2019 级大气二班

2020~2021 秋季学年大学物理Ⅰ2

期末复习资料

整理：蒋斌

前言

经过一个学期的努力，大学物理热学模块的资料终于可以和大家见面了。

热学模块我们一共学习了六个章节，分别是导论、分子动理学理论的平衡态、输运现象与分子动理学理论的非平衡态、热力学第一定律、热力学第二定律与熵以及物态与相变。涉及的重要的知识点有平衡态与热力学平衡态、理想气体的微观模型、真实气体物态方程（范德瓦尔斯方程）、麦克斯韦速率分布及其相关结论、能量均分定理、牛顿黏性定律、傅里叶定律、输运系数的导出、分子的平均碰撞频率与平均自由程、热力学第一定律在理想气体中的应用（理想气体的等温等压等体以及绝热过程）、热力学第二定律在理想气体中的应用、熵增加原理与应用、附加压强与表面张力等。

总的来说，要学好热学，还是要在理解的基础上才行。热学的有关习题不多，在网上找来找去基本上大同小异，所以想要通过刷题来提高分数是走不通的，还是要回归到课本上的基本概念。把课本上的例题“吃透了”，再去稍微做点新题，基本上在期末考试中可以做到游刃有余了。

本资料一共五章（物态与相变内容太少没有整理，但是大家也应该重视），例题部分有以下几个来源：课本例题、老师 PPT 上的例题、课后习题，练习题来源网络。本资料旨在为大家呈现一个清晰地脉络，帮助大家准备期末考试。另外，资料因为由于个人整理难免存在错误之后，请读者发现后积极与本人联系纠正，谢谢。（联系邮箱：lesnow_bin@163.com）

祝大家期末考试顺利！

2021 年 1 月 11 日

第一章　导论

➢ *章节知识体系*

- 宏观描述与微观描述方法
- 热力学系统的平衡态
  - 热学平衡条件
  - 力学平衡条件
  - 化学平衡条件
  - 平衡态的判别方法
    - 三大平衡条件
    - 看热流或粒子流
- 温度
  - 温度的概念与热力学第零定律
  - 摄氏温标、华氏温标、热力学温标及三者之间的关系
  - 理想气体温标
- 物态方程
  - 物态方程的定义
  - 压缩系数、体膨胀系数、（相对）压强系数
  - 理想气体物态方程 → $pV = \nu RT$
  - 混合理想气体物态方程
    - 道尔顿分压定律
    - 道尔顿分体积定律
- 物质微观模型
  - 物质由大数分子组成
  - 分子在永不停息地做热运动
  - 分子间的作用力
- 理想气体微观描述的初级理论
  - 分子线度比分子间距小得多而忽略不计
  - 除碰撞一瞬间外，分子间作用力可忽略不计，分子在两次碰撞之间做匀速直线运动
  - 处于平衡态的理想气体，分子之间、分子与器壁之间的碰撞时完全弹性碰撞

- 理想气体微观描述的初级理论（有关公式）
  - 洛施密特常量：$\boldsymbol{n = \frac{N_A}{V_m} = 2.7 \times 10^{25} m^{-3}}$
  - 玻尔兹曼常数：$\boldsymbol{R = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} J \cdot k^{-1}}$
  - 气体分子碰撞频率：$\boldsymbol{\Gamma \approx \frac{n\bar{v}}{6}}$
  - 理想气体压强公式：$\boldsymbol{P = \frac{1}{3} nm\bar{v}^2 = nkT}$
  - 分子热运动平均平动动能：$\boldsymbol{\overline{\varepsilon_t} = \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{3kT}{2}}$
- 理想气体的真实物态方程——范德瓦尔斯方程
  - 1mol 气体的范氏方程 $\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$
    - $\frac{a}{V_m^2}$和b所表示的含义
  - 一般的范氏方程 $\left(p + (\frac{m}{M})^2 \cdot \frac{a}{V_m^2}\right)\left(V_m - \frac{m}{M} \cdot b\right) = \frac{m}{M} RT$

➢ ***典型例题***

1. 现将一氢气球从地面释放，随着气球不断升高，大气压强不断减小，氢气不断膨胀.若忽略大气温度及空气平均质量随高度的变化，试定量分析上升过程中气球所受浮力的变化情况.

解： 设气球在地面时的压强为p_0，体积为V_0，在高度h处的压强为p_h，体积为V_h，

空气密度为ρ_h，则氢气球所受浮力可表示为：$F(h) = \rho_h g V_h$.

而$\rho_h = \frac{P_h M}{RT}$（M 表示空气的摩尔质量，由题可知 M 为常数），于是浮力可写

成：$F(h) = \frac{P_h M \cdot gV_h}{RT} = \nu_1 g M$（$\nu_1$表示高度为$h$处排开的空气的物质的量）

同理可知在地面处，有$F(0) = \frac{P_0 M \cdot gV_0}{RT} = \nu_2 g M$

在气球上升的过程中，考虑到理想气体物态方程与气体种类无关，所以始终有排开空气的物质的量等于氢气的物质的量，从而$\nu_1 = \nu_2$，$F(h) = F(0)$，

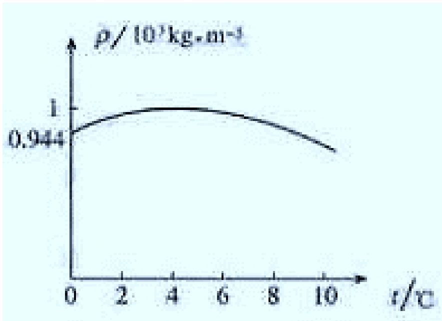
即上升过程中氢气球所受浮力保持不变.

2. 一玻璃温度计中装有染色的水，把它分别与物体 A 和 B 接触，指示温度分别为T_A,T_B.

(1) 若$T_A > T_B$，当 A 和 B 相互接触时，是否一定有热量从 A 传到 B?

(2) 若$T_A = T_B$，当 A 和 B 相互接触时，二者之间是否一定没有热传递?

解：水在 4℃密度存在极大值，可以结合水的密度-温度曲线图来解答本题



(1) 不一定．$T_A > T_B$，说明温度计玻璃管中的体积较大，且液柱高度$h_A > h_B$，根据$V = \rho ghS$，可知$\rho_A > \rho_B$.此时可取$t_A < 4℃ < t_B$，且满足条件$\rho_A > \rho_B$.显然，尽管指示温度 A 大，但实际温度却是$t_A < t_B$，热量从 B 传到 A.

(2) $T_A = T_B$，可推出$\rho_A = \rho_B$，由图可知，在密度相同时，二者具有不同的温度，所以一定存在热传递.

3. 系统 A 和 B 原来处于各自的平衡状态，现在使它们相互接触，若 A 的体积不变，压强增大，而 B 的压强不变，体积增大，则两系统的接触部分是_______的；若 A 的体积减小，压强增大，而 B 的压强、体积不变，则两系统的接触部分是_______的.（填“绝热”或“透热”）

解：透热 绝热（根据$pV = \nu RT$，体积不变时，$p \propto T$，A 的压强增大，所以温度升高，而 B 的体积增大，说明 B 对外膨胀做了功，其能量只能来源于从 A 吸热；A 有变化，但 B 没有变化，说明接触部分为绝热的）

4. 设容积为 25.0L 的容器中盛有 1mol 的N_2，另一只容积为 20.0L 的容器中盛有 2molO_2，两容器用带阀门的管道相连，并置于冰水槽中，现打开阀门使二者混合，求：(1)达到平衡态时的混合气体压强；(2)混合气体的平均摩尔质量.

解：用ν_1,ν_2分别表示N_2、O_2的物质的量，用V_1,V_2分别表示N_2、O_2容器的体积.

根据混合气体的物态方程，有$p=(\nu_1+\nu_2)\frac{RT}{V_1+V_2}$，已知 T=273K，所以混合气体的压强为$p=(1+2)\times\frac{8.31\times 273}{45\times 10^{-3}}Pa=1.51\times 10^5$Pa.混合气体的平均摩尔质量为$\overline{M}=\frac{\nu_1 M_{N_2}+\nu_2 M_{O_2}}{\nu_1+\nu_2}=\frac{1\times 28\times 10^{-3}+2\times 32\times 10^{-3}}{1+2}kg/mol=3.07\times 10^{-2}kg/mol$

5. 设一定容气体温度计是按摄氏温标刻度，它在冰点和水的汽点时，气体压强分别为0.400atm和$0.546atm$.求：

(1) 当气体压强为0.100atm时，所测温度为多少?

(2) 当温度计插在沸腾硫中时（标准大气压下沸点为 444.67℃），温度计中的气体压强为多少?

解：(1) 摄氏温标与热力学温标满足关系$t/℃ = T/K - 273.15K$

设水在三相点（273.16K）的压强为p_{tr}，在温度为T时，待测压强为p，有

$T=\frac{p}{p_{tr}}\times 273.16K$，即$t=\frac{p}{p_{tr}}\times 273.16 - 273.15(*)$

于是$\frac{273.16℃}{p_{tr}}=\frac{\Delta t}{\Delta p}=\frac{(100\quad 0)℃}{(0.546-0.400)atm}$，解得$p_{tr}=1.46\times 10^{-3}\times 273.16\ \ atm$

(*)可写成$t=684p-273.15$，当$p=0.100\ atm$时，得$t=-204.75℃$

(2) 由(1)知，$p=(t+273,15)\times 1.46\times 10^{-3}$，当$t=444.67℃$时，代入公式，求得$p=1.05\ atm$

6. 在标准状况下给一气球充入氢气，充完气时气球的体积为$566m^3$. 现有体积为$0.0566m^3$、压强为 1.25MPa 的储氢气罐，若用此种储氢的气罐给气球充气，问至少需要多少个这样的氢气罐才能完成充气?（假设充气过程温度保持恒定）

解： 首先明确题中的条件——标准状况下，即$P_0=0.1MPa$；再者需要明确的是，每个储氢气罐中的氢气不会全部充入气球当中，这点弄明白后，直接列方程求解即可.

设至少需要 n 个储氢气罐，由于温度不变，有：

$$P_1\cdot(nV_1)=P_0(V_0+nV_1)$$

从而解得$\boldsymbol{n}=\frac{\boldsymbol{P_0V_0}}{(\boldsymbol{P_1}-\boldsymbol{P_0})\boldsymbol{V_1}}=\frac{0.1\mathrm{MPa}\ \cdot 566m^3}{(1.25-0.1)MPa\cdot 0.0566m^3}=870$

7. 水银气压计 A 中混进了一个空气泡，因此它的读数比实际气压的气压小. 当精确的气压计的读数为 0.102MPa 时，它的读数只有 0.0997MPa，此时管内水银面到管顶的距离为 80mm. 问当此时气压计的读数为 0.0978MPa 时，实际气压应为多少？设空气的温度保持不变.

解: 水银气压计中混进气泡以后，管内流体的总压强等于管内气体压强和水银压强之和，又温度 T 不变，故满足$PV=C$

设气压计管内的横截面积为 S. 精确气压计管底到管顶间的距离为 L，当外界压强为为H 时，气压计中水银柱的高度为h_0，气柱体积为$(L-h_0)S$，改气柱内气体压强应为H－h_0汞柱高，在外界温度不变，压强变为H'时，设水银柱高度变为 h，这时气柱对应的压强为$H'-h$，体积为$(L\text{-}h)S$.

$$(H-h_0)(L-h_0)S=(H'-h)(L-h)S(*)$$

$$L=H+80mm$$

而H $=\frac{0.102\mathrm{MPa}}{133\mathrm{Pa}}=767\mathrm{mmHg}$，当压强为0.102MPa时管内水银面到管顶的距离为$80mm$，所以$L=767\mathrm{mm}+80mm=847\mathrm{mm}$. 同时，又有

$$h_0=\frac{0.0997\mathrm{MPa}}{133\mathrm{Pa}}=750\mathrm{mm}\ (\mathrm{Hg})$$

$$h=\frac{0.0978\mathrm{MPa}}{133\mathrm{Pa}}=735\mathrm{mm}\ (\mathrm{Hg})$$

把上述结果代入(*)中，解得$H'=(H-h_0)\cdot\frac{L-h_0}{L-h}+h=749.6\mathrm{mmHg}$

即压强为 0.0997MPa

题后反思: 本题把物理情景想明白后解题十分快捷。需要注意的是，本题中设计

对气体使用理想气体状态方程，需要将水银计的压强用水银柱的长度来表示（方便求体积），用到了转换公式$1\text{Pa} = \frac{3}{4}\text{mmHg}$.

➢ *第一章巩固提高练习*

1. 把1.0×10^5Pa、$0.5m^3$的氮气压入容积为$0.2m^3$的容器中，容器中原已充满同温、同压下的氧气，试求混合气体的压强及两种气体的分压，该过程温度保持不变.

2. 有一支液体温度计，在标准大气压下，把它放在冰水混合物中的示数为$t_1 = -0.3$℃，在沸水中的示数为$t_2 = 101.4$℃.

   (1) 该温度计放在真实温度为 66.7℃的沸腾甲醇中的示数为多少?

   (2) 用该温度计测得乙醚的沸点为 34.7℃，则乙醚的真实沸点温度是多少?

   (3) 在 0.1℃的精确度下，确定读数可以认为正确的一个范围.

3. 一抽气机转速为，抽气机每分钟能够抽出气体 20L，已知容器的体积为 2.0L，问经过多少时间后才能使容器中的压强由 0.101MPa 降为 133Pa（抽气过程中气体温度始终保持不变）

4. 把标准状况下 22.4L 的氮气不断压缩，它的体积将于多大？计算氮分子的直径，此时分子产生的内压强为多少？（已知氮气的范德瓦尔斯方程中的常量$a = 1.390\times10^{-1}m^6\cdot Pa\cdot mol^{-2}$，$b = 39.31\times10^{-6}m^3\cdot mol^{-1}$）

5. 下列各式中哪一式表示气体分子的平均平动动能________（式中 M为气体的质量，m为气体分子质量，N为气体分子总数目，n为气体分子数密度，N_A为阿伏加得罗常量）

   A. $\frac{3m}{2M}pV$　　B. $\frac{3M}{2M_{\text{mol}}}pV$　　C. $\frac{3}{2}npV$　　D. $\frac{3M_{\text{mol}}}{2M}N_ApV$

6. 温度、压强相同的氦气和氧气，它们分子的平均动能$\bar{\varepsilon}$和平均平动动能$\bar{w}$ 有如下关系________.

   A. $\bar{\varepsilon}$ 和 $\bar{w}$ 都相等　　B. $\bar{\varepsilon}$ 相等，而$\bar{w}$不相等

   C. $\bar{w}$ 相等，而 $\bar{\varepsilon}$ 不相等　　D. $\bar{\varepsilon}$ 和 $\bar{w}$ 都不相等

7. 一个容器内贮有 1mol 氢气和 1mol 氦气，若两种气体各自对器壁产生的压强

分别为 p_1 和 p_2，则两者的大小关系是_________.

A. $p_1 > p_2$　　B. $p_1 < p_2$　　C. $p_1 = p_2$.　　D.不确定的

答案（简略版）：

1. 氧气分压：1.0×10^5Pa；氮气分压：2.5×10^5Pa；混合气压：3.5×10^5Pa
2. (1) 67.7℃；(2) 34.4℃；(3) $11.8℃ \leq t \leq 23.5℃$（提示：单位温度变化引起液柱长度的变化是一个定值)
3. 40s（提示：求出每一转抽出多少气体V_1，利用理想气体得到递推公式$\boldsymbol{P_0 = P_n \left(\frac{V_0 + V_1}{V_0}\right)^n}$，$P_0$为起始压强，$V_0$为容器的体积）
4. $V = 3.91 \times 10^{-5} m^3$；$d = 3.1 \times 10^{-10} m$；$\Delta_{pi} = \frac{a}{b^2} = 90.0 \times 10^6$Pa
5. A
6. C
7. C

第二章 分子动理学理论的平衡态理论

➢ *章节知识体系*

- 麦克斯韦速率分布
  - 分布函数 → $f(v)dv = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot v^2dv$
  - 三种速率
    - 平均速率
    - 方均根速率
    - 三种速率

    了解它们的推导过程，记住表达式
  - $\frac{dN}{N} = f(v)dv$及其积分表达式的物理含义
- 麦克斯韦速度分布
  - 速度空间的概念
  - 分布函数 $f(v_i)dv_i = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot exp\left(-\frac{mv_i^2}{2kT}\right) dv_i(i = x,y,z)$
  - 麦克斯韦**速度**分布推导麦克斯韦**速率**分布
- 外场中自由粒子的分布
  - 等温大气压强公式与粒子数公式
  - 大气标高 H 的物理意义 $p_0(n_0) = P(z)[n(z)] \cdot \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right)$
  - 旋转体中粒子的径向分布（掌握推导方法）
  - 玻尔兹曼分布 $\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{kT}\right)$
- 能量均分定理
  - 自由度与自由度数
    - 单原子、双原子、多原子
    - 刚性、非刚性、线型分子
  - 能量均分定理（仅限均分平均动能） $\bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{2}(t + r + 2v)kT$
  - 理想气体的摩尔内能与摩尔热容
    - $U_m = N_A \cdot \frac{1}{2}(t + r + 2v)kT$
    - $C_{V,m} = dU_m$

➢ 典型例题

1. 试指出下列各式所表示的物理意义.

(1) $f(v)dv$；　(2)$Nf(v)dv$；　(3) $nf(v)dv$；(4) $\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$

(5) $\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv$；　(6) $\int_0^{\infty} vf(v)dv$；　(7) $\int_0^{\infty} v^2 f(v)dv$；　(8) $\int_{v_1}^{v_2} v^2 f(v)dv$

(9) $\int_0^{\infty} \frac{1}{2}mv^2 f(v)dv$　(10) $\dfrac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)dv}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv}$

解：

(1) 处于速率间隔v~$v+dv$区间内的分子数与分子总数的百分比（概率）；

(2) 处于速率间隔v~$v+dv$区间内的分子数；

(3) $nf(v)dv = \frac{N}{V}\cdot\frac{dN}{N} = \frac{dN}{V}$，即处于速率间隔$v$~$v+dv$区间内单位体积分子数；

(4) 处于速率间隔v_1~v_2区间内的分子数与分子总数的百分比（概率）；

(5) 处于速率间隔v_1~v_2区间内的分子数；

(6) 分子热运动的平均速率；

(7) 分子热运动的方均根速率的平方；

(8) $\int_{v_1}^{v_2} v^2 f(v)dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{v^2 dN}{N}$，即表示处于速率间隔$v_1$~$v_2$区间内的分子速率平方的和与分子总数之比；

(9) $\int_0^{\infty} \frac{1}{2}mv^2 f(v)dv = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$，表示分子的平均平动动能；

(10) 处于速率间隔v_1~v_2区间内的分子的平均速率.

2. 分子质量为 m 的气体在温度 T 下处于平衡，若以v_x,v_y,v_z及v分别表示分子在 x,y,z 方向的速度分量及速率，试求下述平均值：

(1) $\overline{v_x}$；　(2) $\overline{v_x^2}$；　(3) $\overline{v_x v^2}$；　(4) $\overline{v_x^2 v_y}$；　(5) $\overline{(v_x+bv_y)^2}$

解：麦克斯韦速度分布中每个方向（*x,y,z*）的投影都有正负两种情况，因此它的积分区间为$(-\infty,+\infty)$

(1) $\bar{v}_x=\int_{-\infty}^{\infty}v_x f(v_x)dv_x=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)v_x dv_x$

$$=\int_{-\infty}^{0}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)v_x dv_x+\int_{0}^{\infty}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)v_x dv_x$$

对上面的第一个积分做变量代换，令$v_x=-u_x$，得

$$\int_{-\infty}^{0}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)v_x dv_x=\int_{\infty}^{0}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)u_x du_x$$

×(2) $\overline{v_x^2}=\int_{-\infty}^{\infty}v_x^2 f(v_x)dv_x=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)v_x^2 dv_x$

$$=2\int_{0}^{\infty}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)v_x^2 dv_x=\frac{m}{kT}$$

(3) v_x和v^2相互独立，由概率乘法定理知，$\overline{v_x v^2}=\bar{v}_x\cdot\overline{v^2}=0$

(4) 与(1)、(3)类似，有$\overline{v_x^2 v_y}=\overline{v_x^2}\cdot\bar{v}_y=0$

(5) $\overline{(v_x+bv_y)^2}=\overline{\left(v_x^2+2bv_xv_y+b^2v_y^2\right)^2}=\overline{v_x^2}+2b\bar{v}_x\bar{v}_y+b^2\overline{v_y^2}=\frac{m}{kT}(1+b^2)$

3. 一容积为 1L 的容器，盛有温度为 300K，压强为3.0×10^4Pa的氩气，氩的摩尔质量为 0.004kg·mol^{-1}. 若器壁上有一面积为$1.0\times10^{-3}cm^2$的小孔，氩气将通过小孔从容器内溢出. 问经过多长时间容器里的原子数减少为原来的$\frac{1}{e}$?

解：在 dt 时间内在面积为 A 的小孔中流出的分子数为$dN=-\frac{n\bar{v}}{4}Adt$（负号表示粒子数减少），两边同时除以容器体积 *V*，再做定积分，有$-\int_0^t\frac{\bar{v}A}{4V}dt=\int_{n_1}^{n_2}\frac{dn}{n}$,

即$-\frac{\bar{v}At}{4V}=\ln\frac{n_2}{n_1}$，由题意可知$\frac{n_2}{n_1}=\frac{1}{e}$，解得$t=\frac{4V}{A\cdot\bar{v}}=\frac{4V}{A}\cdot\sqrt{\frac{\pi M}{8RT}}=101\text{s}$

4. 有人曾用泻流法测量石墨的蒸气压，他们测得在 2603K 的温度有 0.648×10^{-3}kg 的碳在 3.5h 内通过 $3.25mm^2$ 的小孔. 假定碳的蒸气分子是单原子的，试估计碳在 2603K 下的蒸气压强.

解： 在 2603K 的高温下，石墨的蒸气压强其实很小，因此可以当做理想气体处理。另外，在温度一定时，分子的平均速率保持恒定，并且由$p=nkT$知分子数密度 n 也是不变的

在$\Delta t=3.5h$内，通过小孔泻流出去的分子数量为$\Delta N=\frac{1}{4}n\bar{v}A\Delta t$，故泻流总质量为$\Delta m=m\cdot\Delta N=\frac{1}{4}nm\bar{v}A\Delta t$，其中$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$，结合$p=nkT$，解得$p=\frac{4\Delta m}{\Delta A\Delta t}\cdot\sqrt{\frac{\pi RT}{8M}}$ $=5.3\times10^{-2}Pa$

5. 气体的温度 $T=273K$，压强为 $p=1.01\times10^{2}Pa$，密度 $\rho=1.24\times10^{-3}kg\cdot m^{-3}$. 试求：(1) 气体的摩尔质量，并确定它是什么气体；(2) 气体的方均根速率.

解：(1) 由理想气体状态方程$pV=\nu RT=\frac{m}{M}RT$及$\rho=\frac{m}{V}$，得$p=\frac{\rho}{M}RT$，从而有

$M=\frac{\rho RT}{p}=\frac{1.24\times10^{-3}\times8.31\times273}{1.01\times10^{2}}$ $kg\cdot mol^{-1}=0.028kg\cdot mol^{-1}$，所以这种气体为氮气或者一氧化碳

(2) 气体的方均根速率为$v_{rms}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=493m\cdot s^{-1}$

6. 一带有小孔（小孔面积为 A）的固定隔板把容器分为体积均为 V 的两部分. 开始时，左方装有温度为T_0，压强p_0为的单原子理想气体，右方为真空. 由于孔很小，因而虽然板两边分子数随时间变化，但仍可以假定任意时刻近似是平衡态. 又已知整个容器被温度为T_0的热源包围. 试求：

(1) 在t到$t+dt$时间内从左方穿过小孔到达右方的分子数；

(2) 左方压强的随时间的函数表达式；

(3) 最后达到平衡时气体与热源一共交换了多少热量？

解：本题解题的关键点在于明白任意时刻的粒子总数是守恒的

(1) 设在t时刻左右容器内的分子数密度分别为n_1,n_2，由于右方开始为真空且粒子总数守恒，因此有$n_1+n_2=n_0=\frac{p_0}{kT_0}$. 由气体分子碰壁数公式，在$t$到$t+dt$时间内，从左方穿过小孔到达右方的分子数为$-dN_1=\frac{\bar{v}Adt}{4}(n_1-n_2)$

(2) (1)中的表达式可进一步写成$dn_1=-\frac{A\bar{v}}{4V}\cdot(2n_1-n_0)dt$，分离变量作定积分得:

$$\int_{n_0}^{n_1}\frac{dn_1}{2n_1-n_0}=-\int_0^t\frac{A\bar{v}}{4V}\cdot dt$$

最后化简整理得$p_1(t)=\frac{p_0}{2}\left[1+exp\left(-\frac{\bar{v}At}{2V}\right)\right]$

(3) 由于左右方容器温度始终为T_0且与系统外的温度始终相等，所以最后达到平衡的过程中气体与热源没有热量交换.

7. (1) 若认为大气是温度为 273K 的等温大气，试估计地球大气的总分子数及总质量；

(2) 可以认为大气中水汽的全部集中在紧靠地面的对流层中，已知对流层的平均厚度为 10km，对流层中水汽的平均分压为 665Pa，试估计大气中水汽的总质量.

解：(1)根据大气标高$H=\frac{kT}{mg}$的物理意义：若把整个大气分子压缩成为一层覆盖在地球表面、其密度、压强与海平面处相等的均匀大气层，则其厚度也为H，所以大气分子总数为$N=4\pi R_E^2H\cdot n(0)=4\pi R_E^2H\cdot\frac{p_0}{kT}$ = 1.1×10^{44}，从而$m_{总}=N\cdot m$ = $5.3\times10^{18}kg$(本题在求总质量时也可以写下列式子求解：$m_{总}g=p_0S=p_0\cdot4\pi R_E^2$)

(2) 设地球大气平均温度为 273K，由$p=nkT$得，$m_{H_20\ 总}=4\pi R_E^2h\cdot\frac{p}{kT}\cdot m$ $=2.7\times10^{16}kg$

8. 求常温下质量为 3.00g 的水蒸气与质量为 3.00g 的氢气组成的混合理想气体的$C_{V,m}$.

解：3.00g 的水蒸气与质量为 3.00g 的氢气的物质的量分别为为$\frac{1}{6}mol$和$\frac{3}{2}mol$

氢气有 5 个自由度，水蒸气有 6 个自由度，根据能量均分定理，$1mol$氢气的内能为$\frac{5}{2}RT$，$1mol$的水蒸气的内能为$\frac{6}{2}RT$，从而 3.00g 的水蒸气与质量为 3.00g 的氢气组成的混合理想气体的内能为 U=$\left(\frac{1}{6}\times\frac{6}{2}+\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}\right)RT$.

混合气体的物质的量为$\frac{5}{3}mol$，于是$U_m=\frac{U}{\nu}=\frac{51RT}{20}$

从而混合气体的摩尔定容热容为$C_{V,m}=\frac{dU_m}{dT}=\frac{51R}{20}=21.2\text{J}\cdot mol^{-1}\cdot k^{-1}$

➢ ***第二章巩固提高练习***

1. 一容器内装有 N_1 个单原子理想气体分子和 N_2 个刚性双原子理想气体分子，当该系统处在温度为 T 的平衡态时，其内能为

A.$(N_1+N_2)\left(\frac{3}{2}kT+\frac{5}{2}kT\right)$

B.$(N_1+N_2)\left(\frac{3}{2}kT+\frac{5}{2}kT\right)$

C.$N_1\frac{3}{2}kT+N_2\frac{5}{2}kT$

D.$N_1\frac{5}{2}kT+N_2\frac{3}{2}kT$

2. 设$\overline{\upsilon}$代表气体分子运动的平均速率，υ_p代表气体分子运动的最概然速率，$(\overline{\upsilon^2})^{1/2}$代表气体分子运动的方均根速率．处于平衡状态下理想气体，三种速率关系为

A. $(\overline{\upsilon^2})^{1/2}=\overline{\upsilon}=\upsilon_p$　　B.$\overline{\upsilon}=\upsilon_p<(\overline{\upsilon^2})^{1/2}$

C.$\upsilon_p<\overline{\upsilon}<(\overline{\upsilon^2})^{1/2}$　　D.$\upsilon_p>\overline{\upsilon}>(\overline{\upsilon^2})^{1/2}$

3. 已知一定量的某种理想气体，在温度为 T_1 与 T_2 时的分子最概然速率分别为 υ_{p1} 和 υ_{p2}，分子速率分布函数的最大值分别为 $f(\upsilon_{p1})$和 $f(\upsilon_{p2})$．若 $T_1>T_2$，则________.

A.$\upsilon_{p1}>\upsilon_{p2}$，$f(\upsilon_{p1})>f(\upsilon_{p2})$

B.$\upsilon_{p1}>\upsilon_{p2}$，$f(\upsilon_{p1})<f(\upsilon_{p2})$

C.$\upsilon_{p1}<\upsilon_{p2}$，$f(\upsilon_{p1})>f(\upsilon_{p2})$

D.$\upsilon_{p1} < \upsilon_{p2}$，$f(\upsilon_{p1})<f(\upsilon_{p2})$

4. 假定氧气的热力学温度提高一倍，氧分子全部离解为氧原子，则这些氧原子的平均速率是原来氧分子平均速率的_______.

A. 4 倍　　B. 2 倍　　C. $\sqrt{2}$ 倍　　D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍

5. 速率分布函数 f(v)的物理意义为

A.具有速率 v 的分子占总分子数的百分比

B.速率分布在 v 附近的单位速率间隔中的分子数占总分子数的百分比.

C.具有速率 v 的分子数

D.速率分布在 v 附近的单位速率间隔中的分子数

答案（简略版）

1.C　2.C　3.B　4.B　5.B

第三章　分子输运现象与分子动理论的非平衡态理论

➢ *章节知识体系*

- 常见的三种输运过程
  - 黏性现象
    - 牛顿黏性定律：$F=-\eta\frac{du}{dz}A$
    - 动量流密度：$J_p=-\eta\frac{du}{dz}$
    - 泊肃叶定律：$\frac{dV}{dt}=\frac{\pi r^4\Delta p}{8\eta l}=\frac{\Delta p}{R_F}$
    - 斯托克斯定律：$F=6\pi\eta vR$（$R_e\ll 1$）
  - 扩散现象
    - 菲克定律（粒子流密度）：$J_N=-D\frac{dn}{dz}$
  - 热传导现象
    - 傅里叶定律：$\dot{Q}=-\kappa\frac{dT}{dz}A$
    - 热流密度：$J_T=-\kappa\frac{dT}{dz}$
    - 热欧姆定律：$I_T=\kappa\frac{\Delta U_T}{L}\cdot A$
- 气体分子的平均自由程
  - 碰撞截面
    - 同种分子间：$\sigma=\pi d^2$
    - 不同种分子间：$\sigma=\pi(d_1+d_2)^2$
  - 平均碰撞频率
    - 普适公式：$\overline{Z}=n\sigma\overline{v_{相}}$
    - 处于平衡态的理想气体：$\overline{Z}=\sqrt{2}n\sigma\overline{v}=\frac{4\sigma p}{\sqrt{\pi mkT}}$
  - 平均自由程
    - 普适公式：$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{Z}}$
    - 处于平衡态的理想气体：$\overline{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}=\frac{kT}{\sqrt{2}\sigma p}$

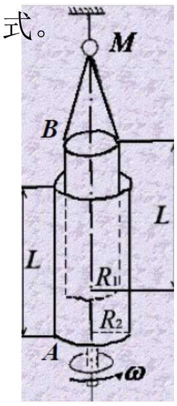
- 气体分子的自由程分布
  - $\frac{N}{N_0}=\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$分子束行进到 x 处残存的概率
  - $\frac{dN}{N_0}=-\frac{1}{\lambda}\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)dx$分子在$x\sim x+dx$内受碰概率
- 气体输运系数的导出

$$\begin{cases}\eta=\frac{1}{3}nm\bar{v}\bar{\lambda}=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}\\ \kappa=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}\cdot\frac{C_{v,m}}{M}\\ D=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}\end{cases}$$

- 稀薄气体中的热传导问题及黏性现象

➢ *典型例题*

1. 旋转黏度计是为测定气体的黏度而设计的仪器，其结构如图所示。扭丝悬吊了一只外径为R_1、长为 L 的内圆筒，筒外同心套上一只长亦为 L 的、内径为R_2的外圆筒，内、外筒间的隔层内装有被测气体。使外筒以恒定角速度ω旋转，内筒所受到的气体黏性力产生的力矩被扭丝的扭转力矩 G 所平衡。G 可由装在扭丝上的反光 M 的偏转角度测定。试导出被测气体的黏度表达式。

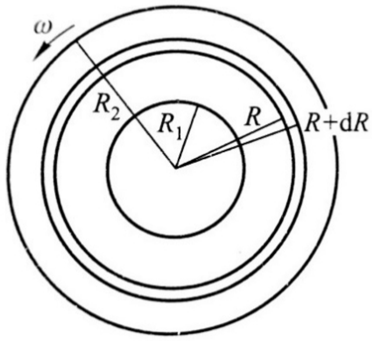


(1) $R_2-R_1=\delta$，$\delta\ll R_1$；(2) $R_2-R_1=\delta,\delta$与R_1相比不是很小.

解：（1）$\delta\ll R_1$时，可认为内外筒之间的梯度处处相等，而内筒速度为，$u_1=0$，外筒速度为$u_2=\omega R_2$，故速度梯度为$\frac{du}{dz}=\frac{\Delta u}{\Delta R}=\frac{\omega R_2}{\delta}$，由牛顿黏性定律得$F=-\eta\frac{du}{dz}\cdot 2\pi R_1 l$，再由力矩平衡条件 F=G，可求得粘度表达式为：$\eta=\frac{G\delta}{2\pi\omega R_2R_1^2 l}\approx\frac{G\delta}{2\pi\omega R_1^3 l}$。

（2）当R_2与R_1相距较远时，就不能认为内外筒之间的沿半径方向的速度梯度处处相同，如下图所示，可以选取半径为 R 处的一层厚度为dR的薄圆筒作为

研究对象，采用先微分后积分的思想进行求解。



因为气体处于稳态，且在绕轴转动，所以角动量守恒，薄壳受到的合外力应为 0，即$(F+dF)(R+dR)-FR=0$，忽略二阶无穷小量，得到$d(FR)=0$；

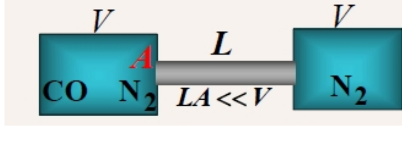
又根据牛顿黏性定律，$F=-\eta\frac{du}{dz}\cdot 2\pi RL$，代入上式，有$R\frac{d^2u}{dR^2}+2\frac{du}{dR}=0$，解此二阶齐次微分方程，有$u=-\frac{C_1}{R}+C_2$，考虑初始条件：$\begin{cases} u=0,R=R_1 \\ u=\omega R_2,R=R_2 \end{cases}$

得$C_1=\frac{\omega R_1R_2^2}{R_2-R_1}$,$C_2=\frac{\omega R_2^2}{R_2-R_1}$，即$u=-\frac{\omega R_1R_2^2}{R_2-R_1}\cdot\frac{1}{R}+\frac{\omega R_2^2}{R_2-R_1}$，$F=-\eta\frac{du}{dz}\cdot 2\pi R_1L$，

再由力矩平衡条件 F=G，可求得粘度表达式为：$\eta=\frac{G(R_2-R_1)}{2\pi\omega R_2R_1^2L}$

2. 两个容器的体积都为 V，用长为 L、截面积 A 很小（$LA<<V$）的水平管将两个容器相联通，开始时左边容器中充有分压为p_0的一氧化碳和分压为 $p-p_0$ 的氮气所组成的混合气体，右边容器器中装有压强为p的纯氮气，设一氧化碳向氮中扩散及氮向一氧化碳中扩散的扩散系数都是 D。试求出左边容器中一氧化碳分压随时间变化的函数关系。

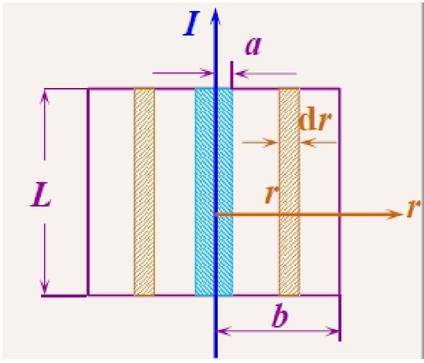
解：设一氧化碳的初始数密度为n_0，t 时刻，左边和右边的一氧化碳数密度为分别为n_1,n_2，则管道中一氧化碳的数密度梯度为$\frac{n_1-n_2}{L}$,于是从左端扩散到



右端的速率为$\frac{dN_1}{dt}=-D\frac{n_1-n_2}{L}A$,两边同时除以$V_1$,又由一氧化碳粒子数守恒,有$n_2=n_0-n_1$，代入后上式得到$\frac{dn_1}{2n_0-n_1}=-\frac{DA}{LV}dt$，作定积分，$\int_{n_0}^{n}\frac{dn_1}{2n_0-n_1}=-\frac{DA}{LV}$

$\int_0^t dt$，解得$\frac{2n_1}{n_0}=\frac{2p_1}{p_0}=1+\exp\left(-\frac{DA}{LV}t\right)$，即$p_1=\frac{p_0}{2}[1+\exp\left(-\frac{DA}{LV}t\right)]$

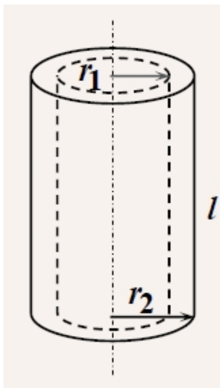
3. 一半径为 b 的长圆柱形容器在它的轴线上有一根半径为 a、单位长度电阻为 R 的圆柱形长导线。圆柱形筒维持在定温，里面充有被测气体。当金属线内有一小电流 I 通过时，测出容器壁与导线间的温度差为△T。假定此时已达到稳态传热，因而任何一处的温度均与时间无关。试问：待测气体的热导率是多少？



解：如图所示，电阻的总电阻为$R_{tot}=RL$，达到稳态时，$\dot{Q}$为常数，由傅里叶定律，$\dot{Q}=-\kappa\frac{dT}{dr}2\pi rL$，分离变量积分得$\int dT=\int_a^b\frac{\dot{Q}}{2\pi Lk}\frac{dr}{r}$，解得$\Delta T=\frac{\dot{Q}}{2\pi\kappa L}\ln\frac{a}{b}$，又因为$\dot{Q}=I^2RL$，解得热导系数

$$\frac{I^2R\ln\frac{a}{b}}{2\pi\Delta T}$$

4. 一个均匀的非金属形圆柱，它的内、外半径分别为r_1、r_2，其长度为l ($l>>r_2$)， 它的内外表面分别保持T_1和T_2温度不变,求温度分布.



解：由于$l>>r_2$，在忽略上、下表面和外界间的热传递的情况下，在离开环形圆柱中心轴r处的温度是处处相等的。设导热系数为□，考虑从r到$r+dr$的壳层空间，设其温度从 T 变化到$T+dT$，由傅里叶定律，$\dot{Q}=-\kappa\frac{dT}{dr}2\pi rl$，到达稳态时，热流为常量，令$A=\frac{\dot{Q}}{2\pi L\kappa}$，则上式可写成$dT=\frac{Adr}{r}$，两边做定积分，得$T(r)=A\ln r+B$，考虑初始条件，有$\begin{cases}T_1=A\ln r_1+B\\T_2=A\ln r_2+B\end{cases}$

解得$\begin{cases} A=\dfrac{T_2-T_1}{\ln r_2-\ln r_1} \\ B=\dfrac{T_1\ln r_2\quad T_2\ln r_1}{\ln r_2-\ln r_1} \end{cases}$，从而$T(r)=\dfrac{T_2-T_1}{\ln r_2-\ln r_1}\cdot\ln r+\dfrac{T_1\ln r_2\quad T_2\ln r_1}{\ln r_2-\ln r_1}$

5. 设混合理想气体的半径分别为r_A、r_B，分子质量分别为m_A、m_B的两种刚性分子 A 和 B 组成，这两种分子的数密度分别为n_A、n_B. 混合气体温度为 T，试求出 A，B 分子各自的的总的平均碰撞频率以及 A，B 各自的平均自由程.

解： A 的平均碰撞频率$\bar{Z}_A$是 A 与 A 之间以及 A 与 B 之间平均碰撞频率的总和，

即$\bar{Z}_A=\bar{Z}_{AA}+\bar{Z}_{AB}$，其中：

$$\bar{Z}_{AA}=\sqrt{2}n_A\sigma_A\overline{v_A}=4\sqrt{2}n_A\pi r_A^2\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_A}}$$

$$\bar{Z}_{AB}=n_A\sigma_{AB}\overline{v_{AB}}，\ \overline{v_{AB}}=\sqrt{\bar{v}_A^2+\bar{v}_B^2}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}$$（$\mu=\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}$成为折合质量）

$$\sigma_{AB}=\frac{1}{4}\pi(d_1+d_2)^2=\pi(r_A+r_B)^2$$

从而求得$\bar{Z}_A=4\sqrt{2}n_A\pi r_A^2\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_A}}+n_A\pi(r_A+r_B)^2\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}$

$$\overline{\lambda_A}=\frac{\bar{v}_A}{\bar{Z}_A}=[4\sqrt{2}n_A\pi r_A^2+n_A\pi(r_A+r_B)^2\cdot\sqrt{\frac{m_A}{\mu}}]^{-1}$$

请读者自行完成$\bar{Z}_B$,$\overline{\lambda_B}$的求解。

注：本题涉及的知识点参考热学第四版（秦允豪）P140-141 页

6. 一个厚度可忽略不计的，半径为 R 的薄圆盘，以角速度ω在一容器中绕其中心轴转动. 容器中充有低压气体，其平均自由程比 R 大得多，若分子的碰撞是瞬时的，，离开圆盘后有变为杂乱无章的无规则运动。证明：气体分子施加给圆盘的阻力矩为$\frac{1}{4}\pi nm\bar{v}\omega R^4$（$n$为分子数密度，$m$为分子质量，$\bar{v}$为平均速率）

证明： 若圆盘静止不动，每次碰撞只在圆盘法向产生动量的改变，圆盘总是处于力平衡状态. 若圆盘以ω旋转，则粒子碰到圆盘r处得到一切向的速率ωr，因而

产生了$m\omega r^2$的附加角动量，在圆盘$r\sim r+dr$的那一圈表面上，单位时间内产生了$\frac{1}{4}n\bar{v}\cdot m\omega r^2\cdot 2\pi rdr$的角动量，因而形成了阻力矩，考虑圆盘上下两个表面，所以阻力矩为$M_f=n\bar{v}m\omega\pi\int_0^R r^3dr=\frac{1}{4}\pi nm\bar{v}\omega R^4$

7. 标准状况下氦气的粘度为，氩气的粘度为，它们的摩尔质量分别为. 求：

(1) 氦原子和氩原子各自碰撞时的碰撞截面σ_1,σ_2之比；

(2) 氦气的导热系数κ_1与氩气的导热系数κ_2之比；

(3) 氦气的扩散系数D_1与氩气的扩散系数D_2之比；

解：本题主要考查对公式的记忆与理解

(1) 由$\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}$，$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$，$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$，得$\eta=\frac{2}{3\sigma}\sqrt{\frac{kmT}{\pi}}\propto\frac{\sqrt{M}}{\sigma}$，故碰撞截面比：$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

$$=\frac{\frac{\sqrt{M_1}}{\eta_1}}{\frac{\sqrt{M_2}}{\eta_2}}=\frac{\eta_2}{\eta_1}\cdot\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

(2) 由$\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}$，$\kappa=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}\bullet\frac{C_{v,m}}{M}$得$\kappa=\eta\bullet\frac{C_{v,m}}{M}$，所以$\frac{\kappa_1}{\kappa_2}=\frac{n_1}{\eta_2}\cdot\frac{M_2}{M_1}$

(3) 由$\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}$,$D=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}$,$\rho=\frac{M}{V}$，得,$D\propto\frac{\eta}{M}$，从而$\frac{D_1}{D_2}=\frac{n_1}{\eta_2}\cdot\frac{M_2}{M_1}$

8. 一细金属棒将一质量为m半径为R的均质圆盘沿中心轴铅锤吊住，盘能绕轴自由转动. 盘面平行于一水平面板，盘与平板间充满黏度为η的液体，初始时圆盘以角速度ω_0旋转，圆盘面与大平板将的距离为d，且在圆盘下方任一竖直直线上液体的速度梯度都相等，试问在t时刻盘的角速度.

解：选取离开中心轴$r\sim r+dr$的小圆环为研究对象，由牛顿粘性定律，有：

$$df=-\eta\frac{\omega r}{d}\cdot 2\pi rdr$$

这时，粘性力对中心轴的力矩为：

$$dM=r\times df=-2\pi\eta\frac{\omega r^3}{d}dr$$

做定积分，可求得力矩表达式为：$M=-\eta\frac{\pi\omega R^4}{2d}$

由刚体转动定律：$M=J\frac{d\omega}{dt}$，其中$J=\frac{1}{2}mR^2$，代入上式，分量变量并做定积分，

$$\int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega}=-\int_0^t\eta\frac{\pi\pi^4}{md}dt$$

于是，t 时刻的角速度为：$\omega=\omega_0\cdot\exp\left(-\eta\frac{\pi\pi^4}{md}t\right)$

点评：本题考查了刚体的转动定律和牛顿黏性定律，有一定的综合性.

9. 两个长圆筒共轴套在一起，两桶的长度均为L，内筒和外筒的半径分别为R_1,R_2，内筒和外筒分别保持在恒定温度T_1,$T_2(T_1>T_2)$. 已知两空筒间空气的导热系数为κ. 求每秒由内筒通过空气传到外筒的热量.

解： 设在dt时间内，由内筒向外传递的热量为常量$\dot{Q}=\frac{dQ}{dt}$，选取离开中心轴$r\sim r+dr$的某一圆柱壳层为研究对象，由傅里叶定律，$\dot{Q}=-\kappa\cdot\frac{dT}{dr}\cdot 2\pi rL$，分离变量，有$dT=-\frac{\dot{Q}}{2\pi L\kappa}\cdot\frac{dr}{r}$，两边积分可得到$\dot{Q}=\frac{2\pi\kappa L}{\ln\frac{R_2}{R_1}}(T_1-T_2)$

10. 某粒子加速器中粒子在压强为$1.3\times10^{-4}Pa$、温度为$273K$的容器中被加速，若气体分子直径为$2.0\times10^{-10}m$，求分子的平均自由程.

解： 考虑不同种类分子之间的碰撞截面公式$\sigma=\frac{1}{4}\pi(d_1+d_2)^2$. 而加速器中的粒子一般为质子或者电子，其直径$d_2\sim10^{-15}m$，远小于分子直径$d_1=2.0\times10^{-10}$ m，所以$\sigma=\frac{1}{4}\pi(d_1+d_2)^2\approx\frac{1}{4}\pi d_1^2$

因为$\bar{\lambda}=\frac{\bar{v}}{\bar{Z}}$，$\bar{Z}=n\cdot\sigma\cdot\overline{v_{相对}}$，考虑被加速的粒子的速率远大于气体分子的速率，其相对运动速率近似于粒子速率本身，由此得$\bar{\lambda}=\frac{1}{n\sigma}=\frac{4}{n\pi d_1^2}=\frac{4kT}{\pi d_1^2p}$，代入相关数据得$\bar{\lambda}=1.6\times10^2m$

➢ ***第三章巩固提升习题***

1. 设一空心球壳的内半径为r_1，温度为T_1，外半径为r_2，温度为T_2，球内热传

导的速率恒定，已知空心球壳的热导系数为κ，则内外表面的温度差为________.

2. 两根金属棒 A,B 的尺寸相同，A 的导热系数是 B 的两倍，用它们导热，设高温处与低温处的温度保持恒定，求将 A,B 棒并联使用和串联使用时热传递能量之比_________.（设棒的侧面是绝热的）

3. 某种单原子气体，摩尔质量为 M，温度为 T，压强为 p ，已知一个分子在行进x(单位为 m)的路程中受碰撞的概率为$1-\frac{1}{e^2}$，则该分子的平均自由程为_______，该气体的粘度系数为________，导热系数为________.(该气体的定体摩尔热容$C_{v,m}$已知)

4. 在一个体积不变的容器中，储有一定量的理想气体，温度为 T_0时，气体分子的平均速率为$\bar{v}_0$，分子平均碰撞次数为$\bar{Z}_0$，平均自由程为$\bar{\lambda}_0$．当气体温度升高为 $4T_0$时，气体分子的平均速率$\bar{v}$，平均碰撞频率$\bar{Z}$和平均自由程$\bar{\lambda}$分别为_________.

A. $\bar{v}=4\overline{v_0}$，$\bar{Z}=4\bar{Z}_0$，$\bar{\lambda}=4\bar{\lambda}_0$.

B. $\bar{v}=2\overline{v_0}$，$\bar{Z}=2\bar{Z}_0$，$\bar{\lambda}=\bar{\lambda}_0$.

C. $\bar{v}=2\overline{v_0}$，$\bar{Z}=2\bar{Z}_0$，$\bar{\lambda}=4\bar{\lambda}_0$.

D. $\bar{v}=4\overline{v_0}$，$\bar{Z}=2\bar{Z}_0$，$\bar{\lambda}=\bar{\lambda}_0$.

5. 一定量的某种理想气体若体积保持不变，则其平均自由程$\bar{\lambda}$和平均碰撞频率$\bar{Z}$与温度的关系是_________.

A. 温度升高，$\bar{\lambda}$减少而$\bar{Z}$增大

B. 温度升高，$\bar{\lambda}$增大而$\bar{Z}$减少

C. 温度升高，$\bar{\lambda}$和$\bar{Z}$均增大

D. 温度升高，$\bar{\lambda}$保持不变而$\bar{Z}$增大

6. 一容器贮有某种理想气体，其分子平均自由程为$\overline{\lambda_0}$，若气体的热力学温度降到原来的一半，但体积不变，分子作用球半径不变，则此时平均自由程为________.

A. $\sqrt{2}\overline{\lambda_0}$　　B. $\overline{\lambda_0}$　　C. $\dfrac{\overline{\lambda_0}}{\sqrt{2}}$　　D. $\overline{\lambda_0}/2$

答案:

1.$\frac{\dot{Q}}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$　　2.$\frac{Q_{串}}{Q_{并}}=\frac{9}{2}$　　3.$\frac{x}{2}$;$\eta=\frac{xp}{3}\sqrt{\frac{2M}{\pi RT}}$;$\kappa=\frac{xpC_{v,m}}{3}\cdot\sqrt{\frac{2}{\pi RTM}}$

4.B　　5.D　　6.B

第四章　热力学第一定律

> ➢ *章节知识体系*

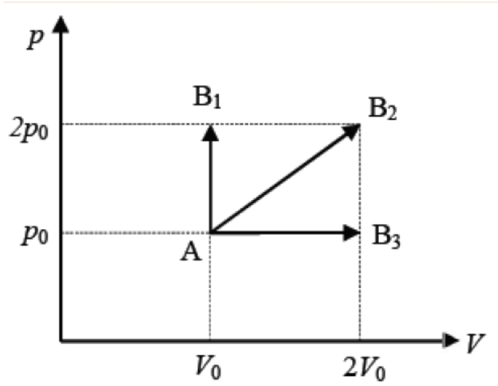
- 可逆与不可逆过程
  - 准静态过程
  - 弛豫时间
  - 只有无耗散的准静态过程才是可逆过程
- 功和热量
  - 二者都不是系统的状态函数
  - 体积膨胀功 $W=\int_{V_1}^{V_2}-pdV$ 外界对系统所做的功
  - 理想气体在可逆过程做的功
    - 等温
    - 等压
    - 等体
- 热力学第一定律的三种表达式
  - 一般式 $U_2-U_1=Q+W$
  - 无限小过程 $dU=\text{đ}Q+dW$
  - 准静态过程 $dU=\text{đ}Q-pdV$
- 热容
  - 定容热容与内能 $\longrightarrow$ $C_{V,m}=\left(\frac{\partial U_m}{\partial T}\right)_V$
  - 定压热容与焓 $\longrightarrow$ $H=U+pV,C_{p,m}=\left(\frac{\partial H_m}{\partial T}\right)_p$
  - $C_{p,m}-C_{V,m}=R$
- 第一定律对气体的应用
  - 理想气体的定容热容与内能
  - 理想气体的等压、等体、等温、绝热过程的方程、热量与内能变
  - 多方过程

- 热机
  - 热机效率 → $\eta = 1 - \dfrac{|Q_2|}{|Q_1|}$
  - 卡洛热机
- 焦耳-汤姆孙效应与制冷机
  - 制冷系数 → $\eta = \dfrac{|Q_2|}{W} = \dfrac{|Q_2|}{|Q_1| - |Q_2|}$
  - 节流过程与节流效率

➢ *典型例题*

1. 3 mol单原子分子理想气体经历的三个准静态过程 AB_1, AB_2, AB_3 如图所示。(1) 求三个过程的吸热量 Q_1, Q_2, Q_3；

(2) 求三个过程的摩尔热容量 C_{m1}, C_{m2}, C_{m3} .



解：(1) AB_1 为等体过程，由 $dU = \text{đ}Q - pdV$ 知 $Q_1 = \nu C_{V,m}(T_{B_1} - T_A)$，又因为

$T_{B_1} = 2T_0, p_0V_0 = \nu RT_0, C_{V,m} = \dfrac{3}{2}R$，求得 $Q_1 = \dfrac{3}{2}p_0V_0$

AB_2 为一般过程，其中 $T_{B_2} = 4T_0$，由热力学第一定律 $Q = \Delta U + W'$

所以 $Q_2 = \nu C_{V,m}(T_{B2} - T_A) + \dfrac{1}{2}(p_0 + 2p_0)V_0 = 6p_0V_0$

AB_3 为等压过程，其中 $T_{B_3} = 2T_0$，有 $Q_3 = \nu C_{p,m}(T_{B_3} - T_A) = \dfrac{5}{2}p_0V_0$

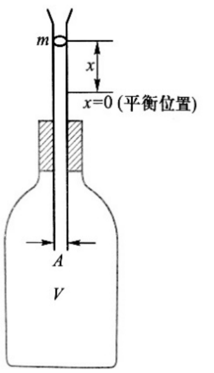
(2) $C_{m1} = C_{V,m} = \dfrac{3}{2}R, C_{m3} = C_{p,m} = \dfrac{5}{2}R$

$$C_{m3}=\frac{dQ}{dT}=\frac{C_{V,m}dT+pdV}{dT}=C_{V,m}+p\frac{dV}{dT}$$

又 $pV=RT, p=\frac{p_0}{V_0}\cdot V$（$AB_3$ 的表达式），得 $pV=\frac{p_0}{V_0}\cdot V^2=RT$，两遍微分，有：

$2\frac{p_0}{V_0}\cdot VdV=RdT, 2pdV=RdT$，解得 $p\frac{dV}{dT}=\frac{R}{2}$，故 $C_{m2}=\frac{3}{2}R+\frac{1}{2}R=2R$

2. 如下图所示，气体置于体积为 V 的大瓶中，一根截面积为 A 的均匀玻璃管插入瓶塞中. 有一质量为 m 的小金属球紧贴着塞入管中作为活塞，不计摩擦. 原先小球处于静止状态（设此时坐标为 x=0，并取竖直向上为 x 的正方向）. 现将球抬高 x_0（$x_0 A \ll V$），并静止释放，小球将振动起来，求小球的振动周期 T. 已知瓶中气体的为理想气体，其比热容比为 γ.



解: 在平衡位置时，有力学平衡：$p=p_0+\frac{mg}{A}$. 因为振动过程很快，瓶中气体来不及交换热量，可认为是绝热过程. 由绝热方程 $pV^\gamma=C$，得下列等式：

$$(p_0+\frac{mg}{A})V^\gamma=p'(V+Ax_0)^\gamma$$

解得 $p'=(p_0+\frac{mg}{A})\Big/(1+\frac{A}{V}x_0)^\gamma\approx(p_0+\frac{mg}{A})(1-\frac{\gamma A}{V}x_0)$

所以小球受到的回复力为 $F=[p'-(p_0+\frac{mg}{A})]\cdot A=-\frac{\gamma A^2}{V}\cdot(p_0+\frac{mg}{A})x$

则 $k=-\frac{\gamma A^2(p_0+\frac{mg}{A})}{V}$，求得周期为 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{2\pi}{A}\sqrt{\frac{mV}{\gamma(p_0+\frac{mg}{A})}}$

注解：上述用到的等价无穷小为$(1+x)^{\alpha}-1\sim \alpha x$

3. 理想气体经历$V=\frac{1}{K}\cdot\ln\frac{p_0}{p}$的热力学过程，其中$p_0,K$是常量．试问：

(1) 当系统按此过程体积扩大一倍时，系统对外做了多少功?

(2) 在这一过程中的热容是多少?

解：(1) 过程方程可改写成$p=p_0\exp(-KV)$，则系统对外做功为：

$$W^{'}=\int_V^{2V}p_0\exp(-KV)dV=\frac{p_0}{K}\cdot\exp(-KV)[1-\exp(-KV)]$$

(2) 由热力学第一定律，$\cancel{d}Q=dU+pdV=\nu C_{V,m}dT+pdV$，即$C=C_V+p\frac{dV}{dT}$

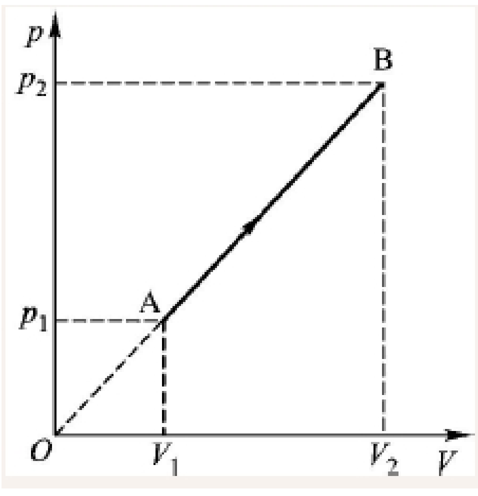
对$V=\frac{1}{K}\cdot\ln\frac{p_0}{p}$两边取微分，得$dV=-\frac{1}{Kp}dp$

对$pV=\nu RT$两边取微分，得$pdV+Vdp=\nu RdT$

由上两式解得$p\frac{dV}{dT}=-\frac{\nu R}{KV-1}$，所以该过程的热容为$C=C_V-\frac{\nu R}{KV-1}$

点评：(1) 涉及体积膨胀功时，可以考虑采用定义法求解；(2) 热容与具体的过程有关，这一点需要注意

4. 已知1mol氧气经历如图所示从A变为B（BA的延长线经过原点O)的过程，已知A、B的温度分别为T_1,T_2．求在该过程吸收的热量.



解：（解法一）

设 A,B 的压强体积分别为 p_1,p_2,V_1,V_2，从 $A\to B$，系统对外做的功为：

$$W'=\frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)$$

A,B 两点的温度分别为：$T_1=\frac{p_1V_1}{R},T_2=\frac{p_2V_2}{R}$. 根据热力学第一定律有：

$$Q=U+W'=C_{V,m}(T_2-T_1)+\frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)$$

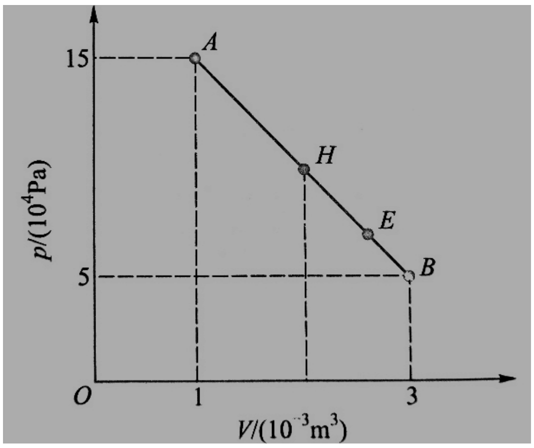
根据相似关系有：$\frac{p_1}{p_2}=\frac{V_1}{V_2}$，即 $p_1V_2-p_2V_1=0$，代入上式得：

$$Q=3(T_2-T_1)R$$

（解法二）

从上图可以看出 PV^{-1}=常量，说明这是 n=-1 的多方过程，利用多方过程的计算公式，可得 $Q=C_{n,m}(T_2-T_1)=\frac{1}{2}C_{V,m}(T_2-T_1)(\gamma+1)=3(T_2-T_1)R$

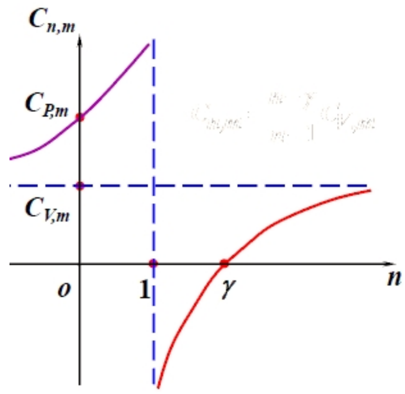
5. 1mol 单原子理想气体经历如下图所示的 $A\to B$ 过程，试讨论从 A 变为 B 过程中的吸、放热情况.



解: 可以估计在 $A\to B$ 的过程中气体的温度先升高后下降，其中存在温度的极大值，$A\to B$ 的直线方程为：$p=-5\times10^7V+2\times10^5$，于是有

$$T=\frac{pV}{\nu R}=\frac{-5\times10^7V^2+2\times10^5V}{\nu R}$$

令 $\frac{dT}{dV}=0$，解得 $V_H=2\times10^{-3}m^3$（图中的 H 点），H 点以后，气体温度降低，但是放热与吸热并存，此时必存在一点过渡点，使 Q=0，下面求该点.

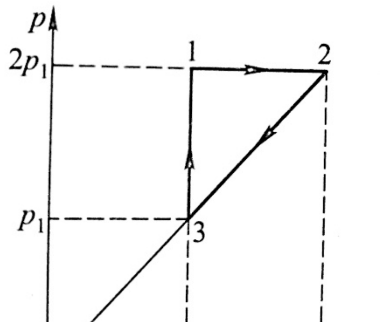


由多方过程图可知，$n=\gamma$为吸热与放热的过渡点，把从$H\to B$的直线过程看做是许多微小的多方过程的集合（即直线上的一小段看成是某一多方曲线的某一小部分），则必有一点的绝热斜率等于直线的斜率，即：

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S\Big|_{V=V_E}=-\frac{\gamma p}{V_E}$$

代入有关数据，解得$V_E=2.5\times10^{-3}m^3$

6. 已知某种理想气体在P－V图上的等温线与绝热线斜率之比的为 0.714，现 1mol 该种理想气体在P－T图上经历如下图所示的循环，求：



(1) 该气体的$C_{V,m}$是多少?

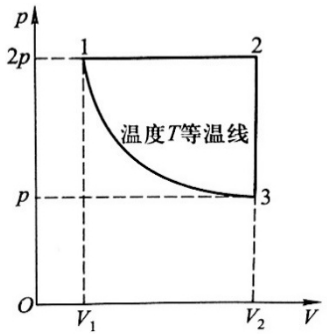
(2) 该循环中做的功是多少?

(3) 该循环的效率.

解：(1) 等温曲线与绝热曲线的斜率分别为$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T=-\frac{p}{V},\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S=-\frac{\gamma p}{V}$

所以由题可知$\gamma=\frac{1}{0.714}$，而$\gamma=\frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}=\frac{C_{V,m}+R}{C_{V,m}}$，解得$C_{V,m}=2.5R$

(2) 把$P-T$图转化为$P-V$图如下：



注意到为顺时针循环，所以为热机，下面计算系统对外做功和吸收的热量.

$1\to2$，等压膨胀，吸热，$W'_{1\to2}=2p_1(V_2-V_1)=RT_1$，$Q_{1\to2}=C_{p,m}(T_2-T_1)=C_{p,m}T_1$

$2\to3$，等体过程，放热，$W'_{2\to3}=0$，

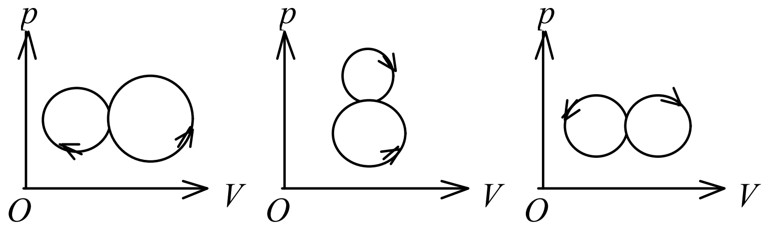
$3\to1$，等温过程，放热，$W'_{3\to1}=RT_1\ln\frac{p_3}{p_1}=-RT_1\ln2$

所以做的总功：$W'=W'_{1\to2}+W'_{2\to3}+W'_{3\to1}=RT_1(1-\ln2)$

(3) 循环的效率为：$\eta=\frac{W'}{Q_{吸}}=\frac{RT_1(1-\ln2)}{C_{p,m}T_1}=\frac{2(1-\ln2)}{5}$

➢ ***第四章巩固练习题***

1. 图(a)、(b)、(c)各表示联接在一起的两个循环过程，其中(c)图是两个半径相等的圆构成的两个循环过程，图(a)和(b)则为半径不等的两个圆．那么_______.



图(a)　　图(b)　　图(c)

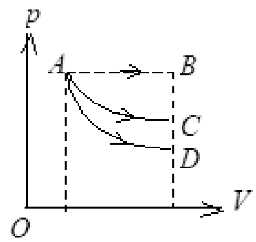
A.图(a)总净功为负．图(b)总净功为正．图(c)总净功为零

B.图(a)总净功为负．图(b)总净功为负．图(c)总净功为正

C.图(a)总净功为负．图(b)总净功为负．图(c)总净功为零

D.图(a)总净功为正．图(b)总净功为正．图(c)总净功为负

2. 如图所示，一定量理想气体从体积 V_1，膨胀到体积 V_2 分别经历的过程是：$A\to B$ 等压过程，$A\to C$ 等温过程; $A\to D$ 绝热过程，其中吸热量最多的过程是_______.



A.是 $A\to B$.

B.是 $A\to C$.

C.是 $A\to D$.

D.既是 $A\to B$ 也是 $A\to C$, 两过程吸热一样多

3. 质量一定的理想气体，从相同状态出发，分别经历等温过程、等压过程和绝热过程，使其体积增加一倍．那么气体温度的改变(绝对值)在_______.

A.绝热过程中最大，等压过程中最小

B.绝热过程中最大，等温过程中最小

C.等压过程中最大，绝热过程中最小

D.等压过程中最大，等温过程中最小

4. 理想气体向真空作绝热膨胀_________.

A.膨胀后，温度不变，压强减小

B.膨胀后，温度降低，压强减小

C.膨胀后，温度升高，压强减小

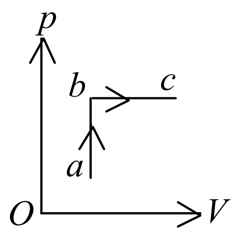
D.膨胀后，温度不变，压强不变

5. 对于理想气体系统来说，在下列过程中，哪个过程系统所吸收的热量、内能的增量和对外作的功三者均为负值________.

A. 等体降压过程　　B. 等温膨胀过程.

C. 绝热膨胀过程　　D. 等压压缩过程.

6. 理想气体经历如图所示的 abc 平衡过程，则该系统对外作功 W，从外界吸收的热量 Q 和内能的增量 ΔE 的正负情况如下_______.



A. $\Delta E>0$，$Q>0$，$W<0$

B. $\Delta E>0$，$Q>0$，$W>0$

C. $\Delta E>0$，$Q<0$，$W<0$

D. $\Delta E<0$，$Q<0$，$W<0$

7. 一物质系统从外界吸收一定的热量，则_________.

A. 系统的内能一定增加

B. 系统的内能一定减少

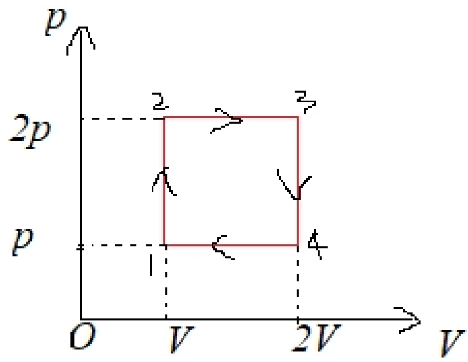
C. 系统的内能一定保持不变

D. 系统的内能可能增加，也可能减少或保持不变

8. 设 1mol 固体的物态方程可写成 $V_m = V_{0,m} + aT + bp$；摩尔内能可表示为 $U_m = cT - apT$，其中 $a,b,c,V_{0,m}$ 为常量，则该物质摩尔焓关于 T 的表达式 $H_m =$ __________；$C_{p,m} =$ _________；$C_{V,m} =$ __________

9. 分别通过下列过程把标准状态下的 0.14kg 的氮气压缩为原来体积的一半：(1) 等温过程；(2)绝热过程；(3)等压过程. 试分别求出在这些过程中气体内能的改变、传递的热量和外界对气体做的功. 设氮气可以看做理想气体，已知 $C_{V,m}=\frac{5}{2}R$.

10. 1mol He 经历如下图所示的循环过程，求该循环的效率______.



答案（简略版）：

1.C　2. A　3.D　4.A　5.D　6.B　7.D

8. $H_m=cT+pV_{0,m}+bp^2$；$C_{p,m}=c$；$C_{V,m}=c-\frac{a}{b}V_m+\frac{aV_{0,m}}{b}+\frac{2a^2T}{b}$

9. (1) 等温过程：$\varDelta U=0,W=7682J,Q=W'=-W=-7682J$，气体放热；

(2) 绝热过程：$Q=0,\varDelta U=9601J,W=\varDelta U=9601J$

(3) 等压过程：$Q=-1.97\times10^4\text{ J},\varDelta U=-1.41\times10^4 J,W=\varDelta U-Q=5.6\times10^3 J$

10. $\eta=\frac{R}{3C_{V,m}+2R}\approx15.3\%$

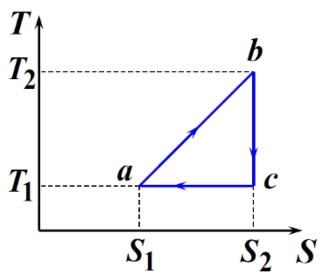
第五章　热力学第二定律与熵

➢ *章节知识体系*

- 热力学第二定律的表述与实质
- 四种不可逆因素 → 耗散、力学、热学、化学不可逆因素
- 卡诺定理表述
- 克劳修斯等式 → $\oint \frac{(đQ)_{可逆}}{T}=0$
- 熵和熵的计算
  - 熵的定义与温-熵图
  - 理想气体熵的计算
    - $\Delta S=\nu C_{V,m}\ln\frac{T}{T_0}+\nu R\ln\frac{V}{V_0}$
    - $\Delta S=\nu C_{p,m}\ln\frac{T}{T_0}-\nu R\ln\frac{p}{p_0}$
  - 不可逆过程熵的计算
    - 自由膨胀过程熵的计算
    - 热传导过程熵的计算
- 熵增加原理
- 热力学第二定律的数学表达式

➢ *典型例题*

1. 某可逆热机的工作循环在温熵图如下所示. 求工质在这个循环中：(1)自热源吸收的热量Q_1；(2)释放给冷却器的热量Q_2；(3)对外所作功W'及热效率η.



解： ab吸热；bc等熵绝热；ca等温放热，于是有：

$$Q_1 = S_{abS_1S_2a} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)(S_2 - S_1)$$
$$Q_2 = S_{acS_1S_2a} = T_1(S_2 - S_1)$$
$$W^{'} = Q_1 - Q_2 = \frac{1}{2}(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$$
$$\eta = \frac{W^{'}}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1}$$

2. 设空气经历一可逆多方过程，从初态 $p_0 = 1\times10^5 Pa, T_0 = 303K$ 到末态 $3.5\times10^5 Pa$. 多方指数 $n = 1.3$. 已知空气质量，$m = 60g$ $C_{p,m} = 29.07 J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$，将空气看作理想气体. 求：空气在该过程的熵变.

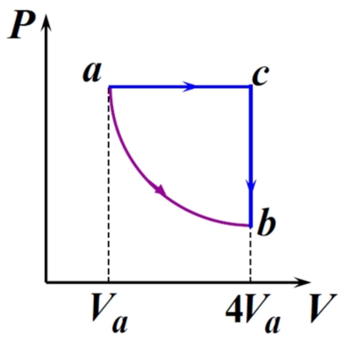
解：由于是多方过程，且已知的状态参量为p,T，所以考虑方程：$\frac{p^{n-1}}{T^n} = C$

由 $\frac{p^{n-1}}{T^n} = \frac{p_0^{\ n-1}}{T_0^{\ n}}$，得 $T = T_0(\frac{p}{p_0})^{\frac{n-1}{n}} = 303\times(\frac{3.5\times10^5}{1\times10^5})^{\frac{1.3-1}{1.3}} = 404.6K$，所以熵变为：

$$\Delta S = \nu C_{p,m}\ln\frac{T}{T_0} - \nu R\ln\frac{p}{p_0} = \frac{60}{28.97}\times29.07\ln\frac{404.6}{303} - \frac{60}{28.97}\times8.31\ln\frac{3.5\times10^5}{1\times10^5} = -4.2J/K$$

3. 1mol 氧气(设为理想气体)原处于标准状态. 经(1)准静态等温过程体积膨胀至4 倍；(2)先经准静态定压过程使体积膨胀至原体积的 4 倍，然后再定体冷却至(1)中达到的末态. 分别求出这两个过程中熵的增量.

解：在 $p-V$ 图上，分别将两个过程画出，如下图所示：



(1) 准静态等温膨胀：a：标态；b：$T_a = T_b = 273.15K$，$V_b = 4V_a$

$$\Delta S=\int_{\text{可逆}}\frac{đQ}{T}=\int\frac{pdV}{T}=\nu R\int\frac{dV}{V}=\nu R\ln\frac{V_b}{V_a}=2R\ln 2=11.52J/\mathrm{K}$$

(2) 定压膨胀至原体积的 4 倍后定体冷却至末态：

$p_c=p_a, V_c=4V_a, T_c=4T_a=4T_b$

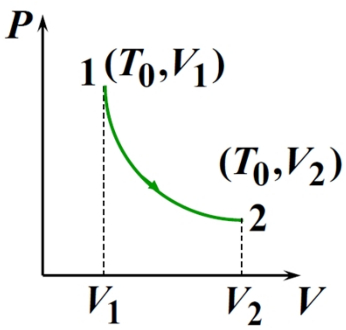
$$\Delta S_1=\int_{\text{可逆}}\left(\frac{đQ_1}{T}\right)_p=\int_a^c\frac{\nu C_{V,m}dT}{T}=\nu C_{V,m}\int_a^c\frac{dT}{T}=\nu C_{V,m}\ln\frac{T_c}{T_a}=7R\ln 2$$

$$\Delta S_2=\int_{\text{可逆}}\left(\frac{đQ_1}{T}\right)_V=\int_c^b\frac{\nu C_{p,m}dT}{T}=\nu C_{p,m}\int_c^b\frac{dT}{T}=\nu C_{V,m}\ln\frac{T_b}{T_c}=-5R\ln 2$$

所以该过程的熵变为$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=2R\ln 2=0.69J/K$

4. 理气的自由膨胀. 如图：绝热容器用隔板分隔为体积相等的两部分，起初左半中充有理想气体，右半是真空. 试问：将隔板抽除经自由膨胀后，系统的熵变是多少?

解： 设想在初末态间有一可逆过程，如下图所示. 理想气体自初态 1 沿此可逆过程到达末态 2.



$$dU=0\Rightarrow đQ=-W=pdV$$

$$\Delta S=\int_1^2\frac{đQ}{T}=\int_1^2\frac{pdV}{T}=\nu R\int_1^2\frac{dV}{V}=\nu R\ln\frac{V_2}{V_1}=\nu R\ln 2>0$$

可见，在经历此不可逆绝热过程后系统的熵增加了，同时以下解法错误：

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{ll}\textbf{绝热过程：} & \mathbf{đQ=0}\\ \textbf{不做功：} & \mathbf{dW=0}\end{array}\right\}\Rightarrow\ \mathbf{dU=0}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\textbf{理气}\end{array}\right\}\Rightarrow\ \mathbf{dT=0}$$

$$\therefore\ \Delta S=\int\frac{\mathbf{d}Q}{T}\cancel{=0}$$

注意克劳修斯等式的使用的前提条件：可逆的绝热过程

5. 在一绝热真空容器中有两个完全相同的孤立物体 A，B,其温度分别为 T_1,T_2（$T_1>T_2$），其定压热容均为C_p，且为常量. 现使两物体接触而达热平衡，试求在此过程中的总熵变.

两个物体吸收热量的和为0

$$\int_{T_1}^{T} C_p \mathrm{d}T+\int_{T_2}^{T} C_p \mathrm{d}T=0 \quad C_p(T-T_1)+C_p(T-T_2)=0 \quad T=(T_1+T_2)/2$$

设这两个物体初态的熵分别为S_{10}、S_{20}.末态的熵分别为S_1、S_2.

$$S_1-S_{10}=\int_{T_1}^{(T_1+T_2)/2}\frac{(\mathrm{d}Q)_{\text{可逆}}}{T}=C_p\int_{T_1}^{(T_1+T_2)/2}\frac{\mathrm{d}T}{T}=C_p\ln\frac{T_1+T_2}{2T_1}$$

$$S_2-S_{20}=\int_{T_2}^{(T_1+T_2)/2}\frac{(\mathrm{d}Q)_{\text{可逆}}}{T}=C_p\int_{T_2}^{(T_1+T_2)/2}\frac{\mathrm{d}T}{T}=C_p\ln\frac{T_1+T_2}{2T_2}$$

$$\Delta S=(S_1-S_{10})+(S_2-S_{20})=C_p\ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}$$

当 $\mathbf{T_1\neq T_2}$ 时,存在不等式

$$T_1^2+T_2^2>2T_1T_2,\text{即}(T_1+T_2)^2>4T_1T_2 \qquad \Delta S>0$$

➢ ***第五章巩固提升习题***

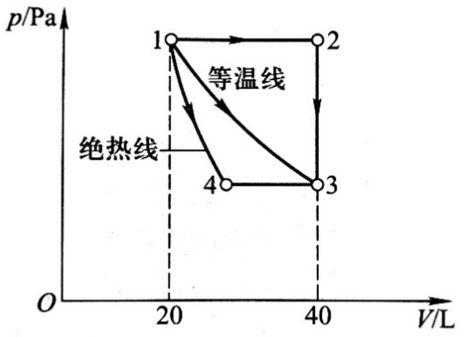
1. 一绝热容器被隔板分成两半，一半是真空，另一半是理想气体．若把隔板抽出，气体将进行自由膨胀，达到平衡后

A. 温度不变，熵增加　　　B. 温度升高，熵增加

C. 温度降低，熵增加　　　D. 温度不变，熵不变

2. 如下图所示，1mol 氢气（视为理想气体）在 1 点的状态参量为 $V_1=0.02m^3,T_1=300K$；3 点的状态参量为$V_3=0.04m^3,T_3=300K$. 图中 1-3 为等温线，1-4 为绝热线，1-2 和 4-3 均为等压线，2-3 为等体线. 试分别从就下列三条路径计算 S_3-S_1.

(1)1-2-3；(2)1-3；(3)1-4-3.



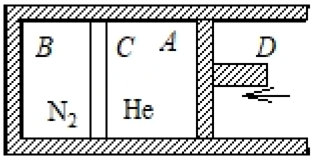
答案：

1. A

2.(1) $R\ln 2$；(2) $R\ln 2$；(3) $R\ln 2$.

计算题专题训练

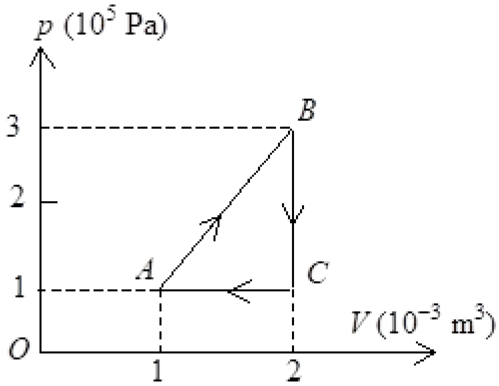
1. 如下图所示，一个四周用绝热材料制成的气缸，中间有一用导热材料制成的固定隔板 C 把气缸分成 A、B 两部分．D 是一绝热的活塞．A 中盛有 1 mol 氦气，B 中盛有 1 mol 氮气(均视为刚性分子的理想气体)．今外界缓慢地移动活塞 D，压缩 A 部分的气体，对气体作功为 W，试求在此过程中 B 部分气体内能的变化．



2. 一定量的单原子分子理想气体，从初态 A 出发，沿图示直线过程变到另一状态 B，又经过等容、等压两过程回到状态 A．

(1) 求 A→B，B→C，C→A 各过程中系统对外所作的功 W，内能的增量□E 以及所吸收的热量 Q．

(2) 整个循环过程中系统对外所作的总功以及从外界吸收的总热量(过程吸热的代数和)．



3. 汽缸内有 2 mol 氦气，初始温度为 27℃，体积为 20 L，先将氦气等压膨胀，直至体积加倍，然后绝热膨涨，直至回复初温为止．把氦气视为理想气体．求:

(1) 在 p－V 图上大致画出气体的状态变化过程．

(2) 在这过程中氦气吸热多少？

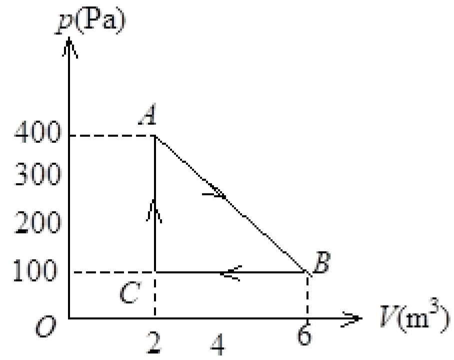
(3) 氦气的内能变化多少？

(4) 氦气所作的总功是多少？ (普适气体常量 $R = 8.31 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)

4. 比热容比□＝1.40 的理想气体进行如图所示的循环. 已知状态 A 的温度为 300 K. 求：

(1) 状态 B、C 的温度；

(2) 每一过程中气体所吸收的净热量 (普适气体常量 $R = 8.31 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)



5. 一定量的刚性双原子分子的理想气体，处于压强 $p_1 = 10\ atm$ 、温度 $T_1 = 500\ K$ 的平衡态. 后经历一绝热过程达到压强 $p_2 = 5\ atm$、温度为 T_2 的平衡态. 求 T_2.

答案解析：

1. 取 *A*、*B* 两部分的气体为系统，依题意知，在外界压缩 *A* 部分的气体，作功为 *W* 的过程中，系统与外界交换的热量 *Q* 为零，根据热力学第一定律，有

$$Q=\Delta E+(-W) = 0 \qquad ①$$

设 *A*、*B* 部分气体的内能变化分别为 ΔE_A 和 ΔE_B ，则系统内能的变化为

$$\Delta E=\Delta E_A+\Delta E_B \qquad ②$$

因为 *C* 是导热的，故两部分气体的温度始终相同，设该过程中的温度变化为 ΔT，则 *A*、*B* 两部分气体内能的变化分别为

$$\Delta E_A = \frac{3}{2} R\Delta T \qquad ③$$

$$\Delta E_B = \frac{5}{2} R\Delta T \qquad ④$$

将②、③、④代入①式解得　　$\Delta T = W/(4R)$

将上式代入④式得　　$\Delta E_B = \frac{5}{2}R\frac{W}{4R} = \frac{5}{8}W$

2. (1) $A \to B$：　$W_1 = \frac{1}{2}(p_B + p_A)(V_B - V_A)$ =200 J.

$\Delta E_1 = \nu C_V(T_B - T_A) = 3(p_B V_B - p_A V_A)/2 = 750$ J

$Q = W_1 + \Delta E_1 = 950$ J.

$B \to C$：　$W_2 = 0$

$\Delta E_2 = \nu C_V(T_C - T_B) = 3(p_C V_C - p_B V_B)/2 = -600$ J.

$Q_2 = W_2 + \Delta E_2 = -600$ J.

$C \to A$：　$W_3 = p_A(V_A - V_C) = -100$ J.

$$\Delta E_3 = \nu C_V(T_A - T_C) = \frac{3}{2}(p_A V_A - p_C V_C) = -150 \text{ J.}$$

$Q_3 = W_3 + \Delta E_3 = -250$ J

(2)　$W = W_1 + W_2 + W_3 = 100$ J.

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 100$ J

3. (1)　$p - V$ 图如图.

(2) $T_1 = (273 + 27)$ K $= 300$ K

据　$V_1/T_1 = V_2/T_2$,

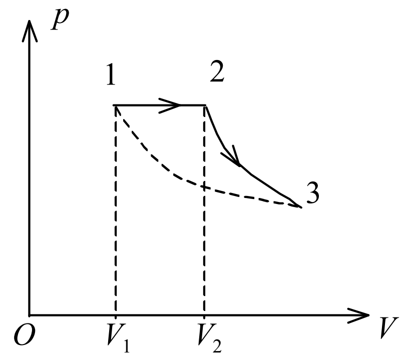
得　$T_2 = V_2 T_1/V_1 = 600$ K

$Q = \nu C_p(T_2 - T_1) = 1.25 \times 10^4$ J

(3) $\Delta E = 0$

(4) 据　$Q = W + \Delta E$

∴　$W = Q = 1.25 \times 10^4$ J



4. 由图得　　$p_A = 400$ Pa,　　$p_B = p_C = 100$ Pa,

$V_A = V_B = 2\ \text{m}^3$，$V_C = 6\ \text{m}^3$

(1) $C \to A$ 为等体过程，据方程 $p_A/T_A = p_C/T_C$　得

$T_C = T_A p_C / p_A$ =75 K

$B \to C$ 为等压过程，据方程　$V_B/T_B = V_C T_C$　　得

$T_B = T_C V_B / V_C$ =225 K

(2) 根据理想气体状态方程求出气体的物质的量(即摩尔数)ν为

$$\nu = p_A V_A / RT_A = 0.321 \text{ mol}$$

由γ=1.4 知该气体为双原子分子气体，$C_V = \frac{5}{2}R$，$C_P = \frac{7}{2}R$

$B \to C$ 等压过程吸热　　$Q_2 = \frac{7}{2}\nu R(T_C - T_B) = -1400$ J

$C \to A$ 等体过程吸热　　$Q_3 = \frac{5}{2}\nu R(T_A - T_C) = 1500$ J

循环过程　ΔE =0，整个循环过程净吸热

$$Q = W = \frac{1}{2}(p_A - p_C)(V_B - V_C) = 600 \text{ J}$$

∴　$A \to B$ 过程净吸热：　$Q_1 = Q - Q_2 - Q_3 = 500$ J

5.根据绝热过程方程：　$p^{1-\gamma}T^{\gamma}$常量，

可得　$T_2 = T_1(p_1/p_2)^{(1-\gamma)/\gamma}$

刚性双原子分子 γ=1.4 ，代入上式并代入题给数据，得 T_2 =410 K