图所示. 子弹的质量为 $m'=0.04\ \mathrm{kg}$，速率为 $v=300\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 试求棒开始和子弹一起转动时的角速度 $\omega$.



第 17 题图

院系________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线

# 期中同步测试 B 卷

## 一、选择题(1 ～ 6 小题,每题 3 分,共 18 分)

**1.** 一质点在平面上运动,已知质点位置矢量的表示式为 $\boldsymbol{r} = 5t^2\boldsymbol{i} + 2t^2\boldsymbol{j}$,则该质点作 (　　)

(A) 匀速直线运动　　(B) 变速直线运动

(C) 抛物曲线运动　　(D) 一般曲线运动

**2.** 一个在 $xOy$ 平面内运动的质点具有恒定的加速度 $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$,已知 $t = 0$ 时,质点的速度 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$,则该质点任意时刻的速度为 (　　)

(A) $(2t+2)\boldsymbol{i} + (4t+6)\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$　　(B) $(2t-2)\boldsymbol{i} + (4t-6)\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$

(C) $2t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$　　(D) $(2t+2)\boldsymbol{i} - (4t+6)\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$

**3.** 质点沿半径 $R = 2\ \mathrm{m}$ 的圆周自静止开始运动,角速度 $\omega = 4t^2\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$,则 $t = 1\ \mathrm{s}$ 时的加速度大小为 (　　)

(A) $48\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$　　(B) $35.8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

(C) $32\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$　　(D) $16\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

**4.** 某人骑自行车以速率 $v$ 向正西方向行驶,遇到由北向南刮且风速大小也为 $v$ 的风,则他感到风是从 (　　)

(A) 东北方向吹来　　(B) 东南方向吹来

(C) 西北方向吹来　　(D) 西南方向吹来

**5.** 如果一个质点的加速度与时间的关系是线性的,那么下列关于该质点的速度和位矢与时间的关系的说法,正确的是 (　　)

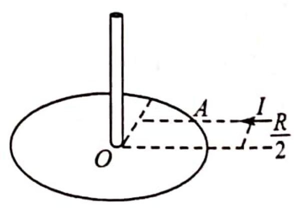
(A) 速度和位置矢量与时间的关系都不是线性的

(B) 速度与时间的关系不是线性的

(C) 速度和位置矢量与时间的关系都是线性的

(D) 位置矢量与时间的关系不是线性的

**6.** 一圆盘质量为 $m$,半径为 $R$,静止于光滑的水平桌面上,可绕过其中心 $O$ 的固定竖直轴无摩擦地转动,如图所示. 在极短的时间内,圆盘上的点 $A$ 受到水平向左、大小为 $I$ 的冲量作用,进而绕竖直轴发生了转动. 这个圆盘转动的角速度为 (　　)



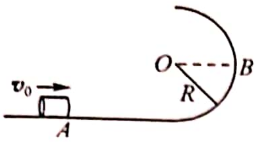

第 6 题图

(A) $\omega = -\dfrac{I}{mR}$　　(B) $\omega = \dfrac{I}{mR}$

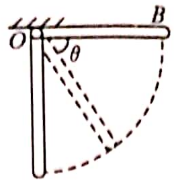
(C) $\omega = \dfrac{2I}{mR}$　　(D) $\omega = \dfrac{I}{2mR}$

## 二、填空题(7 ～ 12 小题,每题 4 分,共 24 分)

7. 一吊扇翼片长 $R = 0.6$ m,以 $n = 180\ \mathrm{r \cdot min^{-1}}$ 的转速转动.关闭电源开关后,吊扇均匀减速,经 $t = 2$ min 转动停止,则吊扇翼尖转动的角加速度 $\alpha =$ ________.




第 8 题图




第 9 题图


第 12 题图

8. 一质量为 $m$ 的滑块沿如图所示的轨道以初速度 $\boldsymbol{v}_0 = 2\sqrt{Rg}$ 无摩擦地滑动.滑块由点 A 运动到点 B 的过程中所受冲量为________.

9. 如图所示,一长为 $L$、质量为 $m$ 的均质细棒一端固定于点 $O$,棒可绕点 $O$ 转动.开始时托住 $B$ 端让棒处在水平位置,然后松手,棒到达竖直位置时的角加速度大小为________.

10. 质量为 60 kg 的人以 $2.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 的水平速度从后面跳上质量为 80 kg 的小车上,小车的运动速度变为 $1.43\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$,小车原来的速度为________.

11. 原子核与电子的吸引力的大小随它们之间的距离 $r$ 的改变而改变,其规律为 $F = \dfrac{k}{r^2}$,则电子从 $r_1$ 运动到 $r_2(r_1 > r_2)$,核的吸引力做的功为________.

12. 一质量为 $m$ 的物体位于水平桌面上,在外力的作用下沿半径为 $R$ 的圆周从点 $A$ 运动到点 $B$,$AOB$ 为圆的直径,如图所示.设物体与桌面间的滑动摩擦因数为 $\mu$,此过程中桌面对物体摩擦力做的功为________.

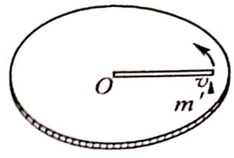
## 三、计算题(13 ～ 16 小题每题 12 分,17 小题 10 分,共 58 分)

13. 一张 CD 盘在 5.5 s 内由静止达到 $n = 500\ \mathrm{r \cdot min^{-1}}$ 的转速.盘上有一点 $P$,与盘心距离为 $R = 0.6$ m.设这张盘匀加速转动,求:

(1) 这张 CD 盘在 5.5 s 内转过的圈数.

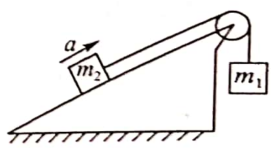
(2) 点 $P$ 在这段时间内走过的路程.

**14.** 一根棒的质量为$m=1.5$ kg，长度为$l=1.0$ m放在水平光滑桌面上，可绕通过其一端的竖直固定光滑轴$O$转动. 初始时刻棒静止. 现有一水平运动的子弹垂直地射入棒的另一端，并留在棒中，如图所示. 子弹的质量为$m'=0.02$ kg，速率为$v=400$ m·s$^{-1}$. 若棒转动时受到大小为$M_r=20.0$ N·m的恒定阻力矩作用，求棒转过的角度$\theta$.



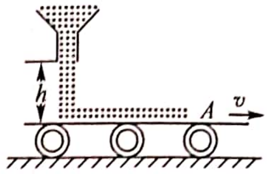
第 14 题图

**15.** 质量为6.0 kg的物体$m_2$放在倾角为30°的斜面上，斜面顶端装一滑轮. 跨过滑轮的轻绳，一端系于该物体上，并与斜面平行，另一端悬挂一个质量为18 kg的砝码$m_1$. 滑轮质量2.0 kg，其半径为0.1 m，物体与斜面的摩擦因数为0.1. 求滑轮两边绳子所受的张力（假定滑轮是均匀圆盘式的，重力加速度$g=10$ m·s$^{-2}$）.



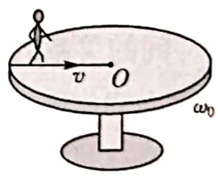
第 15 题图

16. 如图所示，用传送带 $A$ 输送煤粉，料斗口在 $A$ 上方高 $h=0.5\ \mathrm{m}$ 处，煤粉自料斗口自由落在 $A$ 上. 设料斗口连续卸煤的流量为 $q_m=40\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，$A$ 以 $v=2.0\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的水平速度匀速向右移动. 求装煤过程中，煤粉对 $A$ 的作用力的大小和方向（不计相对传送带静止的煤粉的质量）.



第 16 题图

17. 有一质量为 $M$、半径为 $R$ 的转台，以角速度 $\omega_0$ 绕垂直台平面的中心轴转动. 一质量为 $m$ 的人站在离台心距离 $R_1(R_1<R)$ 处，若他相对转台以恒定的速率 $v$ 沿半径向中心走去，试计算人走了时间 $t$ 后，转台的角速度（不计竖直轴所受摩擦力）.



第 17 题图

学号______ 姓名______ 班级______ 院系______
密 封 线

# 第十章波动同步测试 A 卷

## 一、选择题(1 ～ 6 小题,每题 3 分,共 18 分)

**1.** 若一平面简谐波的波动方程为 $y = A\cos(bt - cx + \varphi)$，式中 $A,b,c$ 为正值恒量,则以下各量的表示中,正确的是 ( )

(A) 波速为 $c$　(B) 周期为$\frac{1}{b}$　(C) 波长为$\frac{2\pi}{c}$　(D) 角频率为$\frac{2\pi}{b}$

**2.** 当波动方程为 $y = 20\cos\pi(2.5t + 0.01x)$(cm) 的平面波传到 $x = 100$ cm 处时，该处质点的振动速度为 ( )

(A) $50\sin(2.5\pi t)(\mathrm{cm \cdot s^{-1}})$　(B) $-50\sin(2.5\pi t)(\mathrm{cm \cdot s^{-1}})$

(C) $-50\pi\sin(2.5\pi t)(\mathrm{cm \cdot s^{-1}})$　(D) $50\pi\sin(2.5\pi t)(\mathrm{cm \cdot s^{-1}})$

**3.** 平面简谐机械波在弹性介质中传播时，在传播方向上某介质质元在负的最大位移处，则它的能量是 ( )

(A) 动能为零，势能最大　(B) 动能为零，势能为零

(C) 动能最大，势能最大　(D) 动能最大，势能为零

**4.** 已知两相干波源所发出的波的相位差为 π，到达某相遇点 $P$ 的波程差为半波长的两倍，则点 $P$ 处波的合成情况是 ( )

(A) 始终加强

(B) 始终减弱

(C) 时而加强，时而减弱，呈周期性变化

(D) 时而加强，时而减弱，没有一定的规律

**5.** 与平面正弦波 $x = 4\sin(5\pi t + 3\pi y)$ 相叠加后能形成驻波的波是 ( )

(A) $x = 4\sin\left[2\pi\left(\frac{5t}{2} - \frac{3y}{2}\right)\right]$　(B) $y = 4\sin\left[2\pi\left(\frac{5t}{2} - \frac{3x}{2}\right)\right]$

(C) $x = 4\sin\left[2\pi\left(\frac{5t}{2} + \frac{3y}{2}\right)\right]$　(D) $y = 4\sin\left[2\pi\left(\frac{5t}{2} + \frac{3x}{2}\right)\right]$

**6.** 在真空中沿着 $x$ 轴正方向传播的平面电磁波，其电场强度波的波动方程是 $E_z = E_0\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$,则其磁场强度波的波动方程是 ( )

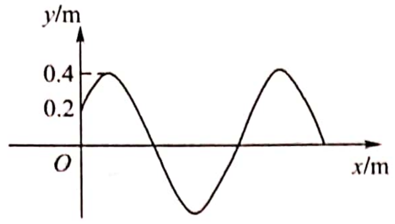
(A) $H_y = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}E_0\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$　(B) $H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$

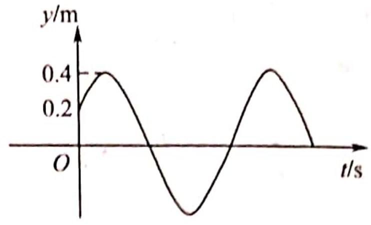
(C) $H_y = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$　(D) $H_y = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0\cos\left[2\pi\left(\nu t + \frac{x}{\lambda}\right)\right]$

## 二、填空题(7 ～ 12 小题,每题 4 分,共 24 分)

**7.** 一平面简谐波,波速为 $6.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$,振动周期为 0.1 s. 在波的传播方向上,有两质点的振动相位差为$\frac{5\pi}{6}$,则两质点相距为________.

8. 如图甲所示为 $t=0$ 时的简谐波的波形图，波沿 $x$ 轴正方向传播，如图乙所示为一质点的振动曲线，则图甲中所表示的 $x=0$ 处质点振动的初相位与图乙所表示的质点振动的初相位分别为________.

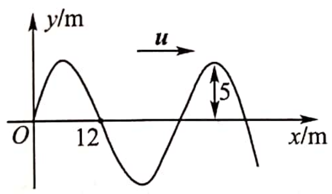


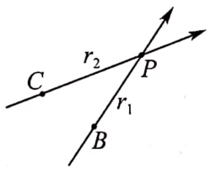

第 8 题图

9. 已知一平面简谐波沿 $x$ 轴正向传播，振动周期 $T=0.5\ \mathrm{s}$，波长 $\lambda=10\ \mathrm{m}$，振幅 $A=0.1\ \mathrm{m}$. 当 $t=0$ 时，波源振动的位移恰好为正的最大值. 若波源处为原点，则沿波传播方向距离波源为 $\frac{\lambda}{2}$ 处质点的振动方程为________.

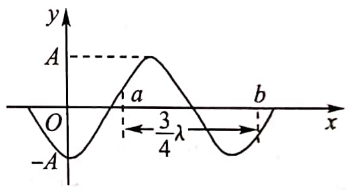
10. 有一列向 $x$ 轴正方向传播的平面简谐波，它在 $t=0$ 时刻的波形如图所示，其波速为 $u=600\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则其波动方程为________.




第 10 题图




第 11 题图




第 12 题图

11. 一简谐波沿 $BP$ 方向传播，它在点 $B$ 处引起的振动方程为 $y_1=A_1\cos(2\pi t)$. 另一简谐波沿 $CP$ 方向传播，它在点 $C$ 处引起的振动方程为 $y_2=A_2\cos(2\pi t+\pi)$. 点 $P$ 与点 $B$ 相距 $0.40\ \mathrm{m}$，与点 $C$ 相距 $0.50\ \mathrm{m}$，如图所示. 两简谐波波速均为 $u=0.20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则两波在点 $P$ 处的相位差为________.

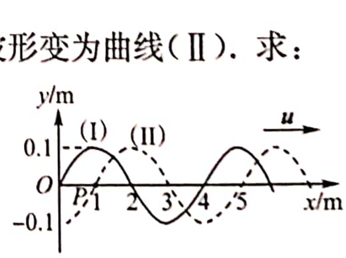
12. 如图所示，图中曲线可以是某时刻的驻波波形，也可以是某时刻的行波波形，其中 $\lambda$ 为波长. 就驻波而言，$a$，$b$ 两点间的相位差为________；就行波而言，$a$，$b$ 两点间的相位差为________.

**三、计算题（13 ～ 16 小题每题 12 分，17 小题 10 分，共 58 分）**

13. 如图所示，曲线（Ⅰ）为 $t=0$ 时的波形，经过 0.5 s（$<T$）后波形变为曲线（Ⅱ）. 求：

(1) 波动方程.

(2) 点 $P$ 处的振动方程.



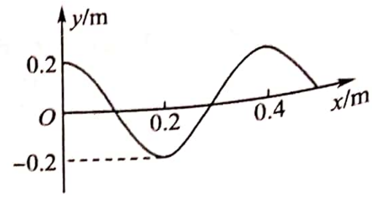

第 13 题图

14. 一列简谐波以波速 $u=36\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 沿 $x$ 正方向传播，在 $t=\frac{3}{4}T$ 时的波形图如图所示.

(1) 画出 $t=0$ 时波形图.

(2) 求点 $O$ 的振动方程.

(3) 求波动方程.

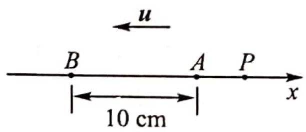


第 14 题图

15. 已知一平面简谐波在介质中以速度 $u=10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 沿 $x$ 轴负方向传播，若波线上点 $A$ 处质点的振动方程为 $y_A=2\cos(2\pi t+a)$，已知波线上另一点 $B$ 与点 $A$ 相距 10 cm.

(1) 分别以点 $A,B$ 为坐标原点求出波动方程.

(2) 求出点 $B$ 处质点的振动速度表达式.



第 15 题图

**16.** 一沿弹性绳的简谐波的波动方程为 $y=A\cos(20\pi t-\pi x)$(m)，波在 $x=11$ m 的固定端反射. 不考虑传播中的能量损失，求：

(1) 该简谐波的波长和波速.

(2) 反射波的波动方程.

(3) 驻波方程.

**17.** 若有一固定波源向一远离波源的飞机发射频率为 $\nu=30$ kHz 的超声波，与波源安装在一起的接收器接收到从飞机反射回来的超声波的频率为 $\nu''=10$ kHz，已知空气中的声速为 340 m·s$^{-1}$，求飞机的飞行速度 $v$.

院系________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线

# 第十章波动同步测试 B 卷

## 一、选择题(1 ～ 6 小题,每题 3 分,共 18 分)

**1.** 一平面简谐波的波动方程为 $y=-0.05\sin[\pi(t-2x)]$(m)，则此波动的频率、波速及各质点的振幅依次为 (　　)

(A) $\frac{1}{2},\frac{1}{2},-0.05$　(B) $\frac{1}{2},\frac{1}{2},0.05$　(C) $\frac{1}{2},1,-0.05$　(D) $2,2,0.05$

**2.** 已知一平面余弦波的波动方程为 $y=2\cos[\pi(2.5t-0.01x)]$，式中 $x,y$ 均以 cm 计。在同一波线上，离 $x=5$ cm 最近且与 $x=5$ cm 处质元振动相位相反的点的坐标为 (　　)

(A) 7.5 cm　(B) 55 cm　(C) 105 cm　(D) 205 cm

**3.** 一平面简谐波动方程为 $y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\right]$,在 $T$ 时刻,$x_1=\frac{\lambda}{4}$ 与 $x_2=\frac{3\lambda}{4}$ 两点处介质质点的速度之比为 (　　)

(A)1 ∶ 1　(B)1 ∶ −1　(C)3 ∶ 1　(D)1 ∶ 3

**4.** 一平面简谐波在弹性介质中传播，在介质元从最大位移处回到平衡位置的过程中，(　　)

(A) 它的势能转换成动能

(B) 它的动能转换成势能

(C) 它从相邻的一段介质元中获得能量，其能量逐渐增大

(D) 它把自己的能量传给相邻的一介质元，其能量逐渐减小

**5.** 两初相位相同的相干波源，在其叠加区域内振幅最小的各点到两波源的波程差等于 (　　)

(A) 波长的偶数倍　(B) 波长的奇数倍

(C) 半波长的偶数倍　(D) 半波长的奇数倍

**6.** 一弦线上的驻波方程为 $y=12\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\cos(20\pi t)$(m),波节的位置坐标为(其中的 $k=0,1,2,3,\cdots$) (　　)

(A) $x=\pm(2k+1)$　(B) $x=\pm 2k$

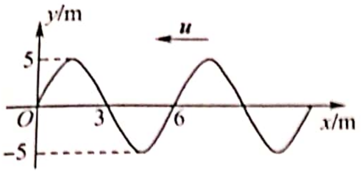
(C) $x=\pm\frac{1}{2}(2k+1)$　(D) $x=\pm\frac{2k+1}{4}$

## 二、填空题(7 ～ 12 小题,每题 4 分,共 24 分)

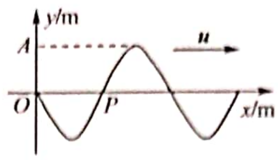
**7.** 一平面简谐纵波沿着线圈弹簧传播,设波沿着 $x$ 轴负方向传播,弹簧中某圈的最大位移为

5.0 cm，振动频率为 25 Hz，弹簧中相邻两疏部中心的距离为 24 cm，当 $t=0$ 时，在点 $x=0$ 处质元的位移为零并向 $y$ 轴正向运动，该波的波动方程为________.

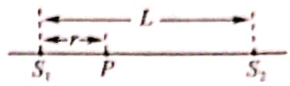
8. 有一平面波沿 $x$ 轴负方向传播，$t=0$ 时的波形如图所示，波速 $u=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则该波的波动方程为________.




第 8 题图




第 9 题图




第 11 题图

9. 平面简谐波在 $t=2$ s 时刻的波形图如图所示，波的振幅为 0.2 m，周期为 4 s，则点 $P$ 处质点的振动方程为________.

10. 一平面简谐波在弹性介质中传播，若 $t$ 时刻一介质质元的势能为 10 J，在 $(t+T)$（$T$ 为波的周期）时刻，则该介质质元波的能量是________.

11. 如图所示，$S_1$ 和 $S_2$ 为同相位的两相干波源，相距为 $L$，点 $P$ 距 $S_1$ 为 $r$. 波源 $S_1$ 在点 $P$ 处引起的振动振幅为 $A_1$，波源 $S_2$ 在点 $P$ 引起的振动振幅为 $A_2$，两波波长都是 $\lambda$，则点 $P$ 处质点的振幅 $A=$________.

12. 假设真空中有一平面电磁波，其磁场强度波的波动方程为 $H_z=1.59\times 10^{-3}\cos\left[2\pi\times 10^{8}\times\left(t-\dfrac{x}{c}\right)\right]$(SI)，则它的电场强度波的波动方程为________（真空电容率 $\varepsilon_0=8.85\times 10^{-12}\ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$，真空磁导率 $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$）.

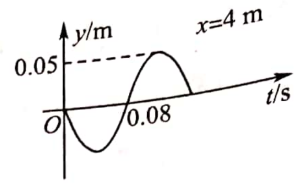
**三、计算题（13 ～ 16 小题每题 12 分，17 小题 10 分，共 58 分）**

13. 已知一平面简谐波的方程为 $y=A\cos[\pi(4t+2x)]$ (m).

(1) 求该波的波长 $\lambda$、波速 $u$ 和初相位.

(2) 写出 $t=4.2$ s 时刻各波峰位置的坐标表达式，并求出此时离坐标原点最近的波峰的位置.

**14.** 一平面简谐波沿 $x$ 轴正向传播，波速 $u=50\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，已知 $x=4\ \mathrm{m}$ 处质点的振动曲线如图所示，求该波的波动方程.

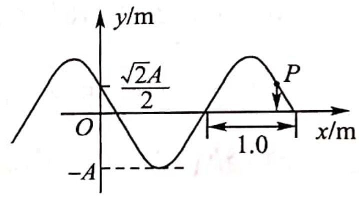



第 14 题图

**15.** 一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图如图所示，设此简谐波的振幅为 0.1 m，频率为 250 Hz，且此时质点 $P$ 的运动方向向下，求：

(1) 该波的波动方程.

(2) 点 $x=2.5\ \mathrm{m}$ 处的质点在任意时刻的振动速度.

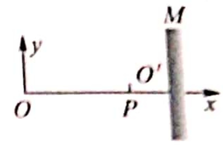



第 15 题图

**16.** 如图所示，一角频率为 $\omega$、振幅为 $A$ 的平面简谐波沿 $x$ 轴正方向传播，设在 $t=0$ 时刻该波在原点 $O$ 处引起的振动使介质元由平衡位置向 $y$ 轴的负方向运动. $M$ 是垂直于 $x$ 轴的波密介质反射面. 已知 $OO'=\frac{7}{4}\lambda$，$PO'=\frac{\lambda}{4}$（$\lambda$ 为该波的波长），设反射波不衰减，求：

（1）入射波与反射波的波动方程.

（2）点 $P$ 处质点的振动方程.



第 16 题图

**17.** 两列火车分别以 72 $km \cdot h^{-1}$ 和 54 $km \cdot h^{-1}$ 的速度相向而行，第一列火车发出一个 600 Hz 的汽笛声，若空气中的声速为 340 $m \cdot s^{-1}$，求第二列火车上的观察者听到该声音的频率在相遇前和相遇后分别为多少.

解得 $v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$.

方法二：当链条离开桌边的长度为 $x$ 时，这部分链条的质量为$\frac{mx}{l}$，此时链条移动一微小元位移 $\mathrm{d}x$，重力做的元功为 $\mathrm{d}W=m\frac{x}{l}g\mathrm{d}x$.

链条刚离开桌边时，重力做的功为

$W=\int_a^l m\frac{x}{l}g\mathrm{d}x=\frac{m}{2l}g(l^2-a^2)$.

由动能定理可得

$W=\frac{m}{2l}g(l^2-a^2)=\frac{1}{2}mv^2-0$,

解得 $v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$.

方法三：取链条、地球为一系统，由于系统内只有保守力做功，因此系统的机械能守恒. 势能零点选在桌面上，则有 $-\frac{m}{l}ag\cdot\frac{a}{2}=-mg\cdot\frac{l}{2}+\frac{1}{2}mv^2$,

解得 $v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$.

16.【思路探索】物体的整个运动过程可分为两个分过程，注意不同过程的系统选择. 第一过程是完全非弹性碰撞，系统动量守恒，机械能不守恒；第二过程是弹簧在 A 和 B 的运动中，边运动，边被压缩、拉伸的反复过程，系统动量守恒，机械能守恒.

解：子弹射入滑块 A 中经历时间极短，A，B 的位置尚无明显变化. 选取子弹和滑块 A 为系统，系统在水平方向不受外力，水平方向的动量守恒，设 A 与子弹的共同速度 $v'$，则有

$\frac{1}{4}mv=\left(\frac{1}{4}m+m\right)v'$. ①

选取 A，B 和子弹为系统，滑块 A(含子弹) 以 $\boldsymbol{v}'$ 向右压缩弹簧并推动滑块 B 的过程中，系统在水平方向不受外力，水平方向的动量守恒；当 A，B 的速度相等而相对静止时，弹簧的压缩量达到最大 $\Delta l$. 设此时它们的共同速度$\boldsymbol{v}''$，由动量守恒定律和机械能守恒定律得

$\frac{5}{4}mv'=\left(\frac{5}{4}m+m\right)v''$, ②

$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}m\right)v'^2=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}m+m\right)v''^2+\frac{1}{2}k\Delta l^2$. ③

由式 ①，② 和 ③ 可得 $\Delta l=\frac{\sqrt{20}}{30}\sqrt{\frac{m}{k}}v$.

17.【思路探索】人跌落可看作两个过程. 第一个过程是自由落体运动过程，人从静止开始下落，受重力作用动量逐渐增大；第二个过程是缓冲过程，人受到向下的重力(恒力) 和安全向上的带拉力(安全带的拉力随伸长而增大，是一个变力)的合力作用，动量开始逐渐减少，最后达到静止. 容易看出，只要求得动量的改变，根据题中给出的弹性力作用时间，由动量定理就可求出安全带对人的平均冲力.

解：方法一：以人为研究对象，分两阶段讨论. 人跌落可看作自由落体运动过程，人跌落至4.9 m 时的速度为

$v_1=\sqrt{2gh}$(方向竖直向下，取负值). ①

在缓冲过程中，人体同时受重力和安全带冲力的作用，根据动量定理，则有

$(\overline{F}-G)\Delta t=mv_2-mv_1=0+mv_1$. ②

由式 ①，② 可得安全带对人的平均冲力大小为

$\overline{F}=mg+\frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t}=1.76\times10^3$ N.

方法二：动量定理也可应用于整个过程. 但两个力的作用时间是不同的；而在过程的初态和末态，人体的速度均为零. 由动量定理得

$\overline{F}\Delta t+G\Delta t'=0$.

而重力作用的总时间为 $\Delta t'=\Delta t+\sqrt{\frac{2h}{g}}$,

由此可得平均冲力大小为

$\overline{F}=\frac{mg}{\Delta t}\sqrt{\frac{2h}{g}}+mg=1.76\times10^3$ N.

**【方法点击】**当考察外力对物体在某一段时间过程中持续作用的效果时，并且求解时并不要求我们追求外力和过程变化的细节，宜用动量定理来求解有关力的问题.

# 第三章动量守恒定律和能量守恒定律同步测试 B 卷解析

## 一、选择题

1. B　2. C　3. C　4. D　5. C　6. C

1. 解析：由动量定理 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 可知，它们受到相等的冲量作用时，它们的动量改变应相等.
故选 B.

2. 解析：根据动能定理，物体的动能不变，则物体所受一切外力做功的代数和为零.
选项 A 错误. 物体的动能不变，则物体所受一切外力做功的代数和为零，但合外力不一定为零. 做功与路径有关.

选项 B 错误. 如果物体的动能不变,那么物体所受一切外力做功的代数和为零,但不一定是没有任何外力对物体做功.

选项 C 正确. 根据功的定义式 $W=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$,做功与路径有关. 外力的切向分力可改变物体速度的大小,即改变物体的动能,因此外力的切向分力对物体做功. 所以,如果物体的动能变化,那么合外力的切向分力一定做了功.

选项 D 错误. 如果物体的动能增加,那么势能不一定减少. 只有在机械能守恒的情况下,物体的动能增加,势能才是一定减少.

故选 C.

3. 解析:由于动量是矢量,在动量守恒定律中,系统的动量守恒或不变是指系统的动量是恒矢量,即系统的动量大小和方向都始终保持不变. 飞机作匀速率圆周运动,速度方向不断变化,虽然初、末态的动量相同,但动量不守恒. 根据动量定理 $\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1=m\boldsymbol{v}_2-m\boldsymbol{v}_1$,飞机飞行一周后,飞机的初、末态的速度相同,动量相同,所以飞机一周向心力的冲量等于零.

故选 C .

【方法点击】初、末态的动量相同不等同于动量守恒. 一段时间内动量矢量保持不变,在这段时间内才动量守恒.

4. 解析:以人和船为系统,由于系统在水平方向所受合外力为零,故系统在水平方向动量守恒,则有

$(m_{人}+m_{船})v_0=m_{人}\left(v+\frac{v_0}{2}\right)+m_{船}\frac{v_0}{2}$.

$m_{人}=60\ \mathrm{kg}, m_{船}=600\ \mathrm{kg}, v_0=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,则有 $v=11\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

故选 D.

5. 【思路探索】根据质点的动能定理求解.

解析:根据功的定义式,则有

$W=\boldsymbol{F}\cdot\Delta\boldsymbol{r}=F_x\Delta x+F_y\Delta y+F_z\Delta z=W_x+W_y+W_z$,

即 $W=(-3)\times4+(-5)\times(-5)+9\times6=67\ \mathrm{J}$.

根据质点的动能定理 $W=E_{k_2}-E_{k_1}$,则有 $E_{k_2}-E_{k_1}=67\ \mathrm{J}$.

故选 C.

6. 【思路探索】功可由功的定义或动能定理两种方法求解,求出功后再根据功率的定义式 $P=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$ 求出 2 s 时的瞬时功率.

解析:由于 $a=\frac{F}{m}=3t$,则有

$v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t 3t\mathrm{d}t=\frac{3}{2}t^2$.

根据功的定义式,则有

$W=\int_0^x F\cdot\mathrm{d}x=\int_0^t F\cdot v\mathrm{d}t=\int_0^t 6t\cdot\frac{3}{2}t^2\mathrm{d}t=\frac{9}{4}t^4$.

(或根据质点的动能定理 $W=E_{k_2}-E_{k_1}$,则有 $W=E_{k_2}-E_{k_1}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{9}{4}t^4$).

瞬时功率

$P=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=9t^3$(或 $P=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=6t\cdot\frac{3}{2}t^2=9t^3$).

当 $t=2$ s 时,$P=9\times2^3=72$ W.

故选 C.

## 二、填空题

| | |
|---|---|
| 7. 12 N·s | 8. 1760 J |
| 9. 135 kN | 10. 1 m |
| 11. $-\frac{Gmm_E}{2R_E}$ | 12. 918 m |

7. 【思路探索】本题可根据动量定理 $\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1$ 求解.

解析:质点运动的速度大小为 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4+2t$.

当 $t=0$ 时,$v_0=4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$;当 $t=3$ s 时,$v=10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

根据动量定理 $\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1$ 可得,力 $F$ 的冲量大小为

$I=p_2-p_1=m(v-v_0)$

$=2\times(10-4)=12\ \mathrm{N\cdot s}$.

故填 12 N·s.

8. 【思路探索】本题可根据动能定理 $W=E_{k_2}-E_{k_1}$ 求解.

解析:质点运动的速度大小为

$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3-8t+3t^2$.

当 $t=0$ 时,$v_0=3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$;当 $t=4$ s 时,$v=19\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

根据动能定理 $W=\int_{x_1}^{x_2}F\mathrm{d}x=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$ 可得,力 $F$ 对质点所做的功为

$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times10\times(19^2-3^2)\ \mathrm{J}$

$=1760\ \mathrm{J}$.

故填 1760 J.

9. 解析:根据动量定理 $\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\boldsymbol{F}\Delta t=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1$ 可得,射击时所需的平均力大小为

$\overline{F}=\frac{|\Delta\boldsymbol{p}|}{\Delta t}=\frac{m|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\frac{1200\times(15+1.5)}{0.12}\ \mathrm{N}$

$=165\ \mathrm{kN}$.

故填 165 kN.

10.【思路探索】根据动量守恒定律求解.

解析：以人和船为系统，人从船尾走到船头过程中系统的动量守恒. 则有

$0=M_{船}V+m_{人}(V-v)$.

由此可得船后退的速率为 $V=\frac{m_{人}v}{M_{船}+m_{人}}$，

此过程中船将后退距离为

$$s=Vt=\frac{m_{人}v}{M_{船}+m_{人}}\times\frac{5}{v}=\frac{\frac{M}{4}v}{M+\frac{M}{4}}\times\frac{5}{v}=1\ \text{m}.$$

故填 1 m.

11. 解析：利用保守力的功和势能的关系 $W=-\Delta E_p$ 及 $E_{p引}=-\frac{Gm_1m_2}{R}$（取 $E_{p引\infty}=0$）可得

$$W=-\Delta E_{p引}=-\left[\left(-\frac{Gmm_E}{2R_E}\right)-\left(-\frac{Gmm_E}{R_E}\right)\right]$$

$$=-\frac{Gmm_E}{2R_E}.$$

故填 $-\frac{Gmm_E}{2R_E}$.

12. 解析：石块滑行时只有摩擦力对它做功，根据动能定理 $W=E_{k_2}-E_{k_1}$ 可得

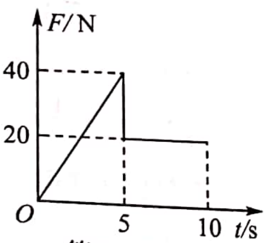
$-\mu mgs=0-\frac{1}{2}mv_0^2$，

则有 $s=\frac{v_0^2}{2\mu g}=\frac{30^2}{2\times0.05\times9.8}\ \text{m}=918\ \text{m}.$

故填 918 m.

## 三、计算题

13.【思路探索】首先根据 $F-t$ 图像，求出 $F$ 随时间 $t$ 的变化关系. 然后根据动量定理求出速度的改变，再根据动能定理求出变力 $F$ 做的功.




第 13 题解图

解：由图可得

$F_1=\frac{40}{5}t=8t(0\leqslant t\leqslant5)$，

$F_2=20(5\leqslant t\leqslant10)$.

$0\sim5$ s：由动量定理可得 $\boldsymbol{I}=\int\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=m\Delta\boldsymbol{v}$，即

$\int_0^5 8t\mathrm{d}t=m\Delta v$，

$$\Delta v=v_5=\frac{\int_0^5 8t\mathrm{d}t}{m}=10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

由动能定理可得

$$W=\Delta E_k=\frac{1}{2}mv_5^2=\frac{1}{2}m(\Delta v)^2$$

$$=\frac{1}{2}\times10\times10^2\ \text{J}=500\ \text{J}.$$

$5\sim10$ s：物体在恒力的作用下作匀加速直线运动，其加速度大小为

$a=\frac{F}{m}=\frac{20}{10}=2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

又因 $v_{10}=v_5+at=10+2\times5=20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，

由动能定理可得

$$W=\Delta E_k=\frac{1}{2}mv_{10}^2-\frac{1}{2}mv_5^2$$

$$=\frac{1}{2}\times10\times20^2-\frac{1}{2}\times10\times10^2=1500\ \text{J}.$$

10 s 内变力 $F$ 做的功为

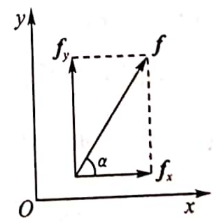
$W_{总}=500\ \text{J}+1500\ \text{J}=2000\ \text{J}$.

【方法点击】牛顿定律是力的瞬时作用规律，在求某一时刻对应的力、加速度及运动方程等过程中的细节问题时，用牛顿定律较为直接. 若过程中物体间相互作用关系复杂时，直接用牛顿定律处理会感到困难，若只涉及始末状态就可以求解的问题时，用能量的方法较容易，如求功、始末速度等和能量直接联系的量. 很多情况是两种方法结合使用，解决问题会更方便.

14.【思路探索】选取 $\Delta t$ 时间内落到传送带上的煤粉为研究对象，关键是写出其在 $\Delta t$ 时间内落到传送带上的煤粉质量 $\Delta m=q_m\Delta t$，并对其进行受力分析，然后应用动量定理求解.

解：设在 $\Delta t$ 时间内有质量为 $\Delta m=q_m\Delta t$ 的煤粉落到传送带上，取 $\Delta m$ 作为研究对象，设 $A$ 对煤粉的平均作用力为 $f$，如图所示，由动量定理得

$f_x\Delta t=\Delta mv-0$.




第 14 题解图

将 $\Delta m=q_m\Delta t$ 代入上式得 $f_x=q_mv$.

电动机拖动皮带的功率为

$P=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=f_xv=q_mv^2=40\times2^2\ \text{W}=160\ \text{W}$.

在 $\Delta t$ 时间内有质量为 $\Delta m=q_m\Delta t$ 的煤粉落到传送带上，煤粉增加的动能为 $\Delta E_k=\frac{1}{2}(\Delta m)v^2$.

单位时间内落下的煤粉获得的动能为

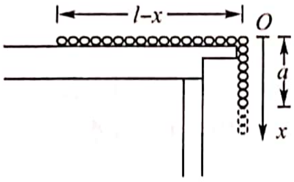
$$\frac{\Delta E_k}{\Delta t}=\frac{1}{2}\frac{\Delta m}{\Delta t}v^2=\frac{1}{2}q_mv^2$$

$$=\frac{1}{2}\times40\times2^2\ \text{J}\cdot\text{s}^{-1}=80\ \text{J}\cdot\text{s}^{-1}.$$

**【方法点击】**电动机拖动皮带的功率不等于单位时间内落下的煤粉获得的动能，其原因是质量为 $\Delta m$ 的煤粉落到传送带上时其速度由 0 增大到 $v$ 的过程中，相对传送带向后（左）运动，煤粉所走的距离 $s$ 小于传送带移动的距离. 实际上，由牛顿第二定律 $f_x = \Delta m a$（$a$ 为加速度），于是在 $\Delta t$ 时间内煤粉移动的距离 $s = \dfrac{v^2}{2a}$ 不等于传送带移动的距离 $\dfrac{1}{2}v\Delta t$. 因为一部分机械能转化为热能了，由此可知，机械能并不守恒，所以本题只能用动量定理来求解.

15. **【思路探索】**本题有两种解法. 应用牛顿运动定律求解时，关键是要正确写出链条所受的合外力；应用动能定理求解时，关键在于求出变力所做的功.

解：设链条的质量为 $m$，建立如图所示的坐标系. 当链条下端在任意位置 $x$ 时，在竖直方向链条受力为 $F = \dfrac{m}{l}gx$.



第 15 题解图

另外链条水平段所受摩擦力为 $f = \mu\dfrac{l-x}{l}mg$.

方法一：由牛顿第二定律 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ 可得

$$\frac{m}{l}gx - \mu\frac{l-x}{l}mg = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},$$

进行积分变量代换

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x},$$

将上式改写为 $v\mathrm{d}v = \left(\dfrac{g}{l}x - \mu g + \dfrac{\mu g}{l}x\right)\mathrm{d}x$.

代入初始条件对上式两边积分可得

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}\left[(l^2 - a^2) - \mu(l-a)^2\right]}.$$

方法二：链条刚离开桌边时，重力做的功为

$$W = \int_a^l m\frac{x}{l}g\,\mathrm{d}x = \frac{m}{2l}g(l^2 - a^2).$$

另外链条水平段所受摩擦力为 $f = \mu\dfrac{l-x}{l}mg$.

链条全部离开桌面时摩擦力所做的总功为

$$W_f = \int_a^l -\mu\frac{l-x}{l}mg\,\mathrm{d}x = -\frac{\mu mg}{2l}(l-a)^2.$$

由动能定理 $W_G + W_f = \dfrac{1}{2}mv^2$ 可得

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}\left[(l^2 - a^2) - \mu(l-a)^2\right]}.$$

**【方法点击】**依题意正确选择研究对象并进行受力分析，本题中的重力和摩擦力都是变力，变力做功要用积分法求之.

16. **【思路探索】**物体的整个运动过程可分为三个分过程，注意不同过程的系统选择. 第一过程是完全非弹性碰撞，系统动量守恒，机械能不守恒；第二过程中弹簧在 A 和 B 的运动中，边运动，边被压缩、拉伸的反复过程，系统动量守恒，机械能守恒；经分析可知求解本题的两个关键点：一是弹簧达到最大压缩时 A 和 B 的速度相等；二是滑块 B 的最大速度和最小速度均在弹簧处于自由长度时.

解：在滑块 A（含子弹）压缩弹簧阶段，滑块 B 向右加速，速度增加；弹簧恢复阶段时，弹簧伸长，使滑块 B 继续向右加速，直到弹簧处于自由长度时，滑块 B 不再加速，此时速度最大；接着弹簧继续伸长、恢复，是滑块 B 向左加速，速度减小的过程，再次回到自由长度时，滑块 B 不再减速，此时速度最小，如此反复下去. 所以滑块 B 速度的最大（最小）应出现在弹簧自由长度时. 设弹性势能为零时，滑块 A（含子弹）和滑块 B 的速度分别为 $v_1$ 和 $v_2$.

子弹射入滑块 A 中经历时间极短，A，B 的位置尚无明显变化. 选取子弹和滑块 A 为系统，系统在水平方向不受外力，水平方向的动量守恒，设 A 与子弹的共同速度 $v'$，则有

$$\frac{1}{4}mv = \left(\frac{1}{4}m + m\right)v', \qquad ①$$

由机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}m\right)v'^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}m\right)v_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2, \qquad ②$$

由动量守恒定律得

$$\frac{1}{4}mv = \frac{5}{4}mv_1 + mv_2. \qquad ③$$

由式 ①，② 和 ③ 可得

$v_2 = 0$（最小速度），$v_2 = \dfrac{2}{9}v$（最大速度）.

**【方法点击】**本题是一道动量守恒定律和机械能守恒定律综合应用题，对于较复杂的问题，要把它分为若干个过程来研究.

17. **【思路探索】**弹丸穿过摆锤的瞬间，水平方向上动量守恒，又摆锤在垂直平面内作圆周运动的过程中，满足机械能守恒. 如果摆锤能在垂直平面

内完成一个完整的圆周运动，摆锤恰能到达最高点处的条件是摆线张力为零. 由此求出摆锤在圆周最高点的运动速度 $v_h'$.

解：弹丸穿过摆锤的瞬间，水平方向上满足动量守恒定律，

$$mv = m\frac{v}{2} + m'v'. \quad ①$$

为使摆锤恰好能在垂直平面内作圆周运动，在最高点时摆线中的张力 $F_T = 0$，

则 $m'g = \frac{m'v_h'^2}{l}$， ②

式中 $v_h'$ 为摆锤在圆周最高点的运动速度.

又摆锤在垂直平面内作圆周运动的过程中，满足机械能守恒，故有

$$\frac{1}{2}m'v'^2 = 2m'gl + \frac{1}{2}m'v_h'^2. \quad ③$$

解①，②和③三个方程，可得弹丸所需速率的最小值为 $v = \frac{2m'}{m}\sqrt{5gl}$.

【方法点击】该题为逆向思维，综合运用. 既应用了动量守恒定律和机械能守恒定律，又应用了圆周运动的概念和公式.

# 第四章刚体转动和流体运动同步测试 A 卷解析

## 一、选择题

1. C　2. C　3. B　4. A　5. B　6. D

1. 解析：刚体转动的角位置、角位移、角速度和角加速度都是矢量.
故选 C.

2. 【思路探索】对 A 和 B 两个定滑轮分别由转动定律列出方程分析求解.
解析：对滑轮 A 有 $TR = J\alpha_A$，
$Mg - T = Ma$.
又因为 $a = R\alpha_A$，所以 $T < Mg$.
对滑轮 B 有 $FR = J\alpha_B$，
由题意 $F = Mg$，
所以 $\alpha_A < \alpha_B$.
故选 C.

3. 解析：以细杆与小球为系统，小球与细杆碰撞历时极短，近似认为细杆在竖直位置. 小球与细杆碰撞过程中对转轴 $O$ 的合外力矩为零，所以系统对转轴 $O$ 的角动量守恒. 小球与细杆之间为非弹性碰撞，有动能损失，所以机械能不守恒. 小球与细杆碰撞时，细杆在转轴 $O$ 处受到水平约束力不为零，因此水平方向上动量不守恒.
故选 B.

4. 解析：由角动量的定义 $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$ 可得，
质点对原点 $O$ 的角动量大小为
$$L = |\boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}| = rmv\sin\angle(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v})$$
$$= 3 \times 2 \times 4 \times \sin 150^\circ\ \mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$$
$$= 12\ \mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}.$$
根据右手螺旋定则可判知 $\boldsymbol{L}$ 垂直于纸面（$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$ 所在平面）指向外，即沿 $z$ 轴正方向.
故选 A.

5. 解析：木棒在下落过程中所受外力矩即重力矩. 重力矩的力臂在木棒下落过程中逐渐变小，则重力矩由大变小，由转动定律 $M = J\alpha$ 知，角加速度从大到小，而角速度则从小到大.
故选 B.

6. 解析：小物块绕桌孔中心转动，所受外力即绳向下拉的力通过孔心，故对孔心的力矩为零；重力和桌面的支持力对孔心的力矩也为零，故系统对孔心的合外力矩为零，所以系统的角动量守恒. 小物块受绳的拉力作用，拉力对小物块做功，故动能和动量都改变.
故选 D.

## 二、填空题

| | |
|---|---|
| 7. $mab\omega\boldsymbol{k}$ (SI)，0 | 8. $50ml^2$ |
| 9. $\frac{4}{3}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ | 10. $\frac{3v_0}{2l}$ |
| 11. $\sqrt{\frac{3g}{l}}$，$\frac{1}{2}mgl$ | 12. $3\omega_0$，$\frac{3}{2}J_0\omega_0^2$ |

7. 解析：由 $\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 可得，$\boldsymbol{v} = -a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$.
方法一：由角动量的定义 $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$ 可得，质点对原点 $O$ 的角动量
$$\boldsymbol{L} = m(a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}) \times (-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j})$$
$$= mab\omega\boldsymbol{k}.$$
$\boldsymbol{L}$ 为常矢量，根据角动量定理 $\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$ 可得，
$\boldsymbol{M} = 0$.
方法二：由 $\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 可得，
$$\boldsymbol{a} = -a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i} - b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j} = -\omega^2\boldsymbol{r}.$$

由牛顿第二定律 $f=ma$ 可得，$\boldsymbol{F}=-m\omega^2\boldsymbol{r}$.

由力矩的定义 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ 可得，$\boldsymbol{M}=0$.

故填 $mab\omega\boldsymbol{k}$(SI)，0.

8. 解析：转动惯量为

$J=4m(3l)^2+3m(2l)^2+2ml^2=50ml^2$.

故填 $50ml^2$.

9. 解析：以人和圆盘为系统，由于人和圆盘的重力以及转轴对转台的支持力都平行于转轴，这些外力对转轴的力矩为零，所以系统对转轴 $O$ 的角动量守恒. 人对圆盘的角速度为 $\omega'=\frac{v}{R}$，圆盘相对地面的角速度为 $\omega_0$，则人对地面的角速度为

$\omega=\omega_0+\omega'$.

由角动量守恒定律则有

$$0=J_{人}\omega+J_{盘}\omega_0$$
$$=m_{人}R^2\left(\frac{v}{R}+\omega_0\right)+\frac{1}{2}m_{盘}R^2\omega_0,$$

即 $0=60\times1^2\times(2+\omega_0)+\frac{1}{2}\times60\times1^2\times\omega_0$.

$\omega_0=-\frac{4}{3}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

负号表示圆盘与人运动方向相反.

故填 $\frac{4}{3}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

**【方法点击】**应用角动量守恒定律解题时，系统中每一个物体的速度或角速度应转换成相对同一个惯性参考系的速度或角速度.

10. 解析：以棒与子弹为系统，子弹与棒碰撞历时极短，由于系统所受外力对过棒中心 $O$ 点的竖直轴的力矩均为零，所以系统对此轴的角动量守恒.

则有 $mv_0\frac{1}{2}l=\left[m\left(\frac{1}{2}l\right)^2+\frac{1}{12}ml^2\right]\omega$.

则子弹射入后瞬间杆的角速度 $\omega=\frac{2v_0}{2l}$.

故填 $\frac{3v_0}{2l}$.

**【方法点击】**注意，子弹冲入棒的过程中，以子弹和棒为系统的总动量并不守恒.

11. 解析：细杆与地球为系统，细杆绕水平光滑轴 $O$ 在竖直平面内转动过程中只有重力做功，系统的机械能守恒. 取杆位于竖直位置时其重心处为重力势能零点，则有 $mg\frac{1}{2}l=\frac{1}{2}J\omega^2$.

而细杆的转动惯量 $J=\frac{1}{3}ml^2$，则有 $\omega=\sqrt{\frac{3g}{l}}$.

由转动动能的定义 $E_k=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}mgl$.

故填 $\sqrt{\frac{3g}{l}}$，$\frac{1}{2}mgl$.

12. 解析：运动员绕自身的竖直轴转动过程中，运动员的重力与地面对她的支持力通过转轴，对转轴的力矩为零，故运动员转动过程中角动量守恒，

则有 $J_0\omega_0=\frac{1}{3}J_0\omega$.

她转动的角速度为 $\omega=3\omega_0$.

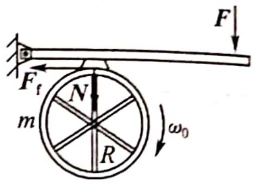
由转动动能的定义，转动动能为

$E_k=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}J_0(3\omega_0)^2=\frac{3}{2}J_0\omega_0^2$.

故填 $3\omega_0$，$\frac{3}{2}J_0\omega_0^2$.

## 三、计算题

13. 解：飞轮在在恒力矩作用下停止转动 $\omega=0$，制动时的角加速度为



第 13 题解图

$$\alpha=\frac{\omega-\omega_0}{t}$$
$$=\frac{0-\frac{2\pi\times1000}{60}}{5}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$
$$=-20.9\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}.$$

负号表示 $\alpha$ 与 $\omega_0$ 的方向相反.

闸瓦作用于飞轮的摩擦力矩为

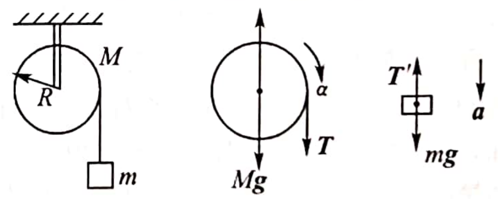
$M=-F_fR=-\mu NR$.

根据定轴转动定律 $M=J\alpha$ 得 $-\mu NR=J\alpha$.

将飞轮绕轴的转动惯量 $J=mR^2$ 代入上式可解得

$N=-\frac{mR\alpha}{\mu}=-\frac{60\times0.25\times(-20.9)}{0.8}\ \text{N}=392\ \text{N}$.

14. **【思路探索】**根据牛顿运动定律和转动定律，分别对物体和圆盘列运动方程解之.



第 14 题解图

解：受力如图所示.

对悬挂物体，根据牛顿第二定律，则有

$mg-T'=ma$. ①

对圆盘(滑轮)，由转动定律，则有

$TR=J\alpha$. ②

且 $T=T'$，根据角量与线量之间的关系，则有

$a=R\alpha$. ③

由式 ①，② 和 ③ 可得物体下落的加速度为

$a=\frac{2m}{2m+M}g$.

物体由静止下落 $h$ 高度时的速度为

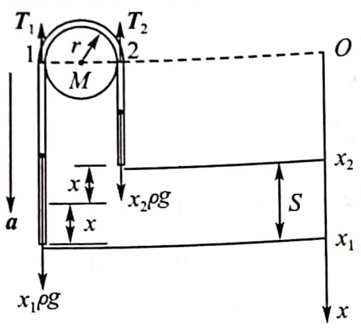
$v=\sqrt{2ah}=\sqrt{\dfrac{4mgh}{2m+M}}.$

这时滑轮转动的角速度为

$\omega=\dfrac{v}{R}=\dfrac{\sqrt{\dfrac{4mgh}{2m+M}}}{R}.$

**【方法点击】**如果在一个物体系中,有的物体作平动,有的物体作定轴转动,处理此类问题,仍然采用隔离体法,但应分清哪些物体作平动,哪些物体作转动.把平动的物体隔离出来,按牛顿第二定律写出其动力学方程;把定轴转动的物体隔离出来,按转动定律写出其动力学方程,然后对这些方程综合求解.

15.**【思路探索】**由于绳子质量不能忽略,可将圆盘两侧绳子作为研究对象,根据牛顿运动定律和转动定律,分别对绳子和圆盘列动力方程解之.




第 15 题解图

解:建立如图所示的坐标系.

方法一:设任一时刻圆盘两侧绳长分别为 $x_1$,$x_2$.以长度为 $x_1$,$x_2$ 的两段绳和盘为研究对象,根据牛顿运动定律和转动定律则有

$x_2\rho g-T_2=-x_2\rho a$, ①

$x_1\rho g-T_1=-x_1\rho a$, ②

$(x_2-x_1)\rho gr+(T_2-T_1)r$

$=\left(\dfrac{1}{2}Mr^2+\pi r\rho r^2\right)\alpha$, ③

而 $a=r\alpha$, ④

且有 $l=\pi r+x_1+x_2$, ⑤

$x_1-x_2=S.$ ⑥

联立式 ① ~ ⑥ ,并利用 $\rho=\dfrac{m}{l}$ 解得

$a=\dfrac{Smg}{\left(m+\dfrac{1}{2}M\right)l}.$

方法二:以绳、滑轮、地球为系统,则系统的机械能守恒.设绳子两端相等时的位置为重力势能零点,当绳子左端下降 $x$(右端上升 $x$) 时,则有

$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}Mr^2\right)\omega^2+\dfrac{1}{2}\rho lv^2-\rho xg\cdot s=E.$

$E$ 为绳子两端相等时系统的机械能.

将上式两边对 $t$ 求导,并利用 $v=\omega r$,$\dfrac{dv}{dt}=r\dfrac{d\omega}{dt}$ 和 $\dfrac{dx}{dt}=v$ 可得 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{2\rho gx}{\rho l+\dfrac{1}{2}M}.$

因 $S=2x$,则有 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{Smg}{\left(m+\dfrac{1}{2}M\right)l}.$

**【方法点击】**与质点动力学相似,许多问题用机械能守恒定律计算比较简便.此题与滑轮两边分别挂两个物体 $m_1$,$m_2$ 结果相似$\left(a=\dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2+\dfrac{1}{2}m}g\right)$.

16.**【思路探索】**小球与细杆发生完全弹性碰撞,可根据机械能守恒定律和角动量守恒定律求解.

解:设 $v$ 为小球与直杆碰撞后的速度,$\omega$ 为小球与直杆碰撞后直杆的角速度.以小球、细杆为系统,小球与细杆发生完全弹性碰撞,故机械能守恒,角动量守恒.则有

$\dfrac{1}{2}m_0v_0{}^2=\dfrac{1}{2}m_0v^2+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}mL^2\right)\omega^2,$

$m_0v_0L=m_0vL+\dfrac{1}{3}mL^2\omega.$

由上述两式可得

$\omega=\dfrac{6m_0v_0}{(3m_0+m)L},v=\dfrac{3m_0-m}{3m_0+m}v_0.$

**【方法点击】**刚体力学碰撞问题中,在解决定轴转动或碰撞后刚体系统的定轴转动问题时,有时应用角动量守恒定律与机械能守恒定律解题更方便.

17.解:(1) 根据角动量守恒定律,则有

$mv_0\dfrac{L}{2}=\left(\dfrac{1}{4}mL^2+\dfrac{1}{3}ML^2\right)\omega.$

细棒的角速度 $\omega=\dfrac{6mv_0}{(3m+4M)L}.$

(2) 根据角动量定理,则有$\int_0^t M\mathrm{d}t=J\omega-J\omega_0.$

子弹给细棒的冲量矩为$\int_0^t M\mathrm{d}t=\dfrac{2MmLv_0}{3m+4M}.$

(3) 根据机械能守恒定律,则有

$\dfrac{1}{2}(M+m)gL(1-\cos\theta)$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}ML^2+\dfrac{m}{4}L^2\right)\omega^2.$

转动的最大角度为

$\theta=\arccos\left[1-\dfrac{3m^2v_0^2}{(m+M)(3m+4M)gL}\right].$

**【方法点击】**对于两体碰撞问题,联合应用机械能守恒定律和角动量守恒定律求解更方便.

# 第四章刚体转动和流体运动同步测试 B 卷解析

## 一、选择题

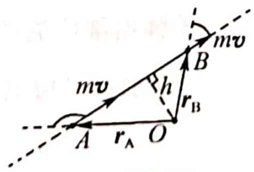
1. C　2. A　3. D　4. D　5. B　6. A

1. 解析：刚体定轴转动的转动惯量不仅与刚体的形状、大小及其刚体的质量分布有关，还与转轴的位置有关. 对于给定的刚体和给定的转轴，刚体定轴转动的转动惯量是一恒量；对于同一刚体不同的转轴，刚体定轴转动的转动惯量不同.
故选 C.

2. 【思路探索】对 A 和 B 两根细杆可由转动惯量的定义以及转动定律分别列出方程分析求解.
解析：设两细杆的质量线密度为 $\lambda=\frac{m}{L}$，由转动惯量的定义
$J_A=\int_0^L x^2\lambda\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\lambda L^3$，
$J_B=\int_{-\frac{1}{3}L}^{\frac{2}{3}L}x^2\lambda\mathrm{d}x=\frac{1}{9}\lambda L^3$.
由转动定律 $M=J\alpha$，则有
$J_A\alpha_A=\frac{1}{2}mgL$，
$J_B\alpha_B=\frac{2}{3}mg\cdot\frac{L}{3}-\frac{1}{3}mg\cdot\frac{L}{6}=\frac{mgL}{6}$.
所以 $\alpha_A=\alpha_B$.
故选 A.

3. 解析：以棒与小球为系统. 小球与棒碰撞历时极短，小球对轴的重力矩远小于球与棒相撞时的冲力矩，小球对轴的重力矩可忽略，故系统对点 $O$ 的合外力矩为零，所以系统对点 $O$ 的角动量守恒. 碰撞为完全弹性碰撞，故动能守恒. 小球与棒碰撞时轴对棒的反力很大，不能忽略，所以系统的动量不守恒.
故选 D.

4. 解析：由角动量的定义
$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$，
$L=|\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}|$
$=mv\sin\angle(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v})$.



第 4 题解图

如图所示，
$r_A mv\sin\angle(\boldsymbol{r}_A,\boldsymbol{v})=r_B mv\sin\angle(\boldsymbol{r}_B,\boldsymbol{v})=mvh$，
所以 $L_A=L_B=mvh$.
根据右手螺旋定则可判知 $\boldsymbol{L}_A$ 和 $\boldsymbol{L}_B$ 都垂直于纸面（$\boldsymbol{r}_A,\boldsymbol{r}_B,m\boldsymbol{v}$ 所在平面）指向里，所以 $\boldsymbol{L}_A,\boldsymbol{L}_B$ 方向相同.
故选 D.

5. 【思路探索】将盘和子弹作为一个系统，系统对转轴 $O$ 的角动量守恒.
解析：设子弹射入圆盘前角速度为 $\omega_0$，由角动量守恒定律有
$J_0\omega_0+mvd-mvd=J\omega$，
即 $J_0\omega_0=(J_0+2md^2)\omega$，
则有 $\omega=\frac{J_0\omega_0}{J_0+2md^2}$.
故选 B.

6. 解析：以小孩和平台为系统，系统对轴 $O$ 角动量守恒. 小孩对地面的角速度为 $\omega_0=\frac{v}{R}$，由角动量守恒定律则有 $0=J_人\omega_0+J\omega$，
即 $\omega=-\frac{J_人\omega_0}{J}=-\frac{mR^2\frac{v}{R}}{J}$.
负号表示平台与小孩运动方向相反，即顺时针方向.
故选 A.

## 二、填空题

7. $10\boldsymbol{k}$ kg・m²・s⁻¹, $6\boldsymbol{k}$ N・m
8. $\frac{65}{6}mR^2$
9. 2 rad・s⁻¹
10. $\frac{2v_0}{3a}$
11. $\frac{6mv_0}{(4m+3M)l}$
12. $\frac{2}{3}\omega_0,\frac{1}{3}J_0\omega_0^2$

7. 解析：由角动量的定义 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$ 可得，质点对原点 $O$ 的角动量大小为
$L=|\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}|=rmv\sin\angle(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v})$
$=2\times4\times2.5\times\sin150^\circ\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$
$=10\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$.
根据右手螺旋定则可判知 $\boldsymbol{L}$ 垂直于纸面（$\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}$ 所在平面）指向外，即沿 $z$ 轴正方向.
由力矩的定义 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ 可得，力对原点 $O$ 的力矩大小为
$M=|\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}|=rF\sin\angle(\boldsymbol{r},\boldsymbol{F})$
$=2\times6\times\sin30^\circ\ \mathrm{N\cdot m}=6\ \mathrm{N\cdot m}$.
根据右手螺旋定则可判知 $\boldsymbol{M}$ 垂直于纸面（$\boldsymbol{r},\boldsymbol{F}$ 所在平面）指向外，即沿 $z$ 轴正方向.
故填 $10\boldsymbol{k}$ kg・m²・s⁻¹, $6\boldsymbol{k}$ N・m.

8. 解析：由平行轴定理，圆盘的转动惯量为
$J_{圆盘}=\frac{1}{2}mR^2+m(3R)^2=\frac{19}{2}mR^2$.
细杆的转动惯量为

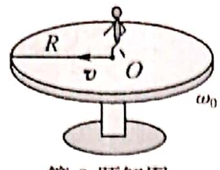
$J_{细杆} = \frac{1}{3}m(2R)^2 = \frac{4}{3}mR^2$.

则组合刚体的转动惯量为

$J = J_{圆盘} + J_{细杆} = \frac{19}{2}mR^2 + \frac{4}{3}mR^2 = \frac{65}{6}mR^2$.

故填$\frac{65}{6}mR^2$.

9. 解析:取人和转台为系统,并设 $t$ 时刻转台的角速度为 $\omega$. 人与转台间的力是内力,而转台的重力与轴对转台的支持力对转轴的力矩为零,故系统对转轴的角动量守恒.



第 9 题解图

人对转轴的转动惯量为 $J_人 = m(vt)^2$,由系统的角动量守恒得

$\frac{1}{2}MR^2\omega_0 = \frac{1}{2}MR^2\omega + mv^2t^2\omega$.

由上式可得 $t = 2$ s 时,转台的角速度为

$$\omega = \frac{MR^2\omega_0}{MR^2 + 2mv^2t^2}$$

$$= \frac{60 \times 1^2 \times 66}{60 \times 1^2 + 2 \times 60 \times 2^2 \times 2^2}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

$$= 2\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}.$$

故填 2 rad • s$^{-1}$.

10. 解析:以三个质点为系统,在碰撞过程中,由于系统所受外力对杆中心点 $O$ 的合外力矩为零,所以系统点 $O$ 的角动量守恒. 则有

$m_3v_0r_2 = m_3v_3'r_2 + m_2v_2'r_2 + m_1v_1'r_1$.

由于 $m_1 = m_2 = m_3, r_1 = r_2 = \frac{a}{2}$,

$v_1' = v_2' = v_3' = \frac{a}{2}\omega$,

则碰撞后杆转动的角速度 $\omega = \frac{2v_0}{3a}$.

故填$\frac{2v_0}{3a}$.

**【方法点击】**注意,在碰撞过程中,系统的总动量并不守恒. 这是因为在 $m_2$ 和 $m_3$ 碰撞过程中,系统还受到轴 $O$ 的冲量的缘故.

11. 解析:由于子弹进入杆到两者开始一起运动所经过的时间极短,在这一过程中杆的位置基本不变,即仍保持竖直. 因此对于子弹和杆系统,子弹与杆间的力是内力. 系统所受外力(杆的重力和轴对杆的作用力)对转轴的力矩都为零,故系统对转轴的角动量守恒. 则有

$mv_0\frac{2}{3}l = \left[m\left(\frac{2}{3}l\right)^2 + \frac{1}{3}Ml^2\right]\omega$,

则子弹射入后瞬间杆的角速度为

$\omega = \frac{6mv_0}{(4m + 3M)l}$.

故填$\frac{6mv_0}{(4m + 3M)l}$.

**【方法点击】**注意,子弹冲入棒的过程中,子弹和棒系统的总动量并不守恒. 这是因为在子弹和棒碰撞过程中,系统还受到轴 $O$ 的冲量的缘故.

12. 解析:运动员绕自身的竖直轴转动过程中,运动员的重力与地面对她的支持力通过转轴,对转轴的力矩为零,故运动员转动过程中角动量守恒.

则有 $J_0\omega_0 = \frac{3}{2}J_0\omega$.

她转动的角速度为 $\omega = \frac{2}{3}\omega_0$,

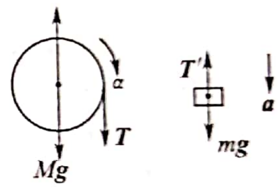
转动动能为

$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}J_0\left(\frac{2}{3}\omega_0\right)^2 = \frac{1}{3}J_0\omega_0^2$.

故填$\frac{2}{3}\omega_0$,$\frac{1}{3}J_0\omega_0^2$.

## 三、计算题

13. **【思路探索】**根据牛顿运动定律和转动定律,分别对物体和滑轮列运动方程.



第 13 题解图

解:受力如图所示. 对悬挂物体,根据牛顿第二定律,则有

$mg - T' = ma$. ①

对圆盘(滑轮),由转动定律,则有

$TR = J\alpha$. ②

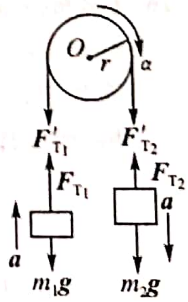
且 $T = T'$,根据角量与线量之间的关系,则有

$a = R\alpha$. ③

由式 ①,② 和 ③ 可解得绳中的张力为

$T = \frac{J\alpha}{R} = \frac{1}{2}Ma$.

14. **【思路探索】**根据牛顿运动定律和转动定律,分别对物体和滑轮列运动方程解之.



第 14 题解图

解:受力如图所示.

根据牛顿定律和定轴转动定律,则有

$F_{T_1} m_1g = m_1a$, ①

$m_2g - F_{T_2} = m_2a$, ②

$rF_{T_2} - rF_{T_1} = J\alpha$, ③

且有 $F'_{T_1} = F_{T_1}, F'_{T_2} = F_{T_2}, a = r\alpha, J = \frac{1}{2}mr^2$.

由式①,②和③解得

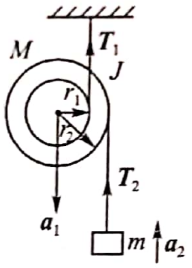
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}g.$$

$$F_{T_1} = \frac{2m_1m_2 + \frac{1}{2}mm_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}g,$$

$$F_{T_2} = \frac{2m_1m_2 + \frac{1}{2}mm_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}g.$$

**【方法点击】**在计及滑轮的质量时,就应考虑它的转动,此时滑轮两边绳中的张力大小不再相等.

15. **【思路探索】**根据牛顿运动定律和转动定律,分别对物体和圆柱列运动方程求解.



第15题解图

解:设圆柱向下加速运动,则物体向上加速运动,受力分析如图所示.

根据牛顿运动定律和转动定律,则有

$T_2 - mg = ma_2$, ①

$Mg + T_2 - T_1 = Ma_1$, ②

$T_1r_1 - T_2r_2 = J\alpha$, ③

由角加速度和线加速度之间的关系,

又有 $a_1 = r_1\alpha, a_2 = r_2\alpha$.

由式①,②和③可得

$\alpha = -0.4\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}, a_1 = -0.04\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,

$a_2 = -0.04\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}, T_1 = 59.76\ \text{N}, T_2 = 140.08\ \text{N}$.

加速度为负值,表示圆柱体向上加速运动,物体向下加速运动.

**【方法点击】**本题的关键是正确写出加速度 $a_1, a_2$ 与滑轮转动角加速度之间的关系.

16. **【思路探索】**可根据转动动能定理求解,冲一次孔铁板阻力对冲头做的功,它的大小也就是冲一次孔冲头克服此阻力做的功.

解:设冲孔前后飞轮的角速度分别为 $\omega_1$ 和 $\omega_2$,依题意则有

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60}, \omega_2 = \omega_1(1-0.2) = 0.8\omega_1.$$

由转动动能定理可得冲一次孔铁板阻力对冲头一飞轮做的功为

$$W = E_{k_2} - E_{k_1} = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

$$= \frac{1}{2}mr^2\omega_1^2(0.8^2 - 1).$$

把已知数代入,可得

$$W = \frac{1}{3600} \times 3.14^2 \times 600 \times 0.4^2 \times 240^2 \times (0.8^2 - 1)\ \text{J}$$

$$= -5.45 \times 10^3\ \text{J}.$$

所以,冲一次孔冲头做的功为

$$W_{冲头} = 5.45 \times 10^3\ \text{J}.$$

17. **【思路探索】**小球与细杆发生完全弹性碰撞,可根据机械能守恒定律和角动量守恒定律求解.

解:(1) 设 $v$ 为小球与直杆碰撞后的速度,$\omega$ 为小球与直杆碰撞后直杆的角速度. 以小球、细杆为系统,小球与细杆发生完全弹性碰撞,故机械能守恒,角动量守恒. 则有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2,$$

$$mv_0L = mvL + \frac{1}{3}ML^2\omega.$$

由上述两式可得 $\omega = \dfrac{6mv_0}{(3m+M)L}$.

(2) 杆由竖直位置至能摆起的最大角度 $\theta$(此时 $\omega = 0$) 过程中,机械能守恒,则有

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}MgL(1-\cos\theta),$$

由此可得 $\theta = \arccos\left[1 - \dfrac{12m^2v_0^2}{(3m+M)^2gL}\right]$.

**【方法点击】**解此题最常见的错误是子弹与细杆碰撞过程用动量守恒,即 $mv_0 = (M+m)L\omega$,上式为什么错了呢?原因是碰撞时轴 $A$ 对细杆在水平方向的作用力不能忽略,所以不满足动量守恒的条件,但该力对点 $A$ 的力矩为零,因此以 $A$ 为参考点的角动量守恒.

# 期中同步测试 A 卷解析

## 一、选择题

1. A　2. B　3. B　4. C　5. C　6. B

1. 解析:某人从 $A$ 运动至 $B$,再从 $B$ 回到 $A$,则来回全程所发生的位移为零. 由平均速度定义式 $v = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$ 可得,来回全程的平均速度大小为零.

故选 A.

2. 解析:由速度定义式$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$可得,

$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}\mathrm{d}t=v_x\mathrm{d}t\boldsymbol{i}+v_y\mathrm{d}t\boldsymbol{j}$,

两边积分可得

$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0=2t\boldsymbol{i}-4t^2\boldsymbol{j}$,

质点在任意时刻的位置矢量为

$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}-4t^2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{r}_0$

$=(2t+3)\boldsymbol{i}-(4t^2-7)\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$.

故选 B.

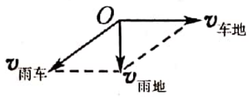
3. 解析:根据刚体绕定轴匀变速转动公式,角速度大小为$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\omega_0+\alpha t$,其方向可由右手螺旋定则判断,沿转轴方向;角加速度大小为$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$为常量,其方向可由右手螺旋定则判断,沿转轴方向与角速度改变量方向相同.对匀变速转动,角速度$\omega$随时间均匀变化,角加速度$\alpha$是常量,一定不随时间变化.所以 A,C,D 三个选项错误,B 选项正确.

故选 B.

4. **【思路探索】**根据伽利略速度变换式求解.

解析:由伽利略速度变换得

$\boldsymbol{v}_{雨地}=\boldsymbol{v}_{雨车}+\boldsymbol{v}_{车地}$.



第 4 题解图

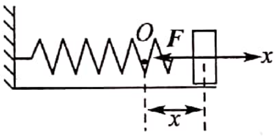
由图形的几何关系可得雨对车厢的速度大小为

$v_{雨地}=\sqrt{v_{雨车}{}^2+v_{车地}{}^2}=\sqrt{10^2+20^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$=22.4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

故选 C.

5. 解析:如图所示,弹簧弹性势能$E_P=\frac{1}{2}kx^2+C$($C$为常量),若规定弹簧原长时质点所在位置$x=0$处$E_P=0$,则$C=0$,从而弹簧弹性势能$E_P=\frac{1}{2}kx^2$,此时弹簧拉伸或压缩时,弹性势能总是正的.



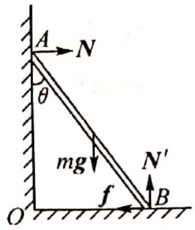
第 5 题解图

如取其他位置为势能零点,则弹簧弹性势能有可能是负值.例如,规定弹簧伸长$2x_0$时为弹性势能零点,即质点位于$x=2x_0$处$E_P=0$,则$C=-2kx_0{}^2$,从而弹簧弹性势能$E_P=\frac{1}{2}kx^2-2kx_0{}^2$,此时若弹簧伸长$x_0$,则弹性势能$E_P=-\frac{3}{2}kx_0{}^2$为负值.

质点所在位置$x=0$处$E_P=0$,则$C=0$,从而弹簧弹性势能$E_P=\frac{1}{2}kx^2$,此时“弹簧拉伸或压缩时,弹性势能总是正的”.

故选 C.

6. **【思路探索】**由于细杆 $AB$ 静止,则所受合外力矩为零.$A$ 端光滑,$B$ 端粗糙,则 $A$ 端只受墙壁的支撑力 $N$.而 $B$ 端不仅受地面的支持力 $N'$,还受到地面的静摩擦力 $f$.由于 $B$ 端受二力均未知,可以 $B$ 端为支点分析合外力矩较为方便.



第 6 题解图

解析:由于细杆 $AB$ 静止,则所受合外力和合外力矩必为零.设$OA=h$,则有$OB=h\tan\theta$.

以 $B$ 端为支点,重力的力矩为$mg\frac{1}{2}h\tan\theta$,$A$ 端支撑力 $N$ 的力矩为 $Nh$,二力矩方向相反.

则有$Nh-mg\frac{1}{2}h\tan\theta=0$,

即$N=\frac{1}{2}mg\tan\theta$.

故选 B.

## 二、填空题

| | |
|---|---|
| 7. $9.4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ | 8. $2m\sqrt{Rg}$,$m\sqrt{2Rg}$ |
| 9. $14.7\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$ | 10. $2.7\times10^{40}\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$ |
| 11. 192 J | 12. $mR\omega$ |

7. 解析:吊扇翼尖原来的角速度

$\omega_0=2\pi n=\frac{2\pi\times180}{60}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}=18.8\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

吊扇翼尖原来的速度

$v_0=\omega_0R=18.8\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}\times0.5\ \mathrm{m}=9.4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

故填 $9.4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

8. 解析:物体由 $A$ 运动到 $B$ 的过程中,只有重力做功,物体和地球为系统机械能守恒,取水平轨道上重力势能为零,则有

$\frac{1}{2}mv_A^2=\frac{1}{2}mv_B^2+mgR$.

将$v_A=v_0=2\sqrt{Rg}$代入上式,则有

$v_B=\sqrt{2Rg}$.

滑块在点 $A$ 的动量大小为

$p_A=mv_A=2m\sqrt{Rg}$,

滑块在点 $B$ 的动量大小为

$p_B=mv_B=m\sqrt{2Rg}$.

故填$2m\sqrt{Rg}$,$m\sqrt{2Rg}$.

9. **【思路探索】**细棒在转动过程中受变力矩作用,故$\alpha=\alpha(\theta)$,体现了转动定律的瞬时性.根据转动定律可求出$\alpha$.

解析:细棒作定轴转动只受到重力 $mg$ 和轴力 $N$ 的作用,但只有重力产生力矩,根据定轴转动定律,则有

$mg\frac{L}{2}\cos\theta = J\alpha = \left(\frac{1}{3}mL^2\right)\alpha.$

细棒转到任意角度 $\theta$ 时的角加速度为

$\alpha = \frac{3g}{2L}\cos\theta.$

细棒处在水平位置时 $\theta = 0°$，其角加速度大小为

$\alpha = \frac{3g}{2L} = \frac{3\times 9.8}{2\times 1}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$

$= 14.7\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}.$

故填 $14.7\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$.

10. 解析：根据质点角动量的定义 $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$，则有

$L = mv$

$= 1.50\times10^{11}\times5.98\times10^{24}\times2.98\times10^{4}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$

$= 2.7\times10^{40}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}.$

故填 $2.7\times10^{40}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$.

11. **【思路探索】**本题为运动学与动力学的综合题，功可由功的定义或动能定理两种方法求解.

解析：由牛顿第二定律 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ 得，质点运动的加速度为

$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m} = 4t\boldsymbol{i}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}.$

由加速度的定义式 $\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 得

$\mathrm{d}v = a\mathrm{d}t = 4t\mathrm{d}t.$

代入初始条件积分可得

$v = \int_0^t 4t\mathrm{d}t = 2t^2.$

前 2 s 内合外力所做的功

$W = \int_0^x F\mathrm{d}x = \int_0^t Fv\mathrm{d}t$

$= \int_0^2 24t\times 2t^2\mathrm{d}t = 192\ \text{J}.$

也可根据动能定理求解

$W = E_k - E_{k0} = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$

$= \frac{1}{2}\times6\times8^2\ \text{J} = 192\ \text{J}.$

故填 192 J.

12. **【思路探索】**本题可根据刚体定轴转动的角动量定理求解.

解析：重力与桌面对圆盘的支持力对转轴力矩为零，由于忽略轴处以及圆盘与水平桌面的摩擦，故圆盘所受合外力矩等于圆盘点 $P$ 受到冲力矩.设圆盘对转轴的转动惯量为 $J$，$t$ 时刻圆盘绕轴转动的角速度为 $\omega$，根据刚体定轴转动的角动量定理，则有

$\int_0^t M\mathrm{d}t = L - L_0 = J\omega - 0.$

设 $\overline{F}$ 为平均冲力，力矩 $M$ 可用平均冲力表示为

$M = \overline{F}\frac{R}{2}$，

则有 $\frac{R}{2}\int_0^t \overline{F}\mathrm{d}t = \frac{R}{2}I = \frac{1}{2}mR^2\omega$，

即 $I = mR\omega$.

故填 $mR\omega$.

## 三、计算题

13. **【思路探索】**根据匀变速转动公式求解.

解：吊扇翼尖原来的角速度大小为

$\omega_0 = 2\pi n = \frac{2\pi\times180}{60}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$= 18.8\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}.$

吊扇均匀减速，其翼尖的角加速度大小为

$\alpha = \frac{\omega-\omega_0}{t} = \frac{0-18.8}{1.5\times60}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$

$= -0.21\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$，

翼尖的切向加速度大小为

$a_t = \alpha R = -0.21\times0.5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$= -0.11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$，

负号表示此切向加速度的方向与速度方向相反.

关闭电源开关后 $t = 80$ s 时，吊扇翼尖的角速度大小、法向加速度大小、加速度大小分别为

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$= (18.8 - 0.21\times80)\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$= 2.0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$，

$a_n = \omega^2 R = 2^2\times0.5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$= 2.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$，

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

$= \sqrt{0.11^2 + 2^2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$= 2.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}.$

14. 解：取人和转台为系统，并设 $t$ 时刻转台的角速度为 $\omega$.人与转台间的力是内力，而转台的重力与轴对转台的支持力对转轴的力矩为零，故系统对转轴的角动量守恒.

人对转轴的转动惯量为 $J_人 = m(R-vt)^2$，由系统的角动量守恒得

$\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega_0$

$= \frac{1}{2}MR^2\omega + m(R-vt)^2\omega$，

解上式得 $t$ 时刻转台的角速度为

$\omega = \frac{(M+2m)R^2\omega_0}{MR^2 + 2m(R-vt)^2}.$

**【方法点击】**人简化为质点，人对转轴的转动惯量 $J = mr^2$，人对转轴的距离 $r = R - vt$ 是随时间变化的.

15.【思路探索】本题由于摩擦力连续分布在盘的上、下表面的各面元处，而各面元距转轴距离不等，即力臂不等，因此只能选取质元，求出质元所受的摩擦力矩，然后积分求总阻力矩. 空气阻力矩 $M$ 与 $\omega$ 有关，根据转动定律，进一步列出圆盘转动的微分方程，通过积分可求出 $\theta$.

解：圆盘转动时，所受摩擦力连续分布在盘的上、下表面上，将圆盘分成许多同心的圆环形的面元，其面积 $\mathrm{d}S = 2\pi r\mathrm{d}r$，圆盘所受阻力矩为

$$M = 2\int r\mathrm{d}F = 2\int rf\mathrm{d}S$$

$$= 2\int_0^R 2\pi k r^3\omega \mathrm{d}r$$

$$= \pi kR^4\omega .$$

根据转动定律，阻力矩使圆盘减速，即获得负的角加速度，则有

$$-\pi kR^4\omega = J\alpha = J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t},$$

式中负号表示阻力矩. 将上式分离变量并考虑初始条件积分得 $\int_{\omega_0}^0 \mathrm{d}\omega = -\int_0^\theta \frac{2\pi kR^2}{m}\mathrm{d}\theta$.

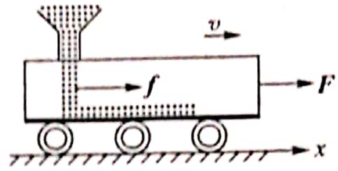
圆盘转过的角度为 $\theta = \frac{m}{2\pi kR^2}\omega_0$.

圆盘在停转前所转过的圈数为

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{m\omega_0}{4\pi^2 kR^2}.$$

【方法点击】转过的角度也可用转动动能定理来求，方法更简捷. 本题的难点在于求摩擦力矩，由于摩擦力连续分布在盘的上、下表面的各面元处，而各面元距转轴距离不等，即力臂不等，因此只能用积分求总阻力矩.

16.【思路探索】先考虑煤落到车厢后的运动状态，正确选取研究对象并对其进行受力分析. 本题应用动量定理求解.



第 16 题解图

解：设在 $\mathrm{d}t$ 时间内有质量为 $\mathrm{d}m = q_m\mathrm{d}t$ 的煤粉落到车厢上，取 $\mathrm{d}m$ 作为研究对象，它在车厢对它的力 $f$ 带动下在 $\mathrm{d}t$ 时间内沿 $x$ 方向的速率由零增加到与车厢速率 $v$ 相同，而动量由 0 增加到 $\mathrm{d}m\cdot v$. 由动量定理得，在 $x$ 方向应有

$f\mathrm{d}t = \mathrm{d}m\cdot v - 0.$

对于车厢，在 $\mathrm{d}t$ 时间内，它所受到水平拉力 $F$ 和煤 $\mathrm{d}m$ 对它的反作用力 $f'$ 的作用. 车厢在 $x$ 方向所受合外力为 $F-f'$. 由于车厢速度不变，所以动量不变. 由动量定理可得 $(F-f')\mathrm{d}t=0$.

由牛顿第三定律知 $f=f'$，由此可得

$$(F-f)\mathrm{d}t = 0, F = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\cdot v = q_m v = 1500\ \mathrm{N}.$$

17.【思路探索】根据角动量守恒定律求解.

解：棒对轴的转动惯量为 $J = \frac{1}{3}ml^2$.

以子弹和棒为系统，子弹射入棒的过程中对 $O$ 轴的合外力矩为零，因此系统对 $O$ 轴角动量守恒，则有 $m'vl = \left(\frac{1}{3}ml^2 + m'l^2\right)\omega$.

棒开始和子弹一起转动时的角速度为

$$\omega = \frac{m'v}{\left(\frac{1}{3}m + m'\right)l}$$

$$= \frac{0.04\times 300}{\frac{1}{3}\times 1.5 + 0.04}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

$$= 22.2\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}.$$

# 期中同步测试 B 卷解析

## 一、选择题

1. B 2. A 3. B 4. C 5. A 6. B

1. 解析：由速度定义式 $\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 可得，质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 10t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j}.$$

由加速度定义式 $\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$ 可得，质点的加速度为 $\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 10\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$.

加速度是恒矢量，所以质点作变速直线运动. 故选 B.

2. 解析：由加速度定义式 $\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 可得，

$\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}\mathrm{d}t = a_x\mathrm{d}t\boldsymbol{i} + a_y\mathrm{d}t\boldsymbol{j}$，

即 $\mathrm{d}\boldsymbol{v} = 2\mathrm{d}t\boldsymbol{i} + 4\mathrm{d}t\boldsymbol{j}$.

两边积分可得 $\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = 2t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j}$.

依题意$\boldsymbol{v}_0 = 2\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$，所以

$$\boldsymbol{v} = 2t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j} + \boldsymbol{v}_0$$
$$= (2t+2)\boldsymbol{i} + (4t+6)\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}}).$$

故选 A.

3. 解析：依题意，$\omega = 4t^2\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

质点作圆周运动的角加速度大小为$\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 8t$，

质点作圆周运动的速率为$v = \omega R = 8t^2$.

$t = 1\ \mathrm{s}$时，质点作圆周运动的速率为

$$v = 8t^2\Big|_{t=1\ \mathrm{s}} = 8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}},$$

切向加速度大小为

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 16t\Big|_{t=1\ \mathrm{s}} = 16\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

法向加速度大小为

$$a_n = \omega^2 R = 32t^4 = 32\ \mathrm{m \cdot s^{-2}},$$

加速度大小为

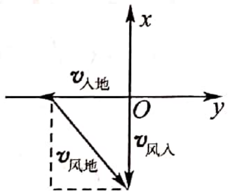
$$a = \sqrt{a_n{}^2 + a_t{}^2} = \sqrt{16^2 + 32^2}$$
$$= 35.8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

故选 B.

4. 解析：由伽利略速度变换得

$$\boldsymbol{v}_{风地} = \boldsymbol{v}_{风人} + \boldsymbol{v}_{人地}.$$

根据伽利略速度变换和矢量加法的平行四边形法则可知，人感觉风从西北方向吹来.



第 4 题解图

故选 C.

【方法点击】本题可换种思维考虑，选人自己为参考系(即把人看作是静止的). 那么风就有一个向南的速度，还有一个向东的速度. 所以人就感觉风是从西北方向吹来.

5. 解析：因为$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$，若加速度与时间的关系是线性的，则积分求得的速度和位置矢量与时间的关系显然都不是线性关系.

故选 A.

6. 【思路探索】根据刚体定轴转动的角动量定理求解.

解析：重力与桌面对圆盘的支持力对转轴力矩为零，由于忽略轴处以及圆盘与水平桌面的摩擦，故圆盘所受合外力矩等于圆盘上点 $A$ 处冲力的力矩. 设圆盘对转轴的转动惯量为 $J$，$t$ 时刻圆盘绕轴转动的角速度为 $\omega$，根据刚体定轴转动的角动量定理，则有$\int_0^t M\mathrm{d}t = L - L_0 = J\omega - 0$.

设 $\overline{F}$ 为平均冲力，力矩 $M$ 可用平均冲力表示为

$M = \overline{F}\dfrac{R}{2}$，则有

$$\frac{R}{2}\int_0^t \overline{F}\mathrm{d}t = \frac{R}{2}I = \frac{1}{2}mR^2\omega,$$

即$\omega = \dfrac{I}{mR}$.

故选 B.

## 二、填空题

| | |
|---|---|
| 7. $-0.16\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$ | 8. $m\sqrt{Rg}(-2\boldsymbol{i}+\sqrt{2}\boldsymbol{j})$ |
| 9. 0 | 10. $1.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ |
| 11. $k\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_1}\right)$ | 12. $-\pi\mu mgR$ |

7. 解析：吊扇翼尖原来的角速度

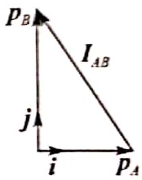
$$\omega_0 = 2\pi n = \frac{2\pi \times 180}{60}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} = 18.8\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

吊扇翼尖转动的角加速度

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 18.8}{120}\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$$
$$= -0.16\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}.$$

故填 $-0.16\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$.

8. 【思路探索】根据机械能守恒定律先求出滑块运动到点 $B$ 时的速度，然后根据动量定理求出滑块由 $A$ 运动到 $B$ 的过程中所受冲量.



第 8 题解图

解析：物体由 $A$ 运动到 $B$ 的过程中，只有重力作功，物体和地球为系统机械能守恒，取水平轨道上重力势能为零，则有

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR.$$

将 $v_A = v_0 = 2\sqrt{Rg}$ 代入上式，则有 $v_B = \sqrt{2Rg}$.

滑块在点 $A$ 的动量为 $\boldsymbol{p}_A = mv_A = 2m\sqrt{Rg}\boldsymbol{i}$，

滑块在点 $B$ 的动量为 $\boldsymbol{p}_B = mv_B = m\sqrt{2Rg}\boldsymbol{j}$，

滑块由 $A$ 运动到 $B$ 的过程中所受冲量为

$$\boldsymbol{I}_{AB} = \boldsymbol{p}_B - \boldsymbol{p}_A = m\sqrt{Rg}(-2\boldsymbol{i} + \sqrt{2}\boldsymbol{j}).$$

故填 $m\sqrt{Rg}(-2\boldsymbol{i} + \sqrt{2}\boldsymbol{j})$.

9. 【思路探索】细棒在转动过程中受变力矩作用，故$\alpha = \alpha(\theta)$，体现了转动定律的瞬时性. 根据刚体定轴转动定律可求出 $\alpha$.

解析：细棒作定轴转动只受到重力 $mg$ 和轴力 $\boldsymbol{N}$ 的作用，但只有重力产生力矩，根据刚体定轴转动定律，则有

$$mg\frac{L}{2}\cos\theta = J\alpha = \left(\frac{1}{3}mL^2\right)\alpha.$$

细棒转到任意角度$\theta$时的角加速度为$\alpha = \dfrac{3g}{2L}\cos\theta$.

细棒到达竖直位置时 $\theta = 90°$，其角加速度大小为

$$\alpha = \frac{3g}{2L}\cos 90° = 0.$$

故填 0.

10. 【思路探索】根据动量守恒定律求解.

解析：人和小车为系统，设人跳上小车后具有共同速度 $v_2$，水平方向忽略阻力，水平方向系统动量守恒，则有 $m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v_2$.

小车原来的速度为

$$v_{20} = \frac{(m_1 + m_2)v_2 - m_1 v_{10}}{m_2}$$

$$= \frac{(60+80)\times 1.43 - 60\times 2}{80}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$= 1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

故填 $1.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

11. 【思路探索】变力做功要根据功的定义式用微元积分法求解.

解析：依题意 $\boldsymbol{F} = -\frac{k}{r^2}\boldsymbol{e}_r$，$\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}(r\boldsymbol{e}_r) = \mathrm{d}r\boldsymbol{e}_r$.

在核的吸引力作用下电子发生微小元位移 $\mathrm{d}r$，所做的元功为

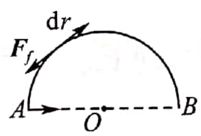
$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \left(-\frac{k}{r^2}\boldsymbol{e}_r\right)\cdot\mathrm{d}r\boldsymbol{e}_r = -\frac{k}{r^2}\mathrm{d}r.$$

电子从 $r_1$ 运动到 $r_2(r_1 > r_2)$，核的吸引力做的功为

$$W = \int_{r_1}^{r_2}\mathrm{d}W = -\int_{r_1}^{r_2}\frac{k}{r^2}\mathrm{d}r = k\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

故填 $k\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$.

12. 解析：物体在水平桌面上沿半圆周运动，其滑动摩擦力大小为 $F_f = \mu mg$. 尽管摩擦力的大小不变，但方向时刻在变化. 物体沿半径为 $R$ 的圆周从点 $A$ 运动到点 $B$ 的过程中，滑动摩擦力的方向沿圆弧轨道切向方向，与物体运动方向相反.



第 12 题解图

$$W = \int_{A(\text{半圆})}^{B} \boldsymbol{F}_f\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = -\int_{A(\text{半圆})}^{B} F_f\cdot\mathrm{d}s$$

$$= -\pi\mu mgR,$$

负号表示摩擦力对物体做负功.

故填 $-\pi\mu mgR$.

## 三、计算题

13. 【思路探索】本题可根据匀加速转动公式求解.

解：(1) 在 $t = 5.5$ s 时，CD 盘的角速度大小为

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi\times 500}{60}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}} = 52.33\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}},$$

角加速度大小为

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{52.33 - 0}{5.5}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$$

$$= 9.51\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}.$$

该 CD 盘在 5.5 s 内的角位移为

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\times 9.51\times 5.5^2\ \mathrm{rad}$$

$$= 143.8\ \mathrm{rad},$$

转过的圈数为

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{143.8}{2\times 3.14} = 22.9\ \mathrm{r}.$$

(2) 点 $P$ 在 5.5 s 内走过的路程为

$$s = R\Delta\theta = 0.06\times 143.8\ \mathrm{m} = 8.63\ \mathrm{m}.$$

14. 【思路探索】本题可根据角动量守恒定律和转动动能定理求解.

解：以子弹和棒为系统，子弹射入棒的过程中对 $O$ 轴的合外力矩为零，因此系统对 $O$ 轴角动量守恒，则有

$$m'vl = \left(\frac{1}{3}ml^2 + m'l^2\right)\omega.$$

棒开始和子弹一起转动时的角速度为

$$\omega = \frac{m'v}{\left(\frac{1}{3}m + m'\right)l} = \frac{0.02\times 400}{\frac{1}{3}\times 1.5 + 0.02}$$

$$= 15.4\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}},$$

由转动动能定理得 $-M_r\theta = 0 - \frac{1}{2}J\omega^2$，

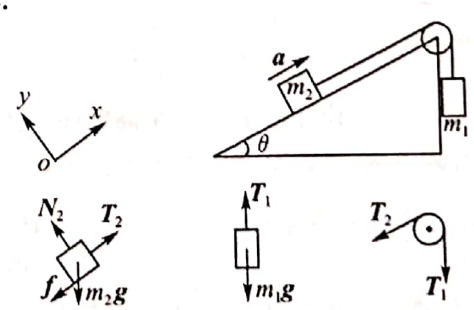
棒能转过的角度为

$$\theta = \frac{\left(\frac{1}{3}m + m'\right)l^2\omega^2}{2M_r}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{3}\times 1.5 + 0.02\right)\times 1^2\times 15.4^2}{2\times 20}\ \mathrm{rad}$$

$$= 3.08\ \mathrm{rad}.$$

15. 【思路探索】本题可根据牛顿定律和转动定律求解.



第 15 题解图

解：各物体受力情况及所选坐标系如图所示，应用牛顿定律和转动定律得

对 $m_1$：$m_1 g - T_1 = m_1 a$. ①

对 $m_2$：$T_2 - f - m_2 g\sin\theta = m_2 a$. ②

对滑轮：$(T_1-T_2)r=J\alpha$， ③

$f=\mu m_2 g\cos\theta$， ④

$a=r\alpha$， ⑤

$J=\frac{1}{2}Mr^2$． ⑥

联立解 ① ~ ⑥ 得

$$a=\frac{m_1 g-\mu m_2 g\cos\theta-m_2 g\sin\theta}{m_1+m_2+\frac{M}{2}}$$

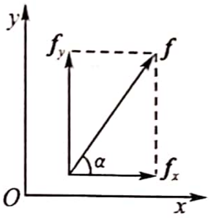
$$=5.79\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

由式 ① 和 ② 得 $T_1=m_1(g-a)=75.8\ \mathrm{N}$，

$T_2=m_2(a+\mu g\cos\theta+g\sin\theta)=69.9\ \mathrm{N}$．

**【方法点击】**此题的关键问题是绳子的张力 $F_{T_1}$ 和 $F_{T_2}$ 不再相等，且滑轮所受力矩分别为 $F_{T_1}R$ 和 $F_{T_2}r$. 并注意两物体的加速度与滑轮转动角加速度之间的关系.

16.**【思路探索】**选取 $dt$ 时间内落到传送带上的煤粉为研究对象，关键是写出其在 $dt$ 时间内落到传送带上的煤粉质量 $dm=q_m dt$，并对其进行受力分析. 本题应用动量定理求解，须建立合适的坐标系，列出分量式，然后再求解.



第 16 题解图

解：下落的煤粉在接触传送带前具有向下的速度 $v_0=\sqrt{2gh}$.

设在 $dt$ 时间内有质量为 $dm=q_m dt$ 的煤粉落到传送带上，取 $dm$ 作为研究对象，设 A 对煤粉的平均作用力为 $f$ 如图所示，由动量定理写出分量式

$f_x dt=dm\cdot v-0$，

$f_y dt=0-(-dm\cdot v_0)$．

将 $dm=q_m dt$ 代入得

$f_x=q_m v=80\ \mathrm{N}$，$f_y=q_m v_0=126\ \mathrm{N}$．

所以 $f$ 的大小为

$f=\sqrt{f_x^2+f_y^2}=149\ \mathrm{N}$．

$f$ 与 $x$ 轴的夹角为

$\alpha=\arctan\frac{f_y}{f_x}=57.4°$．

根据牛顿第三定律，煤粉对 A 的作用力的大小为 $f'=149\ \mathrm{N}$，其方向与 $f$ 相反.

17.**【思路探索】**本题可根据角动量守恒定律求解.

解：取人和转台为系统，并设 $t$ 时刻转台的角速度为 $\omega$. 人与转台间的力是内力，而转台的重力与轴对转台的支持力对转轴的力矩为零，故系统对转轴的角动量守恒.

人对转轴的转动惯量为 $J_人=m(R_1-vt)^2$，由系统的角动量守恒得

$$\left(\frac{1}{2}MR^2+mR_1^2\right)\omega_0$$

$$=\frac{1}{2}MR^2\omega+m(R_1-vt)^2\omega,$$

解上式得 $t$ 时刻转台的角速度为

$$\omega=\frac{(MR^2+2mR_1^2)\omega_0}{MR^2+2m(R_1-vt)^2}.$$

# 第五章静电场同步测试 A 卷解析

## 一、选择题

1.D　2.A　3.B　4.C　5.C　6.B

1. 解析：由静电场的高斯定理 $\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i$ 可知，等式左边积分号中的 $\boldsymbol{E}$ 是高斯面上的场强，由高斯面 S 内、外电荷共同产生的合场强，等式左边的积分 $\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}$ 是穿过高斯面 S 的电场强度通量（或 $\boldsymbol{E}$ 通量）；等式右边 $\sum_{i=1}^{n}q_i$ 是高斯面 S 内所有电荷的代数和.

选项 A 错误. 高斯面上场强处处为零，$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=0$，由静电场的高斯定理 $\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i$，则 $\sum_{i=1}^{n}q_i=0$，即高斯面内所有电荷的代数和为零，不一定是高斯面内无电荷.

选项 B 错误. 高斯面内无电荷时，则 $\sum_{i=1}^{n}q_i=0$，由静电场的高斯定理 $\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i$，则 $\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=0$，即穿过高斯面的电场强度通量为零，而高斯面上各点场强 $\boldsymbol{E}$ 不一定为零.

选项 C 错误. 高斯面上各点的场强是由高斯面内、外电荷共同激发产生的

选项 D 正确. 符合高斯定理.

故选 D.

中,电场能量和磁场能量不断的相互转化,其总能量保持不变.总能量既可以用磁场能量的最大值表示,又可以用电场能量的最大值,即 $W = W_e + W_m = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{Q_0^2}{2C}$.

解:(1) 振荡频率为

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{290\times10^{-6}\times360\times10^{-12}}}\ \text{Hz}$$

$$= 4.93\times10^5\ \text{Hz}.$$

(2) 由 $I_0 = \omega Q_0$ 可得最大电流为

$$I_0 = \omega Q_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}CU_0 = 2.23\ \text{mA}.$$

(3) 任意时刻振荡电路中的总能量为

$$W = W_e + W_m = \frac{1}{2}CU_0^2$$

$$= \frac{1}{2}\times360\times10^{-12}\times4\ \text{J}$$

$$= 7.2\times10^{-10}\ \text{J}.$$

# 第十章波动同步测试 A 卷解析

## 一、选择题

**1.** C　**2.** D　**3.** B　**4.** B　**5.** A　**6.** C

**1.**【思路探索】将题中的波动方程与波动方程的标准形式比较,可求出波动的相关特征量(如振幅 $A$、周期 $T$、波速 $u$ 及波长 $\lambda$ 等).

解析:将题中波动方程写成标准形式

$$y = A\cos(bt - cx + \varphi) = A\cos\left[b\left(t - \frac{x}{\frac{b}{c}}\right) + \varphi\right]$$

将上式与 $y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$ 比较,可得波速、角频率、周期和波长分别为

$$u = \frac{b}{c},\omega = b, T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{b},$$

$$\lambda = uT = \frac{b}{c}\cdot\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{c}.$$

故选 C.

**2.**【思路探索】要注意区分振动速度与波的传播速度,这是两个不同的概念.波动方程对时间求导数可求出质点的振动速度.

解析:任意点的振动速度表达式为

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -20\times2.5\pi\sin(2.5\pi t + 0.01\pi x)(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}).$$

将 $x = 100$ cm 代入上式可得质点的振动速度为

$$v = -50\pi\sin(2.5\pi t + 0.01\pi\times100)(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$$

$$= -50\pi\sin(2.5\pi t + \pi)(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$$

$$= 50\pi\sin(2.5\pi t)(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}).$$

故选 D.

**3.** 解析:对于平面简谐机械波,介质质元的动能和势能始终同步变化.动能最大时势能也最大;动能为零时,势能也为零.介质质元在负的最大位移处,动能为零,则势能也为零.

故选 B.

**4.**【思路探索】两相干波源在叠加区域合振幅的大小决定于相位差 $\Delta\varphi$,即

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

$$= \begin{cases} \pm 2k\pi, & \text{合振幅最大,} \\ \pm(2k+1)\pi, & \text{合振幅最小.} \end{cases}$$

而相位差 $\Delta\varphi$ 由相干波源的初相位之差 $(\varphi_2 - \varphi_1)$ 和波程差而引起的相位差 $\left(\frac{2\pi\Delta r}{\lambda}\right)$ 组成.

解析:两相干波源所发出的波的相位差为 $\pi$,即 $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$;到达相遇点 $P$ 的波程差为半波长的两倍,即 $r_2 - r_1 = 2\times\frac{\lambda}{2}$.则

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pi - 2\pi\frac{\lambda}{\lambda} = -\pi,$$

满足振幅最小条件.

故选 B.

**5.**【思路探索】驻波是由振幅、频率、传播速度都相同的两列相干波在同一直线上沿相反方向传播时叠加而成的一种特殊的干涉现象.

解析:驻波形成来源于两列相干波,相干波的条件之一是振动方向相同,首先排除 B,D.

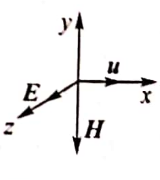
再根据两列行波的传播方向必须相反,排除 C.

故选 A.

**6.**【思路探索】本题为平面电磁波特性的应用.

解析:$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 都作周期性变化,且频率相同,相位相同.选项 D 错误.

电磁波是横波.电场强度 $\boldsymbol{E}$、磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 与波的传播方向 $\boldsymbol{u}$ 三者互相垂直,且 $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ 的方向与波的传播方向成右手螺旋关系,如图所示.选项 B 错误.



第 6 题解图

$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的大小在数值上成比例,有 $\sqrt{\varepsilon_0}E_0 = \sqrt{\mu_0}H_0$,选项 A 错误.故选 C.

## 二、填空题

7. 0.25 m

8. $\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$

9. $y = 0.1\cos(4\pi t - \pi)$(m)

10. $y = 5\cos\left[50\pi\left(t - \frac{x}{600}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$(m)

11. 0

12. $\pi, \frac{3\pi}{2}$

7. **【思路探索】**同一时刻在同一波线上 $x_1$ 和 $x_2$ 的间距与两个质点的振动相位差满足 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$.

解析:平面简谐波的波长为

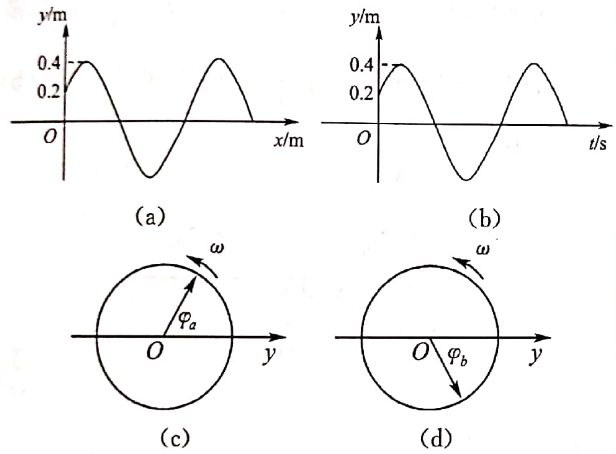
$\lambda = uT = 6.0 \times 0.1$ m $= 0.6$ m,

两质点的间距为

$\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi = \frac{0.6}{2\pi} \times \frac{5\pi}{6}$ m $= 0.25$ m.

故填 0.25 m.

8. **【思路探索】**本题中两个相似的曲线,有着本质的区别,求解关键是质点振动速度方向的判断.




第 8 题解图

解析:图(a) 描述的是波形曲线,给出了沿波线上各质点在 $t = 0$ 时刻的位移状态. 坐标原点处质点在 $t = 0$ 时的位移为 $\frac{A}{2}$,且由右行波可知,质点的运动方向沿 $y$ 轴负向,从旋转矢量图(c) 可看出,初相位为 $\frac{\pi}{3}$;图(b) 描述的是一个质点的振动曲线,该质点在 $t = 0$ 时位移为零,且 $t > 0$ 时,质点沿 $y$ 轴正向运动,从旋转矢量图(d) 可看出,初相位为 $-\frac{\pi}{3}$.

故填 $\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$.

9. **【思路探索】**依据题意写出波源(原点) 的振动方程,从而建立平面简谐波动方程 $y(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$. 在波动方程中,若 $x$ 给定,则位移 $y$ 只是 $t$ 的函数. 此时波动方程表示距离原点 $x$ 处质点的振动规律,即为此处质点的简谐振动方程. 若 $t$ 给定,则位移 $y$ 只是 $x$ 的函数. 此时波动方程表示在给定时刻 $t$ 各质点的位移在空间的分布,即为此刻的波形.

解析:设原点处质点的简谐振动方程为

$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$.

依据题意可知 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi$ rad·s$^{-1}$,根据 $t = 0$ 时振动的位移恰好为正的最大值可知,$\varphi = 0$,

则原点处质点的简谐振动方程为

$y = 0.1\cos(4\pi t)$ m.

右行波的波速为 $u = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{0.5} = 20$ m·s$^{-1}$,

简谐波动方程 $y = 0.1\cos\left[4\pi\left(t - \frac{x}{20}\right)\right]$(m).

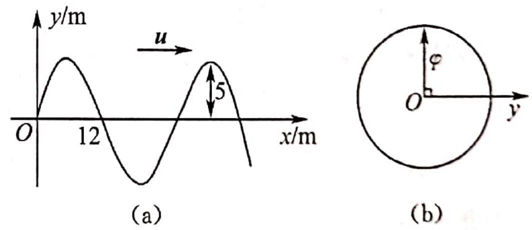
将 $x = \frac{\lambda}{2} = 5$ m 代入波动方程可得该点的振动方程为

$$y(x,t) = 0.1\cos\left[4\pi\left(t - \frac{5}{20}\right)\right](\mathrm{m})$$

$$= 0.1\cos(4\pi - \pi)(\mathrm{m}).$$

故填 $y = 0.1\cos(4\pi t - \pi)$(m).

10. **【思路探索】**本题是根据波形曲线求波动方程,这在波动内容中应熟练掌握. 由 $t = 0$ 时的波形曲线,容易得出 $A, \lambda$,进而求得周期和角频率. 坐标原点处质点速度方向的判断是正确求出初相位的关键所在.




第 10 题解图

解析:设原点处质点的简谐振动方程为

$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$.

从波形曲线图(a) 可知 $\lambda = 24$ m, $A = 5$ m,

$T = \frac{\lambda}{u} = 0.04$ s, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 50\pi$ rad·s$^{-1}$.

由于波沿 $x$ 轴正方向传播,可见 $x = 0$ 处质点向 $y$ 轴负向运动,即 $v < 0$.

由旋转矢量图(b) 可知,质点的初相位为 $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

原点处质点的振动方程为

$y_O = 5\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(m),

波动方程为

$$y=5\cos\left[50\pi\left(t-\frac{x}{600}\right)+\frac{\pi}{2}\right](\mathrm{m}).$$

故填 $y=5\cos\left[50\pi\left(t-\frac{x}{600}\right)+\frac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$.

**11.【思路探索】**两列波传到点 $P$，相位差 $\Delta\varphi$ 由两波源的初相位之差 $(\varphi_2-\varphi_1)$ 和波程差而引起的相位差 $\left(\frac{2\pi\Delta r}{\lambda}\right)$ 组成. 即 $\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$.

解析：依题意可知，点 $C$ 与点 $B$ 的初相位之差 $\varphi_C-\varphi_B=\pi$；到达相遇点 $P$ 的波程差为 $r_{CP}-r_{BP}=0.50\ \mathrm{m}-0.40\ \mathrm{m}=0.10\ \mathrm{m}$.

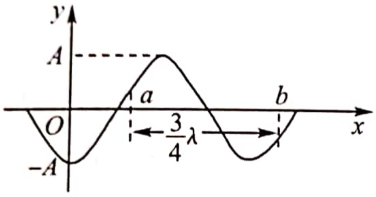
波长为 $\lambda=Tu=\frac{2\pi}{\omega}u=\frac{2\pi}{2\pi}\times0.20\ \mathrm{m}=0.20\ \mathrm{m}$，

则 $\Delta\varphi=\varphi_C-\varphi_B-2\pi\frac{r_{CP}-r_{BP}}{\lambda}$

$=\pi-2\pi\times\frac{0.10}{0.20}=0$.

故填 0.

**12.【思路探索】**同样形状的波形图，对于驻波或行波包含的物理意义不同.




第 12 题解图

解析：① 驻波是由两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而成的一种特殊形式的干涉现象. 驻波为分段振动，并不传递相位和能量. 两相邻波节间的质元振动相位相同，同一波节两侧的质元振动相位相反. 图中 $a$，$b$ 两点分列于同一波节两侧，相位差为 $\pi$.

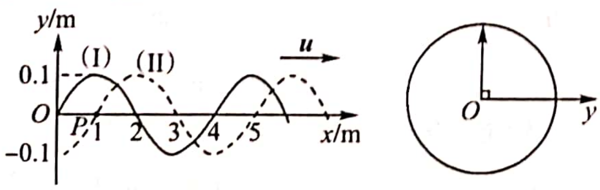
② 若是行波波形，同一时刻在同一波线上的 $x_1$ 和 $x_2$ 两个质点的振动相位差为

$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{3\lambda}{4}=\frac{3\pi}{2}$.

故填 $\pi$，$\frac{3\pi}{2}$.

## 三、计算题

**13.【思路探索】**本题是根据波形曲线求波动方程. 根据两个时刻的波形曲线规律，求出波动方程需要的特征量.




(a)　　(b)

第 13 题解图

解：(1) 设坐标原点 $O$ 处质点的振动方程为

$y_O=A\cos(\omega t+\varphi)(\mathrm{m})$.

由波形曲线图(a)可知 $A=0.1\ \mathrm{m}$，$\lambda=4\ \mathrm{m}$.

根据曲线的移动可求出波速

$u=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1}{0.5}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}=2\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，

角频率 $\omega=2\pi\nu=2\pi\frac{u}{\lambda}=\pi$.

由旋转矢量图(b)得 $\varphi=\frac{\pi}{2}$，

原点 $O$ 处的振动方程为

$y_O=0.1\cos\left(\pi t+\frac{\pi}{2}\right)(\mathrm{m})$.

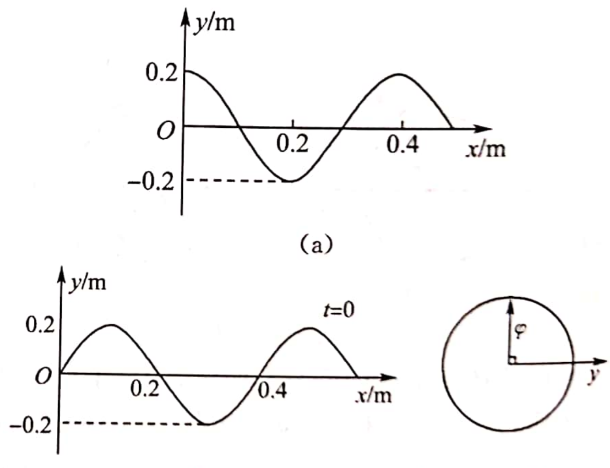
波动方程为 $y=0.1\cos\left[\pi\left(t-\frac{x}{2}\right)+\frac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$.

(2) 将点 $P$ 的坐标 $x=1\ \mathrm{m}$ 代入波动方程可得其振动方程为 $y_P=0.1\cos\pi t$.

**【方法点击】**本题第(1)问也可以根据曲线先求周期 $T$. 由 $\frac{T}{4}=0.5$ 得 $T=2\ \mathrm{s}$，$\omega=\pi$.

**14.【思路探索】**题中所给的是 $t=\frac{3}{4}T$ 时的波形，图(a)中点 $O$ 处质点的相位不是振动方程的初相位.

解：(1) 由于波沿 $x$ 正方向传播，即图中左边质点先振动，所以 $t=0$ 时波形图即把 $t=\frac{3}{4}T$ 时的波形向 $x$ 轴负方向平移 $\frac{3}{4}$ 个周期即可，如图(b)所示.




第 14 题解图

(2) 设原点 $O$ 处质点的振动方程为

$y_O=A\cos(\omega t+\varphi)(\mathrm{m})$.

由图可知：$A=0.2\ \mathrm{m}$，$\lambda=0.4\ \mathrm{m}$.

角频率为 $\omega=2\pi\nu=2\pi\frac{u}{\lambda}=2\pi\frac{36}{0.4}=180\pi$.

$t=0$ 时，点 $O$ 处质点由平衡位置向下振动，由旋转矢量图(c)可知，$\varphi=\frac{\pi}{2}$.

则点 $O$ 处质点的振动方程为

$y_O=0.2\cos\left(180\pi t+\frac{\pi}{2}\right)(\mathrm{m})$.

(3) 波动方程为

$$y = 0.2\cos\left[180\pi\left(t - \frac{x}{36}\right) + \frac{\pi}{2}\right](\mathrm{m}).$$

**【方法点击】** 第(2)问初相位的求解是根据 $t = 0$ 时波形图求出的，本题也可以直接根据图(a)中的波形直接求出初相位. $t = \frac{3}{4}T$；$y_0 = A$，$\varphi_t = 0 = \omega t + \varphi$，则 $\varphi = 0 - \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{3T}{4} = -\frac{3\pi}{2}$.

15. **【思路探索】** 建立波动方程的依据是振动方程，求振动方程时一定要明确求坐标原点处的还是其他位置上的；另外一定要注意波的传播方向.

解：(1) 由点 $A$ 的振动方程可直接写出以点 $A$ 为坐标原点的波动方程为

$$y = 2\cos\left[2\pi\left(t + \frac{x}{10}\right) + a\right]$$

$$= 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}x + a\right)(\mathrm{m}). \quad ①$$

令①中的 $x = -0.1$ m，可得到点 $B$ 处质点的振动方程 $y_B = 2\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{50} + a\right)(\mathrm{m})$，

则以点 $B$ 为坐标原点的波动方程为

$$y = 2\cos\left[2\pi\left(t + \frac{x}{10}\right) - \frac{\pi}{50} + a\right]$$

$$= 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{50} + a\right)(\mathrm{m}). \quad ②$$

(2) 将②式对 $t$ 求导数，得点 $B$ 处质点的振动速度表达式为

$$\frac{\mathrm{d}y_B}{\mathrm{d}t} = -4\pi\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}x - \frac{\pi}{50} + a\right)(\mathrm{m\cdot s^{-1}}).$$

**【方法点击】** 本题以点 $B$ 为坐标原点写出的波动方程②式显然与①式结果不同. 解法之一是以上所求，设法写出点 $B$ 处质点的振动方程，再直接利用波动方程的公式写出. 另一种解法是直接利用点 $A$ 处质点的振动方程求解，在波线上任意一点 $x$ 处的点 $P$ 超前于点 $A$ 的距离为 $(x - 0.1)$，代入波动方程①可得与②式相同的结果，即

$$y = 2\cos\left[2\pi\left(t + \frac{x - 0.1}{10}\right) + a\right]$$

$$= 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}x - \frac{\pi}{50} + a\right)(\mathrm{m}).$$

16. **【思路探索】** 驻波的相关特征量采用比较法对号入座求解. 反射波在反射点处的振动方程时，注意半波损失的存在.

解：(1) $y = A\cos(20\pi t - \pi x)$

$$= A\cos\left(20\pi t - \frac{2\pi}{2}x\right),$$

与简谐波的标准形式 $y = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ 比较，得 $\lambda = 2$ m，$\omega = 20\pi$ rad·s$^{-1}$，

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda\omega}{2\pi} = 20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

(2) 入射波在反射波点($x = 11$ m)处的振动方程为 $y_{11} = A\cos(20\pi t - 11\pi)$.

由于反射处固定，有半波损失，故反射波在反射点处的振动方程为

$$y' = A\cos(20\pi t - 11\pi - \pi) = A\cos(20\pi t).$$

根据上式直接写出反射波的波动方程为

$$y_{反} = A\cos\left[20\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}(11 - x)\right]$$

$$= A\cos[20\pi t + \pi x - \pi](\mathrm{m}).$$

(3) 驻波方程为

$$y_{驻} = y + y_{反}$$

$$= A\cos(20\pi t - \pi x) + A\cos(20\pi t + \pi x - \pi)$$

$$= 2A\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(\mathrm{m}).$$

**【方法点击】** 驻波实验中，波在自由端反射时，反射点是波腹；波在固定端反射时，反射点是波节，反射波在固定点的相位比入射波跃变 $+\pi$(也可用 $-\pi$). 本题中反射波的波动方程为 $y_{反} = A\cos\left[20\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}(11 - x)\right]$ 中的 $\frac{2\pi}{\lambda}(11 - x)$ 是固定端反射后再传到任意点 $x$ 处的相位变化.

17. **【思路探索】** 正确求解多普勒效应问题，明确公式 $\nu' = \frac{u \pm v_0}{u \mp v_s}\nu$ 中的各物理量的意义是解题的关键，尤其是速度前正、负号的正确选取.

解：飞机接收超声波时，由于飞机远离波源，其速度 $v$ 前取负号，频率为 $\nu' = \frac{u - v}{u}\nu$. ①

接收器接收从飞机反射回的超声波时，由于波源(飞机)远离接收器，其速度 $v$ 前取正号，频率为

$$\nu'' = \frac{u}{u + v}\nu'. \quad ②$$

①,②两式联立，解得飞机的飞行速度为

$$v = \frac{\nu' - \nu''}{\nu' + \nu''}u = \frac{30 - 10}{30 + 10} \times 340\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$= 170\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

**【方法点击】** 本题分为两个过程，要分清各自速度对应的符号. 第一个过程：固定波源→波源；飞机→接收器. 第二个过程：飞机→波源；固定波源→接收器. 另外，飞机反射的波频等于飞机接收的波频.

# 第十章波动同步测试B卷解析

## 一、选择题

1. B 2. C 3. B 4. C 5. D 6. A

1.【思路探索】将题中的波动方程与波动方程的标准形式比较，可求出波动的相关特征量（如振幅 $A$、频率、周期 $T$、波速 $u$ 及波长 $\lambda$ 等）.

解析：将题中波动方程写成标准形式

$$y=-0.05\sin[\pi(t-2x)]=0.05\cos\left[\pi(t-2x)+\frac{\pi}{2}\right]$$

$$=0.05\cos\left[\pi\left(t-\frac{x}{\frac{1}{2}}\right)+\frac{\pi}{2}\right],$$

将上式与 $y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ 比较，可得角频率、频率、波速和振幅分别为

$$\omega=\pi\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1},\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2}\ \mathrm{Hz},u=\frac{1}{2}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1},$$

$A=0.05$ m.

故选 B.

2.【思路探索】先采用比较法求出波长；然后利用同一时刻在同一波线上 $x_1$ 和 $x_2$ 的间距与两个质点的振动相位差满足 $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ 求解.

解析：将波动方程写成标准形式

$$y=2\cos[\pi(2.5t-0.01x)]$$

$$=2\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.8}-\frac{x}{200}\right)\right].$$

将上式与 $y=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$ 比较，可得波长为 $\lambda=200$ m.

题中要求的振动相位相反，即 $\Delta\varphi=\pi$.

则离 $x=5$ cm 最近，且与 $x=5$ cm 处质元振动相位相反两点之间的距离为

$$\Delta x=\frac{\lambda}{2\pi}\Delta\varphi=\frac{200}{2\pi}\times\pi=100\ \mathrm{cm},$$

所以坐标为 105 cm.

故选 C.

3.【思路探索】要注意区分振动速度与波的传播速度，这是两个不同的概念. 波动方程对时间求导数可求出质点的振动速度.

解析：任意点的振动速度表达式为

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-A\omega\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\right].$$

$T$ 时刻的速度表达式

$$v=-A\omega\sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(T-\frac{x}{u}\right)\right]$$

$$=-A\omega\sin2\pi\left(1-\frac{x}{\lambda}\right),$$

$x_1=\frac{\lambda}{4}$ 与 $x_2=\frac{3\lambda}{4}$ 处质点的速度分别为

$$v_1=-A\omega\sin\frac{3\pi}{2}=A\omega,$$

$$v_2=-A\omega\sin\frac{\pi}{2}=-A\omega.$$

则 $\frac{v_1}{v_2}=-1$.

故选 B.

4. 解析：简谐振动的能量和波动的能量有本质的差别. 简谐振动的机械能是守恒的，振动质点动能与势能相互转化；而波动过程中介质元的总能量随时间周期性变化，任一瞬间的动能、势能始终同相位，沿波的传播方向介质元不断从前面的介质元获得能量，又不断地把能量全部传给后面的介质元，即每一个介质元相当于一个能量的中转站. 由此可见，选项 A，B 错误.

介质元在最大位移处，速度为零，则动能为零，同时介质的形变势能也为零；平衡位置处，其动能和势能都达到最大值. 所以介质元从最大位移处回到平衡位置的过程中，从相邻的介质元中获得能量，能量从零达到最大.

故选 C.

5.【思路探索】两相干波源在叠加区域合振幅的大小决定于相位差 $\Delta\varphi$，即

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$$

$$=\begin{cases}\pm2k\pi, & \text{合振幅最大},\\ \pm(2k+1)\pi, & \text{合振幅最小}.\end{cases}$$

解析：两相干波源的初相位相同（$\varphi_2=\varphi_1$），合振幅的大小决定于波程差，即

$$r_2-r_1=\begin{cases}\pm k\lambda, & \text{合振幅最大},\\ \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, & \text{合振幅最小}.\end{cases}$$

所以叠加区内振幅最小的各点，两波源的波程差要满足半波长的奇数倍.

故选 D.

6.【思路探索】驻波是两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而成的一种特殊的干涉现象. 初相位都为零的两列相干波叠加而成的驻波，驻波方程标准形式为 $y(x,t)=2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t)$.

波腹的位置坐标为 $x=\pm k\frac{\lambda}{2}$；波节的位置坐标为

$x=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}$,其中的 $k=0,1,2,3,\cdots$.

解析:将驻波方程

$y=12\times10^{-2}\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)\cos(20\pi t)(\mathrm{m})$

与标准形式相比,可得波长为 $\lambda=4$ m.

波节的位置坐标 $x=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}=\pm(2k+1)$.

故选 A.

## 二、填空题

7. $y=0.05\cos\left[50\pi\left(t+\dfrac{x}{6}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$

8. $y(x,t)=5\cos\left[\dfrac{2\pi}{3}\left(t+\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$

9. $y_P=0.2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t-\dfrac{\pi}{2}\right)(\mathrm{m})$

10. 20 J

11. $\sqrt{A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos\left(2\pi\dfrac{L-2r}{\lambda}\right)}$

12. $E_y=0.58\cos\left[2\pi\times10^8\left(t-\dfrac{x}{c}\right)\right](\mathrm{SI})$

7. **【思路探索】**依据题意写出波源的振动方程,从而建立平面简谐波动方程

$y(x,t)=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x}{u}\right)+\varphi\right]$.

坐标原点处质点速度方向的判断是正确求出初相位的关键所在.

解析:设原点处质点的简谐振动方程为

$y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$.

依题意知 $A=0.05$ m,$\nu=25$ Hz,$\lambda=0.24$ m,则

$\omega=2\pi\nu=50\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

由初始条件 $y_0=A\cos\varphi=0$,$v_0=-A\omega\sin\varphi>0$ 得

初相位为 $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$.

则简谐振动方程为

$y=0.05\cos\left(50\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)$,

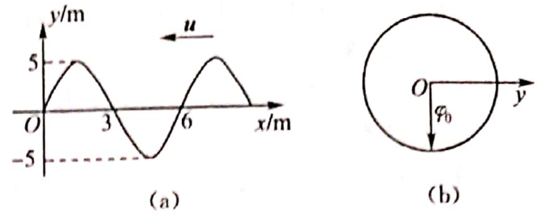
波速为 $u=\lambda\nu=6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

所以波动方程为

$y=0.05\cos\left[50\pi\left(t+\dfrac{x}{6}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$.

故填 $y=0.05\cos\left[50\pi\left(t+\dfrac{x}{6}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$.

8. **【思路探索】**本题是根据波形曲线求波动方程,这在波动内容中应熟练掌握.由 $t=0$ 时的波形曲线,容易得出 $A$,$\lambda$,进而求得周期和角频率.坐标原点处质点的速度方向的判断是正确求出初相位的关键所在.




第 8 题解图

解析:设坐标原点处质点的简谐振动方程为

$y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$.

从波形曲线图(a)可知 $A=5$ m,$\lambda=6$ m.

$T=\dfrac{\lambda}{u}=3$ s,$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{3}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

由于波沿 $x$ 轴负方向传播,可见 $x=0$ 处质点向 $y$ 轴正向运动,即 $v>0$.

由旋转矢量图(b)可知,质点的初相位为 $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$.

坐标原点处质点的振动方程为

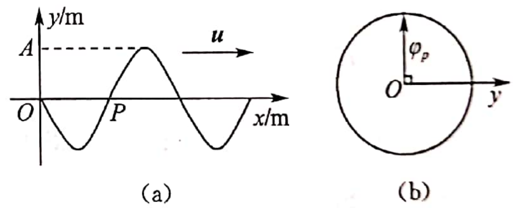
$y_O=5\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}t-\dfrac{\pi}{2}\right)$,

波动方程为

$y(x,t)=5\cos\left[\dfrac{2\pi}{3}\left(t+\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$.

故填 $y(x,t)=5\cos\left[\dfrac{2\pi}{3}\left(t+\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right](\mathrm{m})$.

9. **【思路探索】**图中曲线(a)是 $t=2$ s 时的波形,注意此时点 $P$ 处的相位不是振动方程的初相位.




第 9 题解图

解析:设点 $P$ 处质点的简谐振动方程为

$y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$.

依题意知 $A=0.2$ m,$T=4$ s,

则 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{\pi}{2}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

由波形曲线可知 $t=2$ s 时,点 $P$ 位于平衡位置且向下振动,由旋转矢量图(b)可知,$t=2$ s 时点 $P$ 处的相位为 $\varphi_P=\dfrac{\pi}{2}$,即 $\omega t+\varphi=\dfrac{\pi}{2}$,则初相位为

$\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$.

所以点 $P$ 处质点的简谐振动方程为

$y_P=0.2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t-\dfrac{\pi}{2}\right)(\mathrm{m})$.

故填 $y_P=0.2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t-\dfrac{\pi}{2}\right)(\mathrm{m})$.

10.【思路探索】对于平面简谐波，在传播过程中介质元的总能量随时间周期性变化，任一瞬间的动能和势能始终同相位.

解析：介质元动能和势能始终同步变化.

$t$ 时刻波的能量 $E=E_k+E_p=20$ J.

而波动能量是周期性变化的，$(t+T)$ 时刻能量仍为 20 J.

故填 20 J.

11.【思路探索】两相干波源在叠加区域合振动振幅的大小由相位差 $\Delta\varphi$ 确定，即 $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\dfrac{r_2-r_1}{\lambda}$.

解析：由两相干波源同相位可知 $\varphi_2-\varphi_1=0$.

两相干波源到点 $P$ 的波程差为

$r_2-r_1=(L-r)-r=L-2r$,

则相位差为 $\Delta\varphi=0-2\pi\dfrac{L-2r}{\lambda}$.

则点 $P$ 的振幅为

$$A=\sqrt{A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos\left(2\pi\frac{L-2r}{\lambda}\right)}.$$

故填 $\sqrt{A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos\left(2\pi\dfrac{L-2r}{\lambda}\right)}$.

12.【思路探索】本题为平面电磁波特性的应用.

解析：从磁场强度波动方程可知该电磁波的传播方向为 $x$ 轴正方向. $\boldsymbol{E},\boldsymbol{H},\boldsymbol{u}$ 三者相互垂直，且构成右手螺旋关系，所以电场强度的方向为 $y$ 轴正方向. 由 $\sqrt{\varepsilon_0}E_0=\sqrt{\mu_0}H_0$，可得

$$E_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}H_0$$
$$=\sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}}{8.85\times10^{-12}}}\times1.59\times10^{-3}\text{(SI)}$$
$$=0.58\text{(SI)},$$

对因 $\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}$ 同相位，则电场强度波的波动方程为

$$E_y=0.58\cos\left[2\pi\times10^8\left(t-\frac{x}{c}\right)\right]\text{(SI)}.$$

故填 $E_y=0.58\cos\left[2\pi\times10^8\left(t-\dfrac{x}{c}\right)\right]$(SI).

## 三、计算题

13.【思路探索】本题运用比较法得出相应特征量.

解：(1) 将题中波动方程写成标准形式

$$y=A\cos\pi(4t+2x)=A\cos\left[4\pi\left(t+\frac{x}{2}\right)\right].$$

将上式与 $y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ 比较，可得波速 $u=2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，初相位 $\varphi=0$.

由 $\omega=4\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 可知，$\nu=\dfrac{\omega}{2\pi}=2$ Hz，则波长为 $\lambda=\dfrac{u}{\nu}=1$ m.

(2) 波峰处 $y=A$，即 $\cos\pi(4t+2x)=1$，$\pi(4t+2x)=2k\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

从上式可解出波峰位置的坐标表达式为

$x=k-2t$,

将 $t=4.2$ s 代入上式，得 $x=(k-8.4)$ m.

在上式中，令 $k=8$，则 $|x|=0.4$ m 最小，这个波峰的位置是 $x=k-8.4=-0.4$ m.

即 $x=-0.4$ m 的波峰离原点最近.

14.【思路探索】对已知振动曲线求波动方程，可先给出波动方程的一般形式，然后由曲线 $t=0$ 的状态求出待测量，代入一般形式即可.

解：设波动方程的一般形式为

$$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right].$$

由振动曲线可知，$A=0.05$ m，$T=0.16$ s，则角频率为 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{0.16}=12.5\pi$.

而 $x=4$ m 处 $t=0$ 质元处在平衡位置，且向负方向运动，其相位为 $\dfrac{\pi}{2}$，所以有

$$12.5\pi\left(0-\frac{4}{50}\right)+\varphi=\frac{\pi}{2},\varphi=\frac{\pi}{2}+\pi=\frac{3\pi}{2}.$$

所以波动方程为

$$y=0.05\cos\left[12.5\pi\left(t-\frac{x}{50}\right)+\frac{3\pi}{2}\right]\text{(m)}.$$

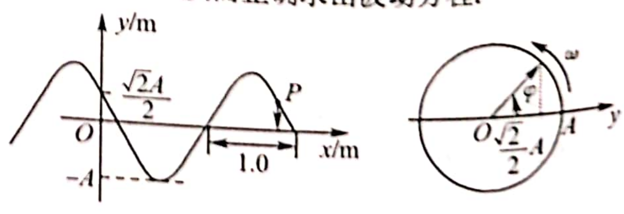
**【方法点击】**本题也可以直接利用 $x=4$ m 的振动方程直接写出波动方程：

$$y_{x=4}=0.05\cos\left(12.5\pi t+\frac{\pi}{2}\right)\text{(m)}.$$

波动方程为

$$y=0.05\cos\left[12.5\pi\left(t-\frac{x-4}{50}\right)+\frac{\pi}{2}\right]\text{(m)}$$
$$=0.05\cos\left[12.5\pi\left(t-\frac{x}{50}\right)+\frac{3\pi}{2}\right]\text{(m)}.$$

15.【思路探索】本题是根据点 $P$ 的运动方向判断波的传播方向，从而正确求出波动方程.




(a)　　　　(b)

第 15 题解图

解：(1) 由图(a) 点 $P$ 的运动方向，可判定该波向左传播. 设坐标原点 $O$ 的简谐振动方程为

$y_O=A\cos(\omega t+\varphi)$.

由题意可知，$\omega=2\pi\nu=500\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

坐标原点 $O$ 处质点在 $t=0$ 时，

$\frac{\sqrt{2}A}{2}=A\cos\varphi, v_0=-A\omega\sin\varphi<0.$

所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$，如旋转矢量图(b) 所示.

坐标原点 $O$ 处质点简谐振动方程为

$y_0=0.1\cos\left(500\pi t+\frac{1}{4}\pi\right)(\mathrm{m})$.

由图可判定波长 $\lambda=2.0\ \mathrm{m}, u=\lambda\nu=500\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

故波的波动方程为

$y=0.1\cos\left[500\pi\left(t+\frac{x}{500}\right)+\frac{1}{4}\pi\right](\mathrm{m})$.

(2) 距点 $O$ 2.5 m 处质点的振动速度是

$v=-50\pi\sin\left(500\pi t+\frac{3}{4}\pi\right)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

16.【思路探索】波由波疏介质入射到波密介质反射时，反射波与入射波在界面上存在相位差 $\pi$ 的跃变，相当于波在反射时损失(或增加) 了半个波长的波程.

解：(1) 由题意知点 $O$ 的振动相位为 $\frac{\pi}{2}$，则点 $O$ 的振动方程为 $y_O=A\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$.

入射波的波动方程为

$y_1=A\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}-2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\ \left(x\leqslant\frac{7}{4}\lambda\right)$,

入射波在反射点 $O'\left(x=\frac{\lambda}{4}\right)$ 处的振动方程为

$$y_{O'}=A\cos\left[\omega t+\frac{\pi}{2}-2\pi\cdot\frac{\frac{7}{4}\lambda}{\lambda}\right]$$
$$=A\cos(\omega t-\pi)$$
$$=A\cos\omega t.$$

在点 $O'$ 反射时，有半波损失，所以反射波波动方程为

$$y_2=A\cos\left[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}(\overline{OO'}-x)\right]$$
$$=A\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2}\right).$$

(2) 合成波的波动方程为

$$y=y_1+y_2$$
$$=A\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$+A\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right).$$

将点 $P$ 坐标代入上式，得点 $P$ 处质点的振动方程

$y=-2A\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$.

【方法点击】解题时利用反射点的振动方程直接写出反射波的波动方程，$y_2=A\cos\left[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}(\overline{OO'}-x)\right]$ 中 $\frac{2\pi}{\lambda}(\overline{OO'}-x)$ 是反射点反射后再传到任意点 $x$ 处的相位变化.

17.【思路探索】正确求解多普勒效应问题，明确公式 $\nu'=\frac{u\pm v_0}{u\mp v_s}\nu$ 中的各物理量的意义是解题的关键，尤其是速度前正、负号的正确选取.

解：根据题意知 $\nu=600\ \mathrm{Hz}, v_s=72\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}, v_0=54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}=15\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}, u=340\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

由 $\nu'=\frac{u\pm v_0}{u\mp v_s}\nu$ 可知

(1) 两列火车相遇前：$v_0$ 前取正号，$v_s$ 前取负号.

$\nu'=\frac{u+v_0}{u-v_s}\nu=\frac{340+15}{340-20}\times600\ \mathrm{Hz}=666\ \mathrm{Hz}.$

(2) 两列火车相遇后：$v_0$ 前取负号，$v_s$ 前取正号.

$\nu'=\frac{u-v_0}{u+v_s}\nu=\frac{340-15}{340+20}\times600\ \mathrm{Hz}=542\ \mathrm{Hz}.$

【方法点击】在介质中，当波源与观察者在二者连线上有相对运动时，观察者接收到的频率与波源频率不同.

# 第十一章光学同步测试 A 卷解析

## 一、选择题

1. C　2. A　3. B　4. A　5. B　6. D

1.【思路探索】处理光的干涉问题，分析、计算具体问题中相干光的光程差是关键. 光程在数值上等于介质折射率乘以光在介质中传播的几何路程，即光程为 $nr$. 光在不同介质的传播速度不同，与折射率之间的关系为 $n=\frac{c}{v}$.

解析：设空气中的光速为 $v_1$，时间 $t$ 内光在空气中传播的路程为 $l=v_1t$，光程为

$\Delta_1=n_1l_1=\frac{c}{v_1}v_1t=ct$.

设光在玻璃中的速度为 $v_2$，同样时间 $t$ 内光在玻