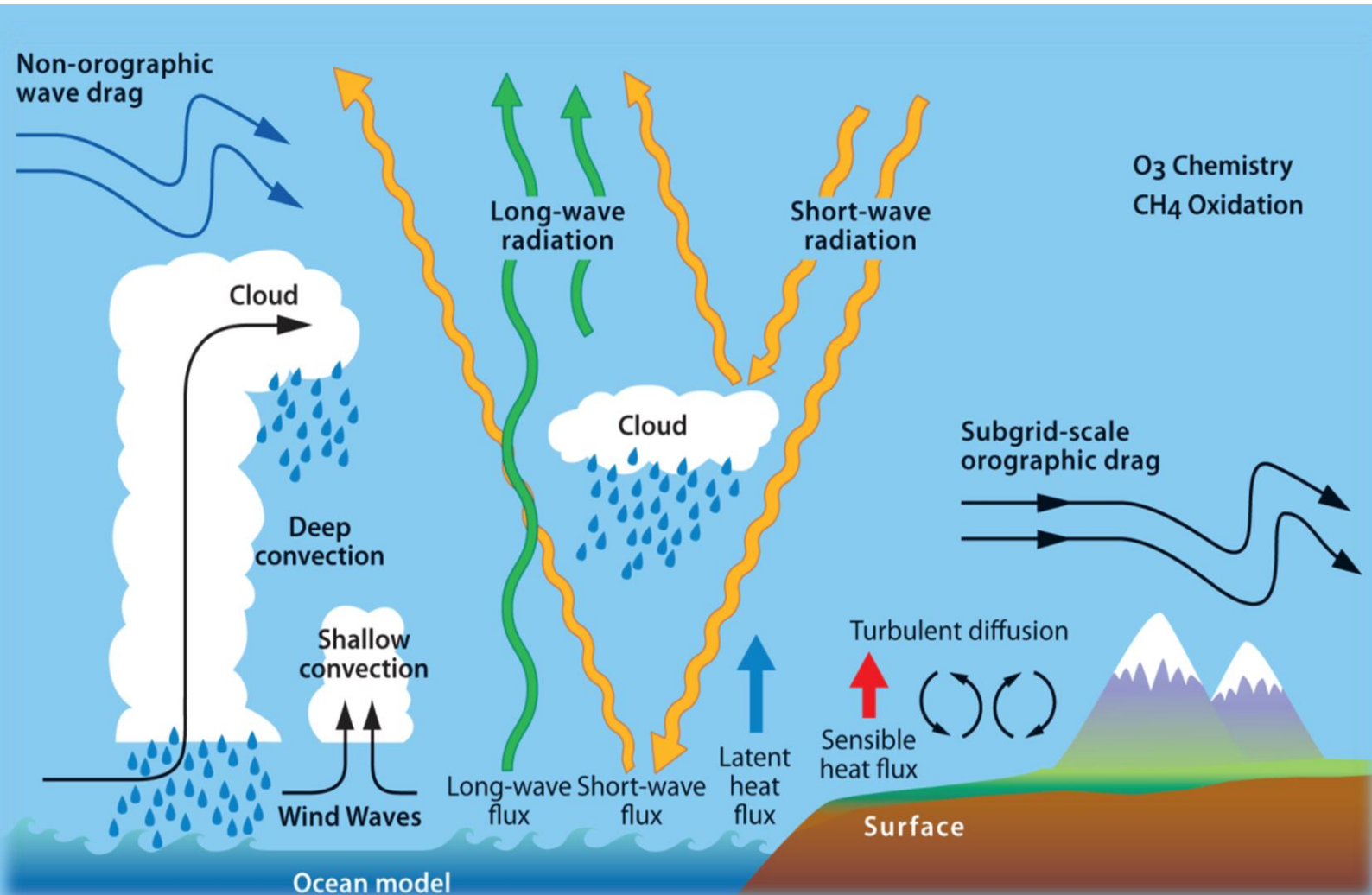


大气物理学

Atmospheric physics



图片来源: ECMWF

中国海洋大学 海洋气象学系

蒋斌 编著(2023)

前言

来到中大以后，有幸担任了《大气物理学》课程的助教，于是趁着这个机会对本科期间整理的这份资料进行了一次大更新。“教学相长也”，在这个过程中，既是在为学弟学妹们答疑解惑，也是在提升自己对基础知识的理解。对于初学者来说，这门课程确实具有一定的挑战性——我第一次学习时也有同样的感受，从助教课堂观察中也证明了这一点。在大四下学期，我选择再次旁听本科生的《大气物理学》和研究生阶段的《高等大气物理学》。我希望能毕业之前完成资料的更新，但毕业前的各种琐事，让我未能如愿。

虽然资料更新未完成，但我对于更新的热情并未减退。在学习过程中，我发现一些内容仍需改进，尤其是热力学部分和辐射基础。当初由于课程压力，我对一些复杂公式和概念只是浅尝辄止，只做了几张图表。此外，我一直想用彩图替代课本中那些略显“陈旧”的黑白图，如寇拉曲线、Planck 函数曲线和大气顶太阳辐射的日总量变化图等。这个过程一方面是在锻炼自己的编程可视化能力，一方面也是加深对概念的理解——所谓“理论与实践相结合”。

这份资料的初始版本是在海大时整理的，因此封面保留了一些海大的标志元素。我希望这份资料能像一本实用的字典，为初学者提供有力的支持。若资料存在错误或问题，恳请读者朋友们不吝赐教！我的联系邮箱是：lesnow_bin@163.com。



2024 年 1 月 25 日

写于珠海校区 海琴 2 号办公室

目录

第一章 大气概论.....	3
第二章 大气压力.....	19
第三章 大气热力学基础.....	32
第四章 大气辐射基础.....	74
第五章 云和降水物理学基础.....	110

《大气物理学》知识点整理

整理：2019 级大气科学 蒋斌

第一章 大气概论

1. 什么是行星地球大气？

答：我们认为在太阳系形成的过程中各个类地行星大气的形成遵守同样的规律，根据他们在太阳系中所处的位置、质量和轨道参数，由 20 世纪 70 年代测量的金星和火星大气的成分，可用天体物理学理论推断出地球大气的主要成分，这种由理论推断出来的地球大气称为行星地球大气，它与实际大气相差甚远。

2. 地球大气的演化分为哪几个阶段？

答：原始大气→次生大气(还原大气)→现代大气(氧化大气)

3. 干洁大气

(1) 定义：通常把除水汽以外的纯净大气称为干洁大气，简称干空气。

(2) 干洁大气的组成成分

① 按浓度划分：

主要成分	N_2 、 O_2 、Ar、 CO_2	300ppmv 以上
微量成分	CH_4	1~20ppmv
痕量成分	O_3 、 H_2 、氮氧化合物、硫化物及氟氯烃	1ppmv 以下

② 按停留时间划分：

基本不变或准定常成分	N_2 、 O_2 、Ar、惰性气体	1000a (年)
可变成分	CO_2 、 CH_4 、 H_2 、 N_2O 、 O_3	几年到几十年
平均寿命短于 1 年成分	碳、硫、氮化合物	短于 1 年成分

➤ 80km 以下干洁大气(各气体成分)均匀混合，称为匀和层。

(3) 干洁大气的状态方程

① 空气可以看成是有多种化学成分的混合理想气体, 根据道尔顿分压定律, 有:

$$p = p_{O_2} + p_{N_2} + p_{H_2O} + \dots = \sum p_i$$

② 混合理想气体的状态方程:

$$pV = nR^*T \Leftrightarrow p = \frac{m}{V} \cdot \frac{R^*}{\bar{M}} T = \rho RT$$

(上式中 $R^* = 8.314472 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 为摩尔气体常数, $\bar{M}$ 是混和气体的平均摩尔

质量, $R = \frac{R^*}{\bar{M}}$ 称为混合气体的比气体常数)

③ 干洁大气的平均摩尔质量的计算:

根据平均摩尔质量的定义: $\bar{M} = \frac{m}{n_{\text{混}}}$, 气体的 $n_{\text{混}}$ 可根据质量和体积计算:

➤ 若按照质量, 则 $n_{\text{混}} = \sum \frac{m_i}{M_i}$ (m_i 、 M_i 为第 i 中气体的质量与摩尔质量), 于是

$$\text{干空气的平均摩尔质量表达式为: } \bar{M} = \frac{m}{\sum \frac{m_i}{M_i}} = \frac{1}{\sum \frac{m_i}{m} \frac{1}{M_i}};$$

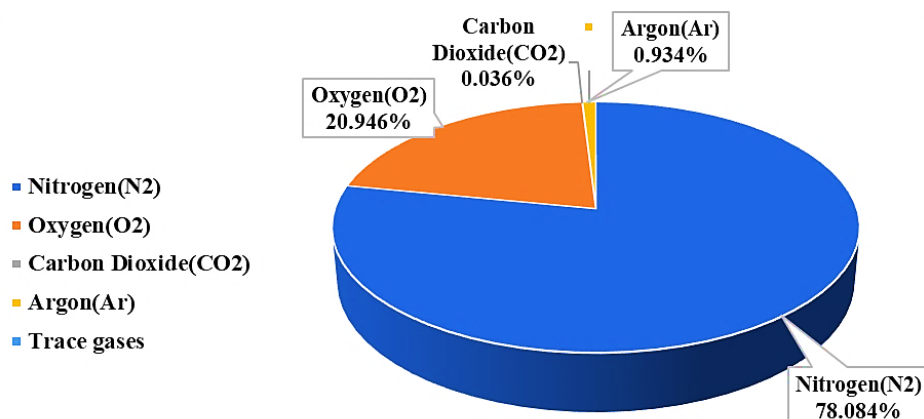
气体	N ₂	O ₂	Ar	CO ₂
质量分数(%)	75.52	23.15	1.28	0.05
摩尔质量 (g/mol)	28.0134	31.9988	39.948	44.0099

根据上述表格, 计算得到干空气的平均摩尔质量为:

$$\bar{M} = \frac{1}{\frac{0.7552}{28.0134} + \frac{0.2315}{31.9988} + \frac{0.0128}{39.948} + \frac{0.0005}{44.0099}} \text{ g/mol} = 28.9646 \text{ g/mol}$$

➤ 若按照体积来计算, 则 $n_{\text{混}} = \sum \frac{V_i}{V}$, $m = \sum n_i M_i = \sum \frac{V_i}{V} M_i$, 于是干空气的表

$$\text{达式为: } \bar{M} = \frac{\sum \frac{V_i}{V} M_i}{\sum \frac{V_i}{V}} = \frac{\sum V_i M_i}{\sum V_i} = \sum \frac{V_i}{V} M_i$$



根据上图，计算得到干空气的平均摩尔质量为：

$$\bar{M} = (0.7804 \times 28.0134 + 0.20964 \times 31.9988 + 0.00036 \times 44.0099 + 0.00934 \times 39.948) \text{ g/mol} \\ = 28.9531 \text{ g/mol}$$

④ 干洁气体的比气体常数：

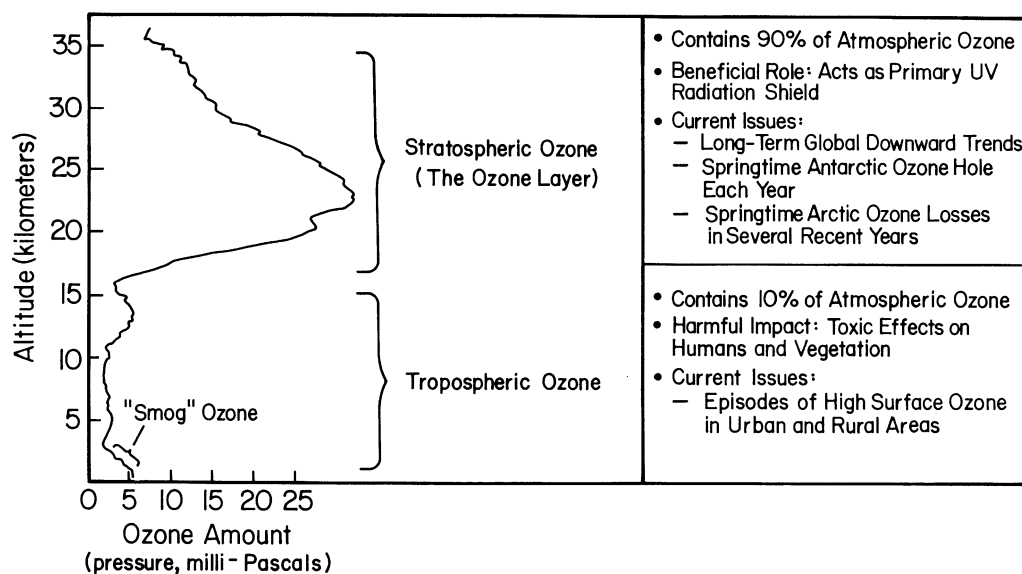
$$R_d = \frac{R}{\bar{M}_d} = \frac{8.314472}{28.9644 \times 10^{-3}} \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} = 287.05 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

4. 臭氧

(1) 定义：臭氧(O₃)是氧气的一种同素异形体，有鱼腥气味的淡蓝色气体

(2) 分布特点：

主要集中在 10~50km 的平流层大气中，极大值在 20~30km 之间



(图片引自：<https://www.ozonelayer.noaa.gov/science/basics.htm>)

近地面，含量很少；从 10km 向上，逐渐增加；12~15km 以上，含量增加特别显

著；20~25km，达最大值，形成臭氧层；55~60km，含量极少；

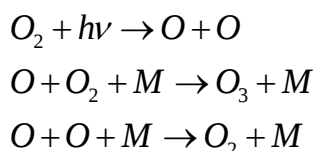
(3) 臭氧的积极与消极作用

- ① 臭氧对太阳紫外辐射($0.2\sim 0.29\ \mu\text{m}$)有强烈的吸收作用，是最重要的微量成分之一。一方面臭氧阻挡太阳紫外辐射到达地面，保护地球上的生命。一方面臭氧吸收太阳紫外辐射使平流层大气增温，对平流层的温度场和大气环流起着决定性作用。由于吸收了部分太阳辐射能，估计能使地面平均温度降低 $1\sim 2\ ^\circ\text{C}$ 。
- ② 臭氧是一种强氧化剂，在大气污染中、酸雨和光化学作用起重要作用；臭氧是重要温室气体，在红外波段的 $9.6\ \mu\text{m}$ 附近有一个很强的吸收带；地表附近的臭氧本身就是一种重要的污染气体，其浓度的增加会直接危害生态环境，如高浓度臭氧($300\text{ug}/\text{m}^3$)可造成一些地区森林大片死亡，对人和动物的呼吸系统有害。

(4) 臭氧的光化学过程

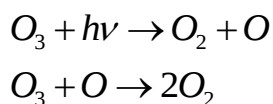
主要分为生成过程与消失过程

① 生成：



(高层大气中，分子氧吸收波长短于 $0.24\ \mu\text{m}$ 的紫外辐射而离解成原子氧，原子氧很活跃，能和分子氧结合成臭氧；亦可重新相互之间复合成分子氧。)

② 消失：



(臭氧分子吸收波长短于 $0.3\ \mu\text{m}$ 的太阳紫外辐射,发生在 40~50km 的高空；臭氧也可因与原子氧反应而消失)

- ◆ 影响臭氧生成的两个主要因素：太阳辐射和氧分子含量，二者随高度的变化趋势相反

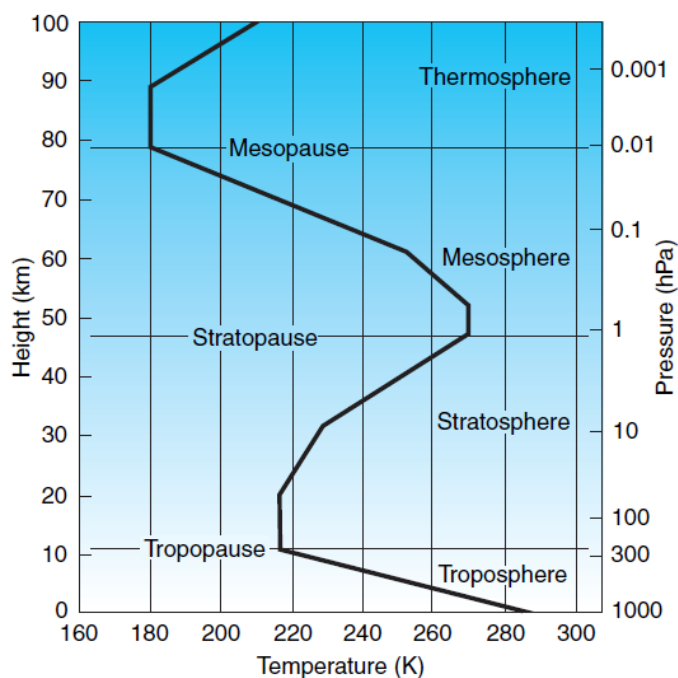
(5) 对流层臭氧的主要来源

- ① 从平流层以扩散和湍流方式输送，对流层顶的间断处是平流层向对流层输送的主要通道；
- ② 对流层大气中的光化学反应，其产生速率取决于氮氧化物、碳氢化合物及一氧化碳的浓度以及太阳辐射的强度；夏季比较显著；
- ③ 对流层中的雷暴闪电，但其作用并不很大

(6) 臭氧层空洞形成的原因

- ① 大气动力学原因——南极冬季环极涡旋的在作用，这就使臭氧含量和天气系统发生了联系；
- ② 大气化学原因——大量使用和排放氟里昂 CFCs 及其它臭氧的消耗物质(ODS) 等人造化合物中释放的氯和溴对 O_3 有很大的破坏作用

5. 大气的分层



如左图所示，依据气温随高度的变化特征，将大气可以分为 5 层：对流层、平流层、中间层、热层(暖层、电离层)和外层(逸散层，图中未给出)。那么，为什么大气的温度垂直结构会是这样的分布结果呢？换句话说，为什么在有的地方大气被加热、有的地方又被冷却？

- (1) 在对流层，下垫面是加热大气的主要热源，所以距离地面越远，被加热的效率就降低，从而呈现温度随高度递减的分布。需要注意的是，这种加热，主要来自于潜热和感热(全球平均而言，潜热加热大于感热加热，潜热释放主要在海洋上；感热加热主要在沙漠，如热湍流、热泡等)，在无云的情况下，地面的长波辐射不会加热大气而是直接向外太空传输。

- (2) 在平流层,主要是臭氧通过吸收太阳短波辐射($0.2\sim 0.29\mu m$)后再释放能量加热大气,使得大气升温。
- (3) 在热层(电离层)中,大量的气体分子吸收强紫外辐射(波长 $<0.18\mu m$),发生分子的光化学分解和原子的电离,释放热量加热该层大气。
- (4) 中间层位于平流层和电离层之间,一方面,因为该层臭氧含量极少,不能大量吸收太阳紫外线;另一方面,氮、氧能吸收的短波辐射又大部分被上层大气所吸收,故气温随高度增加而递减。

6. 大气中的水汽

水汽和干空气的混合气体称为湿空气,湿空气中表示水汽含量的物理量叫做空气湿度。表示方法多,最基本是称重法,即直接测量一定体积湿空气中的水汽质量(m_v)和干空气质量(m_d),由此可得到最基本的湿度参量---混合比(r)与比湿(q),其余的都是导出量。

(1) 大气湿度的表示方法

- ① **混合比**: 水汽与干空气的质量比

$$r = \frac{m_v}{m_d}$$

- ② **比湿**: 水汽与湿空气的质量比

$$q = \frac{m_v}{m_v + m_d}$$

$$q = \frac{r}{1+r} \Rightarrow \frac{q}{r} = \frac{1}{1+r} < 1$$

- ③ **水汽压**: 湿空气中水汽的分压强,设湿空气中水汽的摩尔分数为 $\chi_v = \frac{n_v}{n_v + n_d}$,

空气总压强为 p , 于是水汽压定义为:

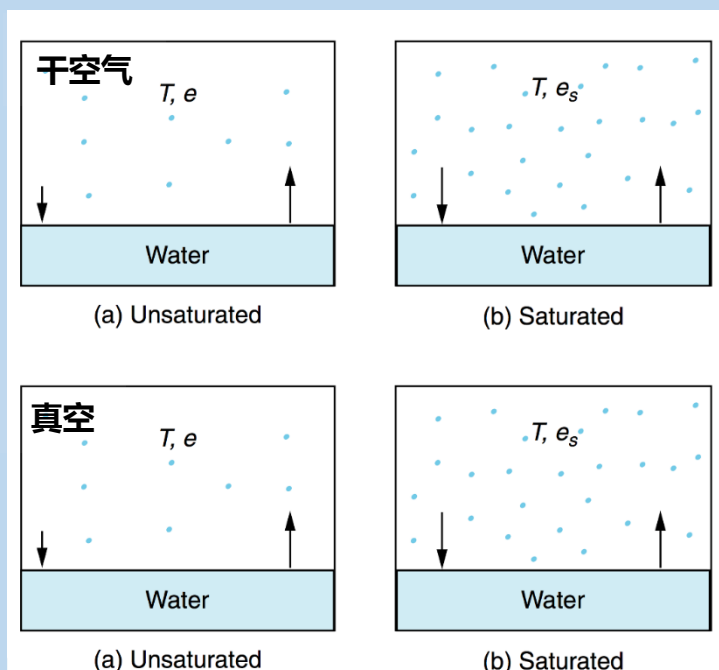
$$e = \chi_v p = \chi_v = \frac{n_v}{n_v + n_d} p = \frac{\frac{m_v}{M_v}}{\frac{m_v}{M_v} + \frac{m_d}{M_d}} p = \frac{\frac{m_v}{m_d}}{\frac{m_v}{m_d} + \frac{M_v}{M_d}} p = \frac{r}{r + \varepsilon} p$$

上式中: $\varepsilon = \frac{M_v}{M_d} = 0.622$, 由上式又可以导出 r 和 q 的另一种表达式:

$$r = \frac{\varepsilon e}{p - e}; \quad q = \frac{\varepsilon e}{p - (1 - \varepsilon)e} = \frac{\varepsilon e}{p - 0.378e}$$

- ④ **饱和水汽压**: 是水汽达到饱和时的水汽压强。纯水汽的饱和水汽压是指一定温度下纯水汽与水(冰)处于相态平衡时的水汽压, 它仅与温度有关。

对饱和水汽压的理解:



- ◆ 饱和水汽压仅与温度有关, 所以不管是在真空还是干空气环境下, 只要绝对温度不等于 0, 饱和水汽压总是存在;
- ◆ 我们平常所说的“空气中的水汽达到饱和”的说法是不准确的, 因为水汽是否达到饱和之和温度有关, 而与空气本身没有关系(例如在绝对温度不为 0 的真空环境中也有饱和水汽压), 更准确地说应该是在某一空间中水汽达到饱和;
- ◆ 同一温度下, 饱和水汽压相同, 因为我们把干空气看成理想气体, 其变化规律满足克拉珀龙-克劳修斯方程(Clapeyron-Clausius Equation, C-C Equation)。而实际上又是不一样的, 在混入水汽后, 干空气的理想性就越来越低, 分子之间的相互作用会影响达到饱和的状态。
- ◆ 实际的饱和水汽压与理论值(纯水汽的饱和水汽压)是存在差别的, 一方面, 干空气的存在增大了水(冰)面的总压强; 另一方面, 液态水内总会溶有少量空气, 空气的分压使得饱和水汽压降低。实际上二者的差别常在 1% 以内, 所以常将湿空气的饱和水汽压认为是纯水汽的饱和水汽压。

计算水汽常有以下的公式:

➤ **克拉珀龙-克劳修斯方程**

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L_v e_s}{R_v T^2} \Rightarrow e_s(T) = e_{s0} \exp\left[\frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]$$

(e_{s0} 是 $T_0(273.15K)$ 时的饱和水汽压, 查表可得 $e_{s0} = 6.1078 \text{ hPa}$, L_v 为相变(汽化)潜热, 这里认为它是一个常数且 $L_v = 2501 \text{ J/g}(0^\circ\text{C})$, R_v 为水汽的比气体

常数, 其值为 $R_v = \frac{R^*}{M_v} = \frac{8.314472}{18.015} \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} = 461.5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

➤ **戈夫-格雷奇(Goff-Gratch)公式(纯水汽)——WMO 推荐, 较为精确**

□ 平液面, $-49.9 \sim 100^\circ\text{C}$

$$\lg e_s = 10.79574 \left(1 - \frac{T_{00}}{T}\right) - 5.028 \lg \frac{T}{T_{00}} + 1.50475 \times 10^{-4} \left[1 - 10^{-8.2969 \left(\frac{T}{T_{00}} - 1\right)}\right] + 0.42873 \times 10^{-3} \left[10^{4.76955 \left(1 - \frac{T_{00}}{T}\right)} - 1\right] + 0.78614$$

□ 平冰面, $-100 \sim 0^\circ\text{C}$

$$\lg e_{si} = -9.09685 \left(\frac{T_{00}}{T} - 1\right) - 3.56654 \lg \frac{T_{00}}{T} + 0.87682 \left(1 - \frac{T}{T_{00}}\right) + 0.78614$$

T 是热力学温度, 单位为 K , $T_{00} = 273.16K(0.01^\circ\text{C})$ 是水的三相点温度

➤ **马格纳斯(Magnus)公式**

将 L_v 看成是温度的线性函数, 同 C-C 方程的导出过程一样, 得到

$$\lg e_s(T) = -\frac{2937.4}{T} - 4.9283 \lg T + 23.5518$$

其经验公式为 $e_s = 6.1078 \exp\left[\frac{17.13(T - 273.16)}{T - 38}\right]$

➤ **Tetens 公式(Murray, 1986)——精简版**

$$e_s(T) = 6.1078 \exp\left[\frac{17.2693882(T - 273.16)}{T - 35.86}\right]$$

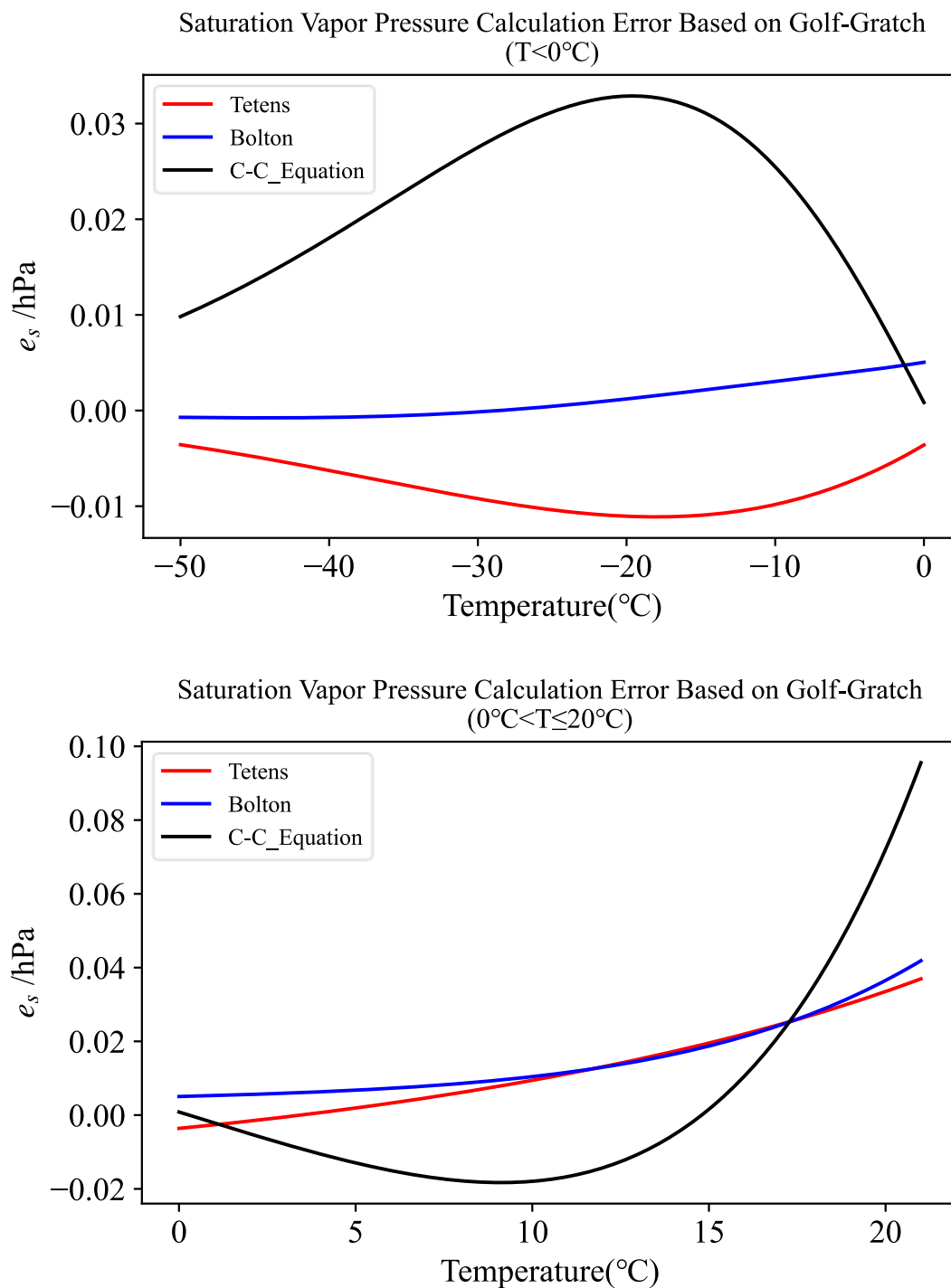
$$e_{si}(T) = 6.1078 \exp\left[\frac{21.8745584(T - 273.16)}{T - 7.66}\right]$$

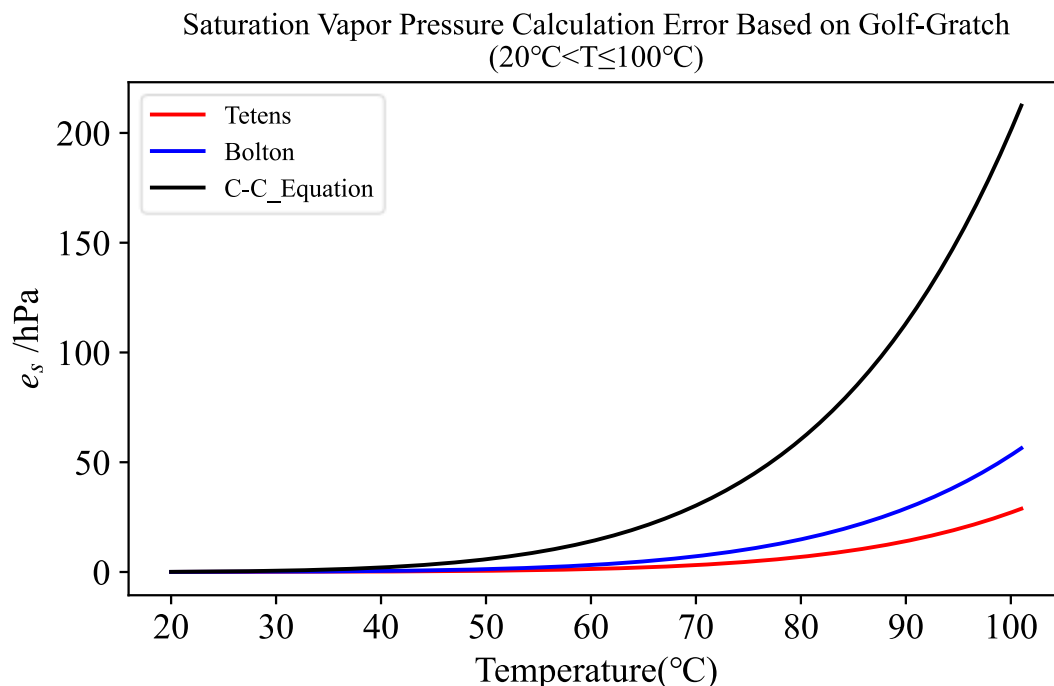
转换成以 10 为底的指数形式, 则有 $e_s = e_{s0} 10^{\frac{at}{b+t}}$, 这里的 t 为摄氏度, 对于水面,

$a = 7.5, b = 237.3$; 对于冰面, $a = 9.5, b = 265.5$ 。此外, Bolton(1980)指出, 计算

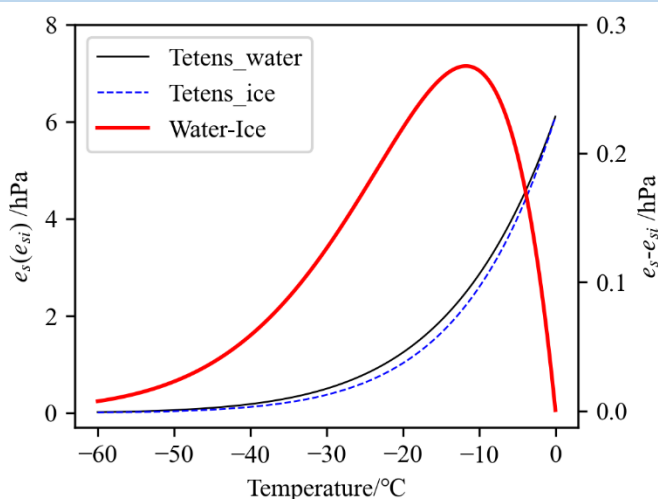
0℃以下的水面饱和水汽压值，应该采用 $e_s = 6.112 \exp\left(\frac{17.67t}{t+243.5}\right)$ 较合适。

◆ 不同公式间的比较





上面三幅图以 WMO 推荐的 Golf-Gratch 公式(平液面)为基准, 讨论了 Tetens 公式、Bolton 公式以及 C-C 方程计算饱和水汽压的误差, 可以看到: (1) 在 0°C 以下, Bolton 公式计算得到饱和水汽压误差是最小的; (2) C-C 方程假定 L_V 为常数, 其误差在 $-50 \sim 20^{\circ}\text{C}$ 比较小, 此后随着温度的升高, 这种误差呈指数增长; (3) 在 0°C 以上, Tetens 经验公式的误差最小且增长趋势缓慢。在一般情况下, Tetens 经验公式已能满足对精度的要求。



在 Tetens 经验公式中, 反映了在同温度下冰面饱和水汽压小于水面饱和水汽压, 且二者的差值在 -12°C 时达到最大。这种差异在云雾降水的形成过程中具有重要的意义, 例如著贝吉龙过程(云中的水汽压处于冰面和水面

饱和值之间时, 水汽在冰晶上凝华而使冰晶长大, 而水滴会不断蒸发变小或消失, 形成冰晶“夺取”水滴的水分和原来云中水汽的冰水转化过程)。

⑤ 水汽密度:

常温常压下, 纯水汽可看成理想气体, 其状态方程为: $e = \rho_v R_v T$, 假设该方程对湿空气中的水汽也成立, 那么上述方程又可以写成:

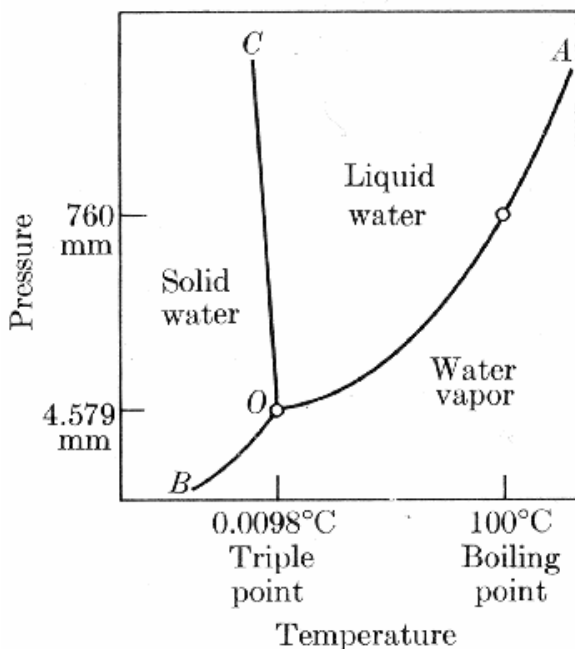
$$e = \rho_v R_v T = e = \rho_v \frac{R^*}{M_v} T = e = \rho_v \frac{R^*}{M_d} \frac{1}{\frac{M_v}{M_d}} T = \frac{1}{\varepsilon} \rho_v R_d T$$

故水汽密度为: $\rho_v = \frac{e}{R_v T} = \frac{\varepsilon e}{R_d T}$, 单位为 g/m^3 , 表示单位湿空气体积中含有的水汽质量, 又称绝对湿度。

⑥ 相对湿度 RH

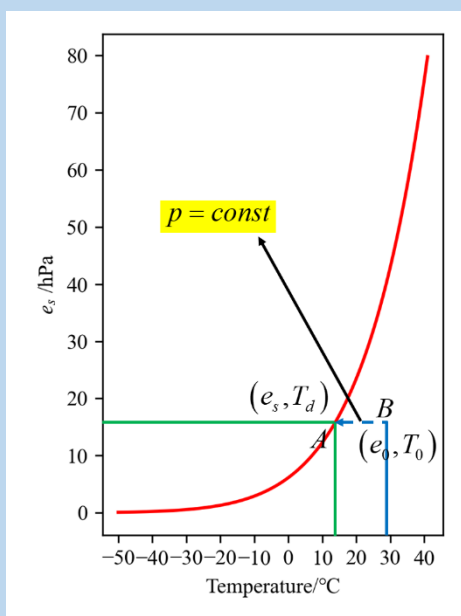
在一定温度和压强下, 水汽和饱和水汽的摩尔分数之比, 即:

$$U_w = \left(\frac{\chi_v}{\chi_{vs}} \right)_{p,T} = \left(\frac{p\chi_v}{p\chi_{vs}} \right)_{p,T} = \left[\frac{e}{e_s(T)} \right]_{p,T} = \frac{r}{r_s} \frac{\varepsilon + r_s}{\varepsilon + r}$$

⑦ 露点 T_d 和霜点 T_f 

对于一定质量的空气, 若令其定压冷却, 则 q, r 和 e 都将保持不变, 饱和水汽压 $e_s(T)$ 却因温度降低而减小, 当 $e_s(T) = e$ 时, 空气达到饱和。湿空气定压降温达到饱和时的温度称为露点 T_d , 如果是对于冰面饱和, 则是霜点 T_f 。露点完全由空气中的水汽压决定, 在等压冷却过程中水汽压不变 (水汽没有发生相态变化, 根据道尔顿分压定律, 水汽压将保持不变), 露点也不变, 故它在等压过程中是保守量。

◆ 如何理解露点温度和实际水汽压的关系？

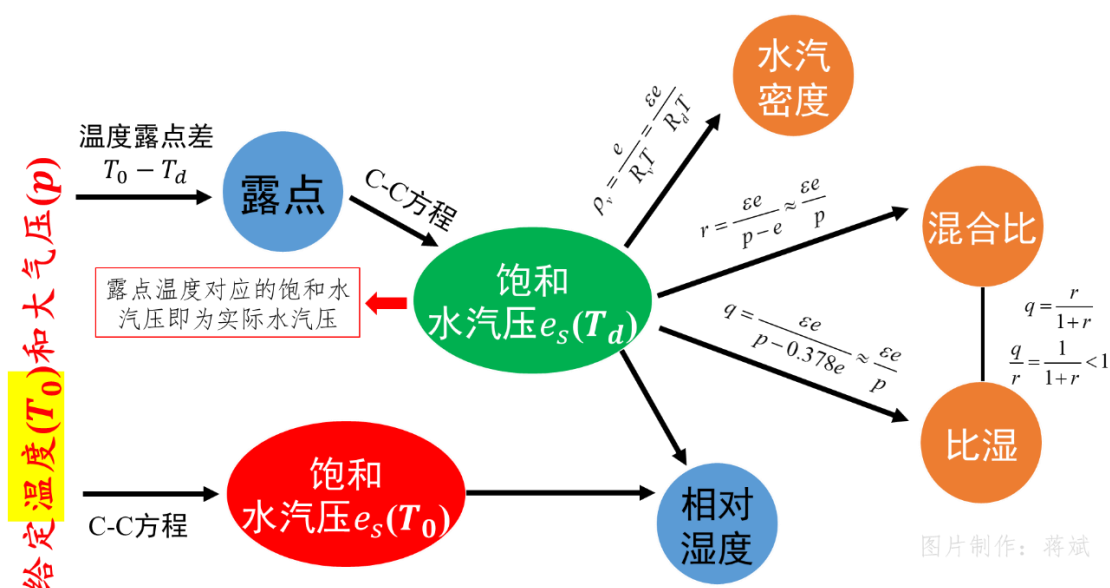


如左图所示的 B 点，假设实际大气的水汽压为 e_0 ，对应温度为 T_0 ，在等压冷却的过程中，水汽无相变，所以水汽分压不变，即 e_0 是一个常数。当与 C-C 曲线相交于 A 点 (e_s, T_d) 时，曲线所对应的温度值即为露点温度。容易知道， $e_0 = e_s$ ，由此我们可以得到一个结论，即 $e_0(T_d)$ 是满足 C-C 方程的，因此，将露点温度代入 C-C 方程积分表达式中求得水汽压就是实际水汽压。

◆ 若空气微团的比湿保持不变，当其气压变化时，它的露点会发生什么变化？

已知公式 $q = \frac{\varepsilon e}{p - 0.378e} \approx \frac{\varepsilon e}{p}$ ，那么当比湿保持不变时，实际大气中的总压强和水汽分压的变化是相一致的。例如，当实际大气总压强升高时，水汽分压变大，根据上一问的结论，实际水汽压和露点温度满足 C-C 方程，求解得到的函数表达式是单调递增的，所以露点也增大。

▲ 水汽参量之间的关系——核心：饱和水汽压的求解



(2) 湿空气的状态方程

① 湿空气的平均摩尔质量:

$$M_a = \frac{\frac{m_d + m_v}{M_d + M_v}}{\frac{1-q}{M_d} + \frac{q}{M_v}} = \frac{1}{1-q + q/\varepsilon} = \frac{M_d}{1+0.608q}$$

② 湿空气的比气体常数: $R = \frac{R^*}{M_a} = R_d(1+0.608q)$

③ 湿空气的状态方程: $p = \rho RT = \rho R_d(1+0.608q)T$

由上述表达式可知,在同一温度和压强下,湿空气的密度比干空气的密度小,

水汽含量越多,其密度越小。若定义虚温: $T_v = (1+0.608q)T$, 则上式又可

写成 $p = \rho R_d T_v$ 。引入虚温后,湿空气便可看成干空气,又可以用干空气的

状态方程表示,引入虚温订正量:

$$\Delta T_v = T_v - T = 0.608qT \approx 0.608 \frac{\varepsilon e}{p} T = 0.378 \frac{e}{p} T$$

虚温总比湿空气的实际温度要高。空气温度越高,水汽越多,虚温订正量越大

7. 气溶胶粒子

(1) 定义: 大气中悬浮着的各种固体和液体粒子。

(2) 分类:

① 按等效直径

名称	爱根核	大粒子	巨粒子
(μm)	<0.1	0.1~1.0	>1
特征	寿命较短	稳定	沉降到地面

② 按停留时间

➤ **降尘**: 直径大于 $10\mu\text{m}$ 的粒子, 它会逐渐沉降到地面。它能滞留在人的呼吸道中。

➤ **漂尘(可吸入微粒)**: 能长期漂浮在大气中的小粒子, 直径小于 $10\mu\text{m}$ 。粒径越

小，深入身体越深。

(3) 气溶胶粒子的来源

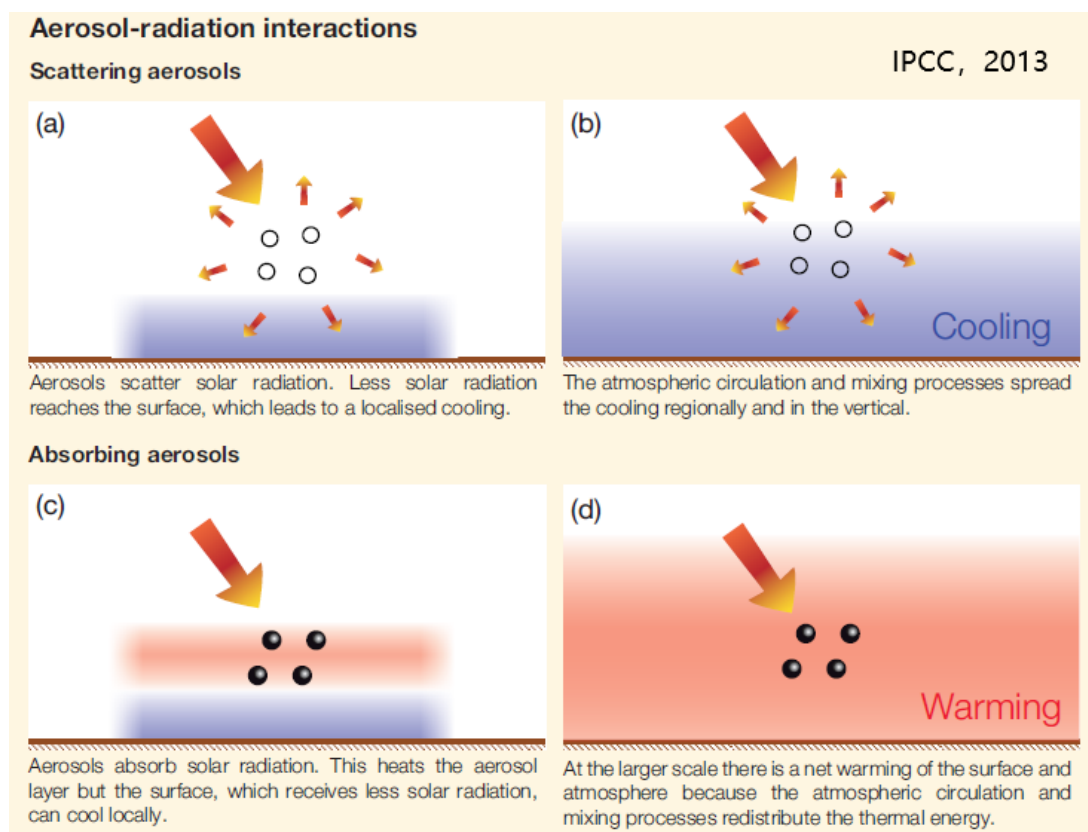
土壤岩石风化(自然源); 烟尘及工业粉尘(人为源); 海沫破裂干成核; 气-粒转化(微量气体经过化学作用形成盐微粒); 微生物、花粉孢子等; 宇宙尘埃(一昼夜有 550t 降落到地球)。

(4) 气溶胶的影响

① 在云雾降水中的作用: 气溶胶本身可以提供凝结核(Cloud Condensation Nuclei, CCN)、凝华核, 是云雾滴能够产生并且生存长大的基础, 如果没有气溶胶粒子, 成云致雨的过程几乎不可能。

② 对大气的辐射影响: 气溶胶可以直接通过吸收和散射作用影响大气辐射过程, 也可以通过与云的间接作用影响大气辐射平衡。

➤ 气溶胶与辐射的直接相互作用

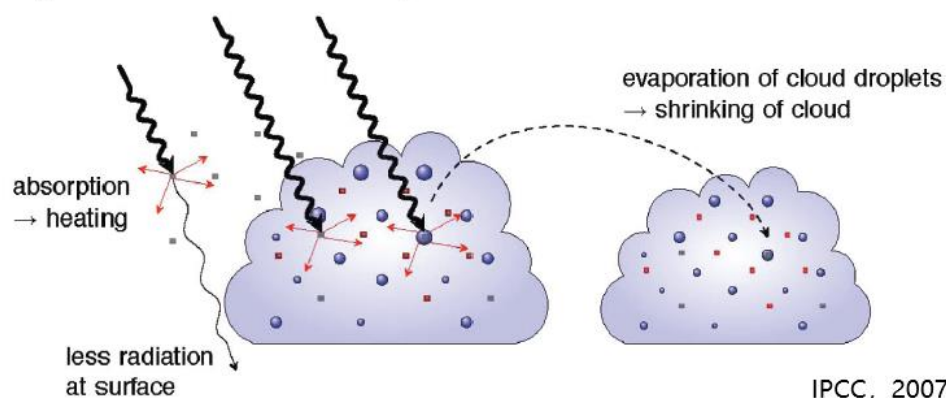


散射型: 硫酸盐、硝酸盐、有机碳、海盐;

吸收型: 黑碳、沙尘。

➤ 气溶胶的半直接效应——吸收型气溶胶加热使云消散

Semi-direct effect (positive radiative effect at TOA for soot inside clouds, negative for soot above clouds)



➤ 气溶胶第一间接效应(Twomey 效应)

有效半径

$$r_e = \alpha \left(\frac{3q}{4\pi\rho_w N} \right)^{1/3} = \alpha r_v$$

(Bower and Choulaton, 1992)

云辐射性质

$$\delta \approx \frac{3}{2} \frac{LWC}{r_e}$$

(Stephens, 1978)

$$1 - \omega_0 = 1.7k r_e$$

(Twomey and Bohren, 1980)

云光学厚度

单次散射反照率

当云中的液态水含量不变时，气溶胶粒子的增加会增加云滴数目，减小云滴谱的有效半径，导致云的反照率增加，又称云的反照率效应(Twomey, 1977)。

➤ 气溶胶第二间接效应(云生命周期效应)

气溶胶作为 CCN，产生更多较小尺寸的液滴，需要更长的时间增长到雨滴大小，降低降水效率(降低碰并效率，抑制降水)，进而延长云的寿命(Albrecht, 1989)

云水向雨水的转化率:
(Khairoutdinov and Kogan, 2000)

$$P = 1350 \times l^{2.47} N_d^{-1.79}$$

云辐射性质

$$\delta \approx \frac{3}{2} \frac{LWC}{r_e}$$

(Stephens, 1978)

$$1 - \omega_0 = 1.7k r_e$$

(Twomey and Bohren, 1980)

云光学厚度

单次散射反照率

③ 对大气光学特性的影响：气溶胶粒子对太阳光的散射和吸收，影响大气能见

度，使可见距离缩短；

- ④ **对大气电学特性的影响**：低层大气存在着离子，正负离子在大气电场作用下形成垂直方向的传导电流，传导电流取决于小离子的速度和迁移速率。小离子被爱根核吸附后就成为大离子，当气溶胶粒子浓度很大时，小离子就会被捕获而减小，就会影响大气电场的分布。
- ⑤ **在大气化学过程中的作用**：固态粒子能够吸附大气中的微量气体，液态粒子能溶解微量气体，发生化学反应生成新的物质微粒。

关于气溶胶的一些知识，可以通过阅读 IPCC 报告，以下是相关链接：

1. [IPCC AR4 WGI Chapter07](#)
2. [IPCC AR5 WGI Chapter07](#)
3. [IPCC AR6 WGI Chapter07](#)

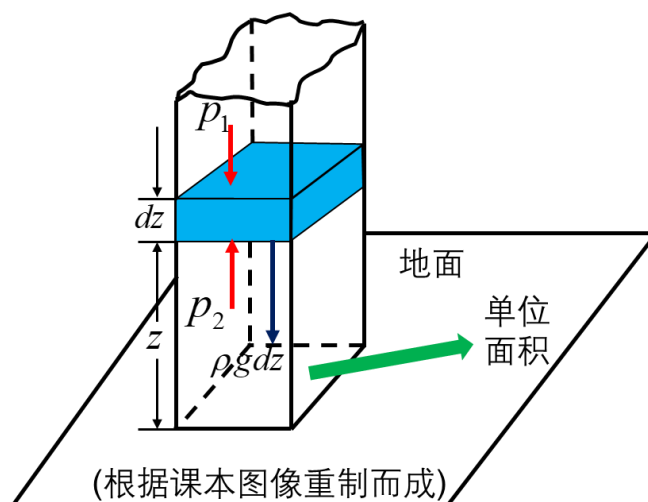
第二章 大气压力

1. 大气压力中的几个概念

- (1) 大气压力：单位面积上直至整个大气上界整个空气柱的质量；
- (2) 大气静力平衡态：大气在垂直方向上受到的重力和气压梯度力达到平衡；
- (3) 标准大气压：在标准重力加速度 $g_0 = 9.80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (45° 海平面) 下，水银密度为 $\rho_{\text{Hg}} (0^\circ \text{C}) = 1.35951 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 时，760mm 水银柱所具有的压力。气象学上一般使用表示压强，故有： $1 \text{ atm} = \rho_{\text{Hg}} g_0 h = 1013.25 \text{ hPa}$

2. 大气静力学方程

(1) 大气静力学方程的导出



▲ 静力平衡大气的受力分析

厚度 dz 为的单位截面积空气柱在垂直方向的上下表面受力分析如上图所示，

由受力平衡，得 $p - (p + \frac{\partial p}{\partial z} dz) - mg = 0$ ，又 $m = \rho dz$ ，进一步化简为： $g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$

(该式右端表示单位质量空气所受到的垂直气压梯度力)

(2) 大气静力学方程各种形式及意义

① $g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \right)$

- ② 因为大气的在水平方向分布比较均匀, $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0$, 从而 $p = p(z)$, 有

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g (dp = -\rho g dz) \text{ (主要形式)。该式表明, 压强总是随高度减小。}$$

- ③ 气象常规观测不直接测量密度, 根据湿空气状态方程, 静力方程又可写成:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T_v} dz$$

(3) 由大气静力学方程引申出的两个关联物理量

① 垂直气压梯度(单位高度气压差)

$$G_z = \frac{dp}{dz} = -\frac{gp}{R_d T_v} \approx -3.42 \frac{p}{T_v} \text{ (hPa/100m)} \text{ (规定梯度方向由小值指向大值)}$$

负号表示垂直气压梯度的方向向下。根据这个式子可知: 低层大气中气压随高度减小得快(p 大), 干冷空气比暖湿空气中气压随高度减小得快。

② 单位气压高度差(G_z 的倒数)

$$h = -\frac{dz}{dp} = \frac{R_d T_v}{pg} = \frac{R_d 273.15(1 + \alpha t_v)}{pg} \approx 8000 \frac{(1 + \alpha t_v)}{p} \text{ (m/hPa)}$$

该式中 $\alpha = \frac{1}{273.15}$, t_v 的单位为摄氏度

气压/hPa	温度/°C				
	-40	-20	0	20	40
1000	6.8	7.4	8.0	8.6	9.2
500	13.6	14.8	16.0	17.2	18.3
100	68.3	74.1	80.0	85.8	91.7

▲ 单位气压高度差与气压和温度的关系

(同一温度下, 高度越高单位气压高度差越大; 同一压强下, 温度越高单位气压高度差越大)

3. 气压—高度公式

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T_v} dz \begin{cases} \text{把 } p \text{ 看成 } z \text{ 的函数} & \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -\int_{z_1}^{z_2} \frac{g}{R_d T_v} dz \Rightarrow p_2 = p_1 \exp\left(-\int_{z_1}^{z_2} \frac{g}{R_d T_v} dz\right) \\ \text{把 } z \text{ 看成 } p \text{ 的函数} & \int_{z_1}^{z_2} dz = -R_d \int_{p_1}^{p_2} \frac{T_v}{g} d \ln p \Rightarrow z_2 - z_1 = -R_d \int_{p_1}^{p_2} \frac{T_v}{g} d \ln p \end{cases}$$

在常规的气象观测中，我们主要观测风温压湿，一般不直接观测密度，所以需要利用理想气体(湿空气)状态方程，得到气压随高度的分布。将状态方程代入静力平衡方程中有

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{p}{R_d T_v} g \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T_v} dz$$

也可以用位势高度表示： $\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T_v} dz = -\frac{g_0}{R_d T_v} dZ$ ，不过 g 随高度的变化很小，

为了计算的简化，在下面的推导中假定 g 为常数。

(1) 把 p 看成是 z 的函数——计算气压的随高度分布

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d} \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{T_v} dz \Rightarrow p_2 = p_1 \exp\left(-\frac{g}{R_d} \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{T_v} dz\right)$$

上式表明已知大气温度和湿度廓线，及某一高度处的气压，则可得另一高度上的气压。若对于等温大气，取海平面为参考点，上述结果又可以写为：

$$p(z) = p_0 \exp\left(-\frac{z}{H_p}\right) \left(H_p = \frac{R_d T_v}{g}\right)$$

当 $z = H_p$ 时，气压减小到了海平面气压的 $1/e$ ，因此把 H_p 称为大气(气压)标高。

此外，上述公式还可以用来进行海平面气压订正。

(2) 把 z 看成是 p 的函数——计算气柱(等压面间)的厚度

$$\int_{z_1}^{z_2} dz = -\frac{R_d}{g} \int_{p_1}^{p_2} T_v \frac{dp}{p} \Rightarrow z_2 - z_1 = -\frac{R_d}{g} \int_{p_1}^{p_2} T_v d \ln p$$

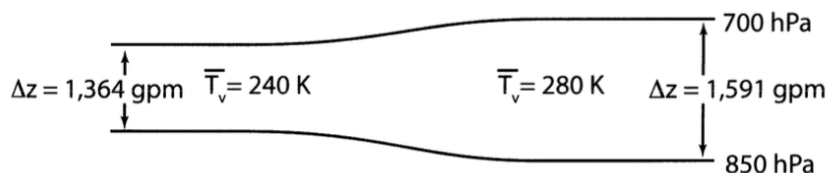
对于等温大气，上述结果可以写为 $z_2 - z_1 = \frac{R_d T_v}{g} \ln \frac{p_1}{p_2}$ ，由此可以利用测得的

气压和温度湿度来计算某一气压处对应的高度，因此这种形式的压高方程又被称

为**测高方程**。实际大气并不是等温的，常常取两层等压面之间气柱的平均温度(虚

温)—— $\bar{T}_v = \frac{T_{v,p1} + T_{v,p2}}{2}$ 。由此可见，对于固定的两层等压面，气层(柱)的厚度变

化与两层等压面之间的平均温度有关。



4. 大气标高与大气模式

(1) 气压标高和密度标高

$$\text{气压标高: } H_p = -\left(\frac{\partial \ln p}{\partial z}\right)^{-1} = \frac{R_d T_v}{g} \approx 29.29 T_v \quad \text{密度标高: } H_\rho = -\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial z}\right)^{-1}$$

▲ 关于 $H_p \approx H_\rho$ 的简单推导:

对状态方程 $p = \rho R T$ 两边分别取对数并对高度求偏导，有：

$$\frac{\partial \ln p}{\partial z} = \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} + \frac{\partial \ln T}{\partial z} = \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} - \frac{\Gamma}{T}$$

$\Gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$ 称为环境大气的垂直递减率，在对流层中平均值为 **6.5K / km**,

根据对流层的温度估算， $\frac{\Gamma}{T} \approx 10^{-5} m^{-1}$ ，因此有 $H_p \approx H_\rho$

(2) 等温大气模式——**假设大气温度不随高度变化**

根据 $\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T_v} dz$ ，分别对 p 、 z 求积分，有：

$$\textcircled{1} \quad p_1 = p_2 \exp\left[-\frac{g}{R_d T_v}(z_2 - z_1)\right] = p_2 \exp\left(-\frac{z_2 - z_1}{H_p}\right)$$

$$\textcircled{2} \quad z_2 - z_1 = \frac{R_d T_v}{g} \ln \frac{p_1}{p_2} = H_p \ln \frac{p_1}{p_2}, \quad \text{若采用摄氏度和以 10 为底的对数表示，该方}$$

程又可以写成(拉普拉斯压高方程)：

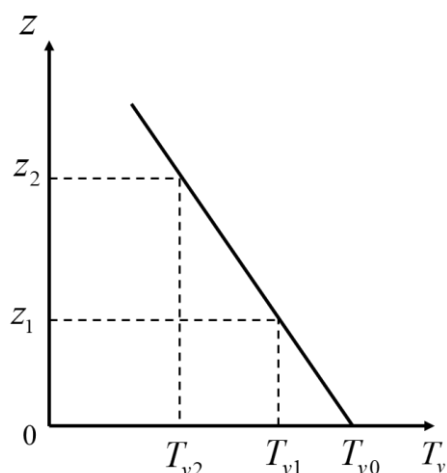
$$z_2 - z_1 = \frac{R_d(273.15 + t_v)}{g} \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{R_d 273.15(1 + \frac{t_v}{273.15})}{g \lg e} \lg \frac{p_1}{p_2} = 18410(1 + \frac{t_v}{273.15}) \lg \frac{p_1}{p_2}$$

- ▲ 两个等压面间温度(虚温)越高，厚度越大；
- ▲ 等温大气的密度和压强随高度的减少呈指数形式下降；
- ▲ 当 z 趋于无穷时，压强和密度无限趋近于 0 但是不等于 0，所以等温大气模式没有上界。

(3) 多元大气模式——温度直减率 γ 为常数

设虚温是高度 z 的线性函数，且满足关系式：
 $T_v = T_{v0} - \Gamma z$ (式中 T_{v0} 为已知的常数， $\Gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$ 为虚温的垂直递减率)，对 $\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d(T_{v0} - \Gamma z)} dz$ 在 $(z_1, p_1) \sim (z_2, p_2)$ 区间内积分得到如下形式的解：

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{g}{R_d \Gamma} \ln \frac{T_{v0} - \Gamma z_2}{T_{v0} - \Gamma z_1}$$



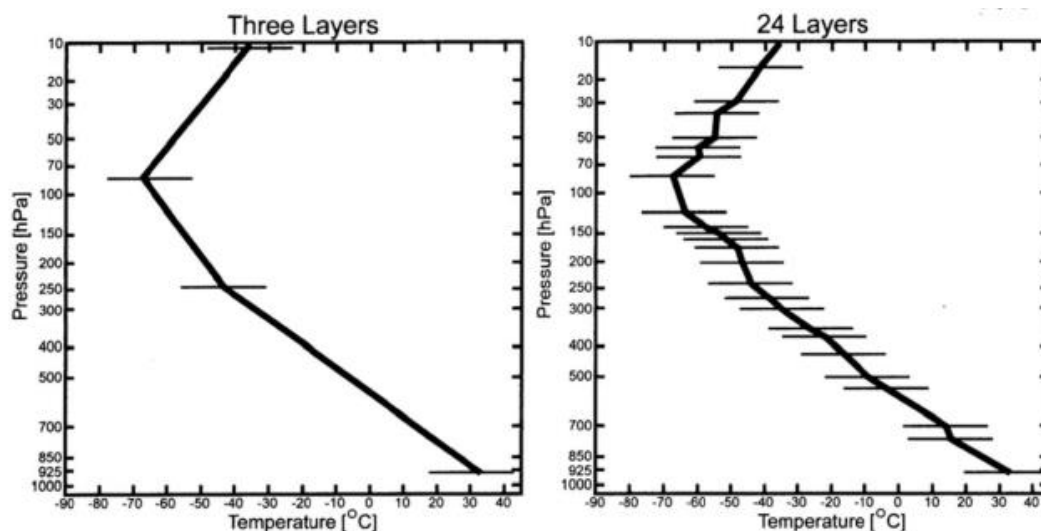
根据上述的公式可以解出

$$\frac{p_2}{p_1} = \left[1 - \frac{\Gamma(z_2 - z_1)}{T_{v1}} \right]^{\frac{g}{R_d \Gamma}}; z_2 - z_1 = \frac{T_{v1}}{\Gamma} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R_d \Gamma}{g}} \right] \quad (T_{v1} = T_{v0} - \Gamma z_1)$$

令 $z_1 = 0 (\Rightarrow T_{v1} = T_{v0})$, $p_2 = 0$ ，可得到多元大气的上界为： $H_T = \frac{T_{v0}}{\Gamma}$ ，说明多元大气模式是有上界的。(当 $\Gamma \rightarrow 0$ 时，接近于等温大气模式， $H_T \rightarrow \infty$ ，也说明了等温大气没有上界)

▲ 对多元大气的理解

多元大气比较的直观的叫法为“等垂直减温率大气”，垂直减温率为常数并不是说大气只有一层，如下图所示，大气可以有 3 层甚至 24 层，但是每层的垂直减温率是一个常数。因此“多元”二字可以理解为大气的层数复杂，而这种复杂，本身也与大气在不同高度的分布情况(组成成分)有关。



(4) 均质大气模式——大气的密度为常数

大气密度不随高度变化，而是整层都保持其海平面值，那么从 $(0, p_0) \sim (z, p)$ 积分，有 $p - p_0 = -\rho g z$ ，当 $p = 0$ 时，可求出均质大气的高度为

$$H = \frac{p}{\rho g} = \frac{RT_0}{g} \approx \frac{R_d T_0}{g_0}$$

▲ 均质大气的自动对流减温率的推导

对状态方程 $p = \rho R_d T_v$ 两边分别对 z 求偏导，有 $\frac{\partial p}{\partial z} = R_d T_v \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho R_d \frac{\partial T_v}{\partial z}$ ，继续利用 $p = \rho R_d T_v$ 和 $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ ，上式可以化简为： $\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\rho}{T_v} \left(-\frac{g}{R_d} - \frac{\partial T_v}{\partial z} \right)$ ，该式左边为

密度的梯度。 $\frac{g}{R_d} > -\frac{\partial T_v}{\partial z} \Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial z} < 0$ (密度小的在上面)，不会发生自动对流；

$\frac{g}{R_d} < -\frac{\partial T_v}{\partial z} \Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial z} > 0$ (密度小的在下面)，发生自动对流。所以均质大气的自动对

流减温率为 $\Gamma = -\frac{\partial T_v}{\partial z} = \frac{g}{R_d} = 34.2 K \cdot km^{-1}$

5. 气压—位势高度公式

(1) 引入位势高度的原因

重力加速度不是一个常数。在相同高度上，越靠近赤道重力加速度越小；相同纬度，离地面越高重力加速度越小。

$$g(z, \varphi) = 9.80616(1 - 2.59 \times 10^{-3} \cos 2\varphi)(1 - 3.14 \times 10^{-7} z)$$

(2) 重力位势与位势高度

单位质量物体从海平面上升到高度 z 克服重力所做的功，记为 Φ ，即

$\Phi = \int_0^z g dz$ 。重力位势的单位是 $J \cdot kg^{-1}$ 或者 $m^2 \cdot s^{-2}$ 。定义位势高度为：

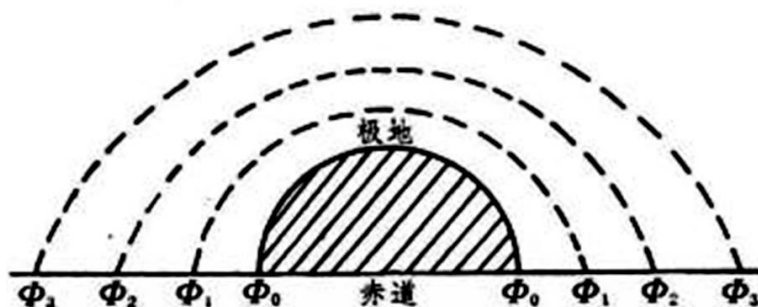
$Z = \frac{\Phi}{g_0} = \frac{\int_0^z g dz}{g_0}$ ，单位为位势米(gpm)，需要注意的是，这里的 g_0 应看成仅是一个

数值，或者是这两个单位的换算因子， $g_0 = 9.80665 J / (kg \cdot gpm)$

▲ 位势高度与几何高度的关系：
$$Z = \frac{g(0, \varphi)}{g_0} \cdot \frac{R_E z}{R_E + z}$$

(3) 等位势面

位势值相等的点组成的面，又称重力等位面或水准面。在等位势面上，无重力分量，故沿着等位势面移动物体不抵抗重力做功。等位势面(水平面)是一个由赤道向两极倾斜的斜面。由于重力加速度 g 是纬度和高度的函数，所以等位势面与等高面不同，它们彼此不平行。



▲ 等位势面分布图

重力加速度 $g (m/s^2)$	几何高度 $z(km)$	位势高度 $H(kgpm)$
9.802	0	0
9.798	1	1
9.771	10	9.986
9.741	20	19.941
9.710	30	29.864
9.620	60	59.449

▲ 南北纬 40° 处几何高度与位势高度的比较

(4) 气压一位势高度公式

根据 $d\Phi = g dz = g_0 dZ$ ，大气静力方程又可写成：

$$dp = -\rho g_0 dZ \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g_0}{R_d T_v} dZ$$

因此可以写出使用位势高度表达的不同大气模式的计算公式，例如等温大气：

$$p_2 = p_1 \exp\left(-\frac{g_0}{R_d} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{1}{T_v} dZ\right); Z_2 - Z_1 = -\frac{R_d}{g_0} \int_{p_1}^{p_2} T_v d \ln p$$

(5) 使用位势高度的优势

- ① 在等位势面上研究空气运动，由于重力与等位势面垂直，**就没有重力切向分力的影响**。这样就使我们在处理问题时比较简单，所以等位势面也就是我们通常所说的水平面；
- ② **可以不考虑重力加速度随纬度和高度的变化**，根据实测的气压和温度就可以计算位势高度，比较方便。

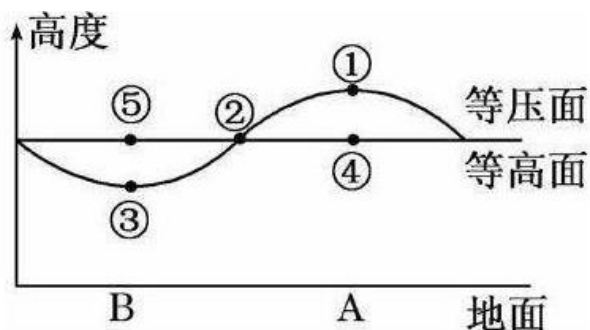
6. 等压面和等高面

(1) 等高面

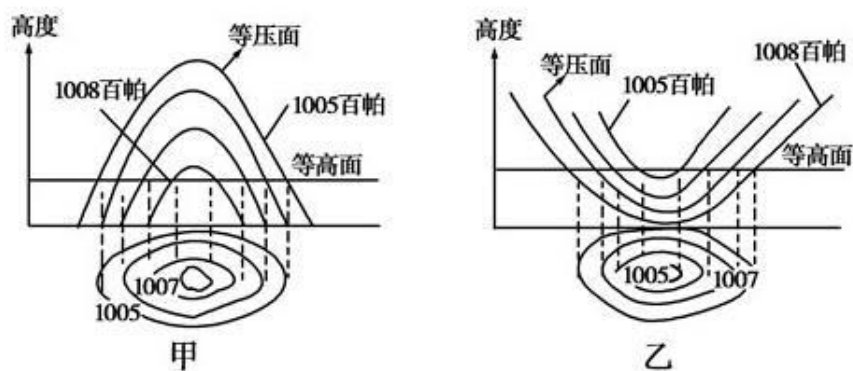
等高面是指海拔高度相等的点组成的空间平面。如海平面就是海拔高度为零的等高面。

(2) 等压面

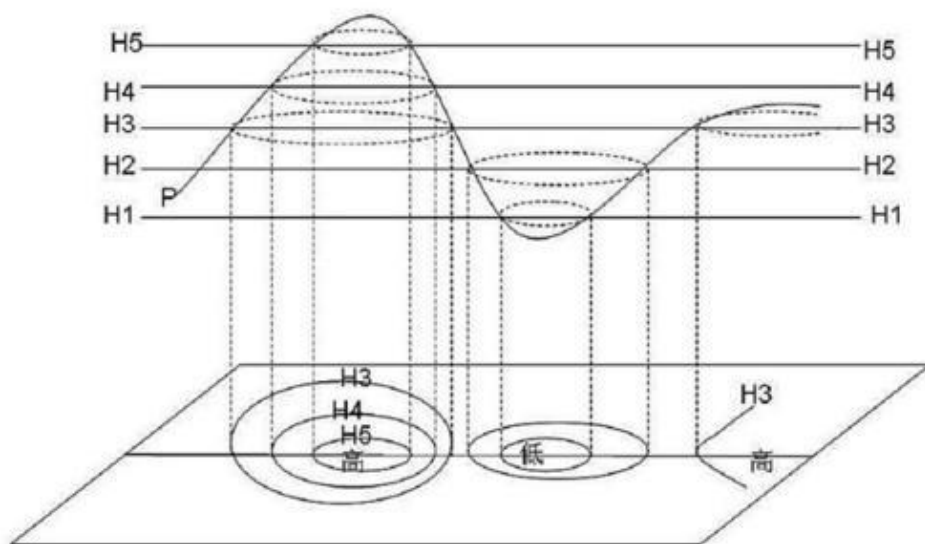
等压面是指气压相同的面。在充满平衡流体空间，连接压强相等的各点所组成的面，即空间气压相等的各点所组成的面。一般情况，由于同一高度各地气压不相等，等压面在空间不是平面，而是像地形一样起伏不平。



(a) 等高面与等压面



(b) 等高面的画法



(c) 等压面的画法

▲ 等压面与等高面区别

- ▲ 在等高面图上，用等压线表示气压的空间分布。在同一高度上，气压比四周高的地方，其等压面向上凸，而且气压愈高，等压面上凸得愈厉害；反之，气压比四周低的地方，等压面将向下凹陷。
- ▲ 在等压面图上，用等高线表示气压的空间分布。等压面凸起的地方，表示在同一高度上，气压比四周高。在图上为一组闭合等高线构成的高值区。等压面凹下，表示同一高度上，气压比四周低。在图上为一组闭合等高线构成的低值区。因此，在等压面图上，由等高线的分布可反映等压面的起伏，表示气压的空间分布状况。
- ▲ 地面研究海平面等压线图(即等高面图)，高空研究一组等压面图。

7. 气压场的基本形式

(1) 低气压

中心气压低于四周气压的气压系统，其空间等压面形状像山谷，在图上表现为一组闭合曲线。根据[白贝罗定律](#)，低气压区的气流在北半球呈逆时针旋转，称为气旋。对低层大气，地面摩擦作用不但使风速减小，而且使风向偏向低压，这就使气流从四周向低压中心流动和上升，所以低气压地区往往有云雨天气出现。

(2) 高气压

中心气压高于四周气压的气压系统，其空间等压面的形状像山峰，图上表现为一组闭合曲线。高气压区的气流在北半球呈顺时针旋转，称为反气旋。高压区的底层大气向外辐散，使高空气流下沉，所以高气压地区天气晴好。

(3) 低压槽

从低压区中延伸出来的气压较高的狭长区域，低压槽附近的天气特点和低气压类似。

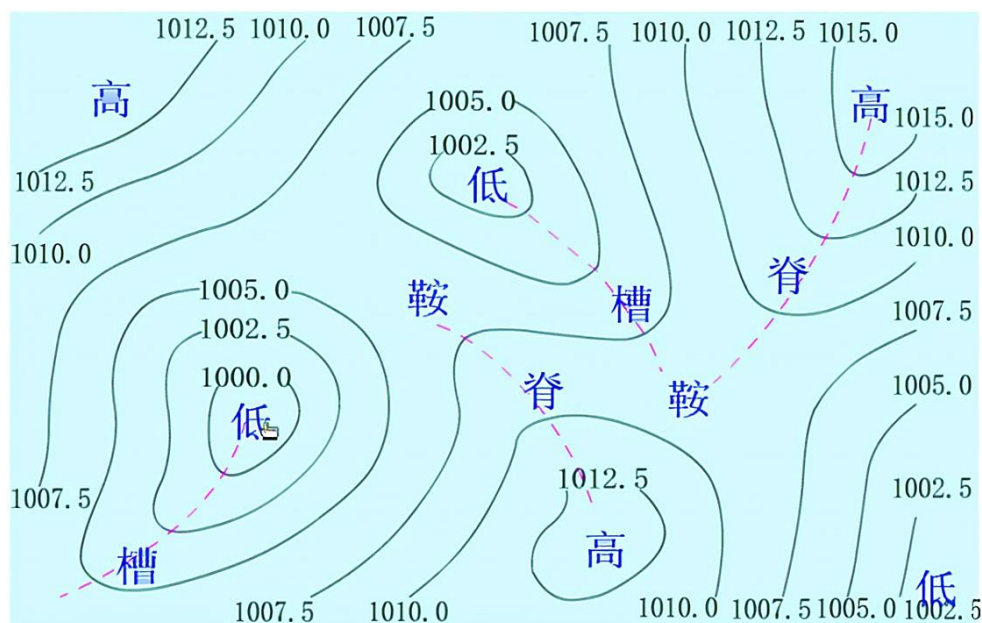
(4) 高压脊

从高压区中延伸出来的气压较高的狭长区域，其空间等压面形状像山脊，高压脊附近的天气特点和高气压类似。

(5) 鞍形气压区

两个高压或两个低压组成的中间区域，其空间等压面形状像马鞍，鞍型气压

场刚建立的时候，风速小，风向多变，气压值较稳定，但是不久之后就可能发生剧烈的天气变化。



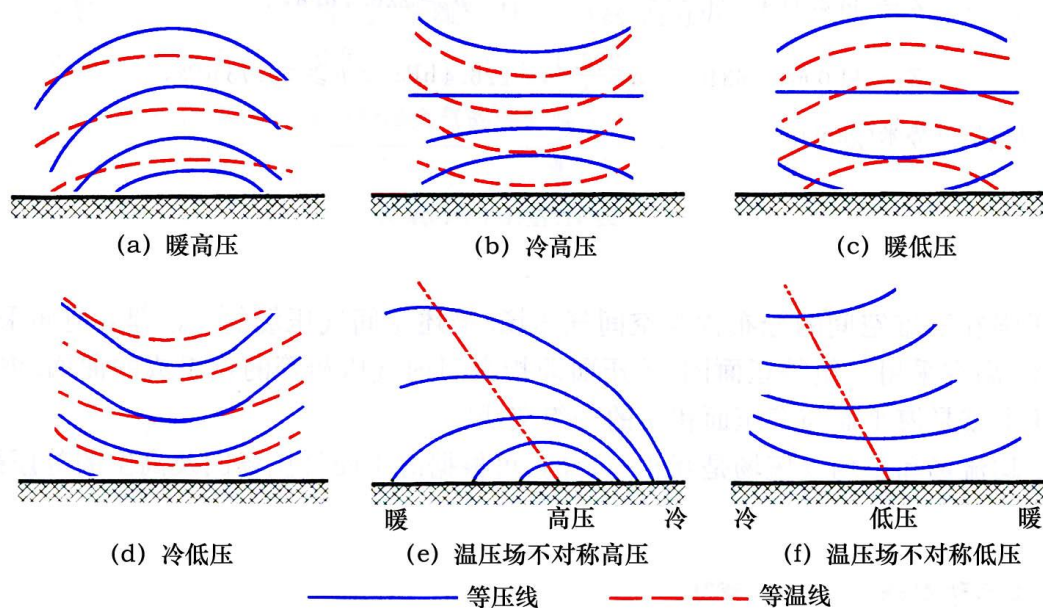
▲ 气压场的基本形式示意图

8. 永久性活动中心与半永久性活动中心

- (1) **永久性活动中心**：北半球海洋上的太平洋高压、大西洋高压、阿留申低压、冰岛低压常年存在，只是强度、范围随季节有变化，称为永久性活动中心。
- (2) **半永久性活动中心**：夏季陆地上的亚洲低压(低值中心在印度，又称印度低压)、北美低压、冬季强大的西伯利亚高压和北美高压等只是季节性存在，称为半永久性活动中心。

9. 深厚系统与浅薄系统

- (1) **深厚系统**：低空的某种气压形势越到高空越强。
 - 暖高压**：在等压面上高_{高度}中心与高温中心重合。
 - 冷低压**：在等压面上低_{高度}中心与低温中心重合。
- (2) **浅薄系统**：低空的某种气压形势越到高空越弱，甚至与低空的气压形势相反。
 - 冷高压**：在等压面上高_{高度}中心与低温中心重合。
 - 暖低压**：在等压面上低_{高度}中心与高温中心重合。



▲ 不同温压场的垂直剖面图

气压系统具有三维空间结构,但是高空的高气压或低气压不一定对应地面的高气压或低气压。根据压高公式 $p_2 = p_1 \exp\left(-\frac{g}{R} \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{T} dz\right)$ 可知, 气压随高度的分布与温度有关, 因此气压系统的垂直结构离不开温度场的配置密切。理解上述的深厚系统, 便可以从此角度出发。我们以暖高压为例, 等温线呈现上凸, 所以根据压高公式, 暖中心的等压面厚度大, 而两侧温度低, 等压面间厚度小; 压强场为高压, 温度场引起的等压面分布与压强场是一致的, 二者相叠加, 所以说暖高压是个深厚系统。

(还有一种理解是利用热成风, 这里先不做阐述, 具体可以等学完《动力气象学》或《天气学原理》后再回来思考, 其中笔者在《动力气象学》的资料中对此做了详细的解释。)

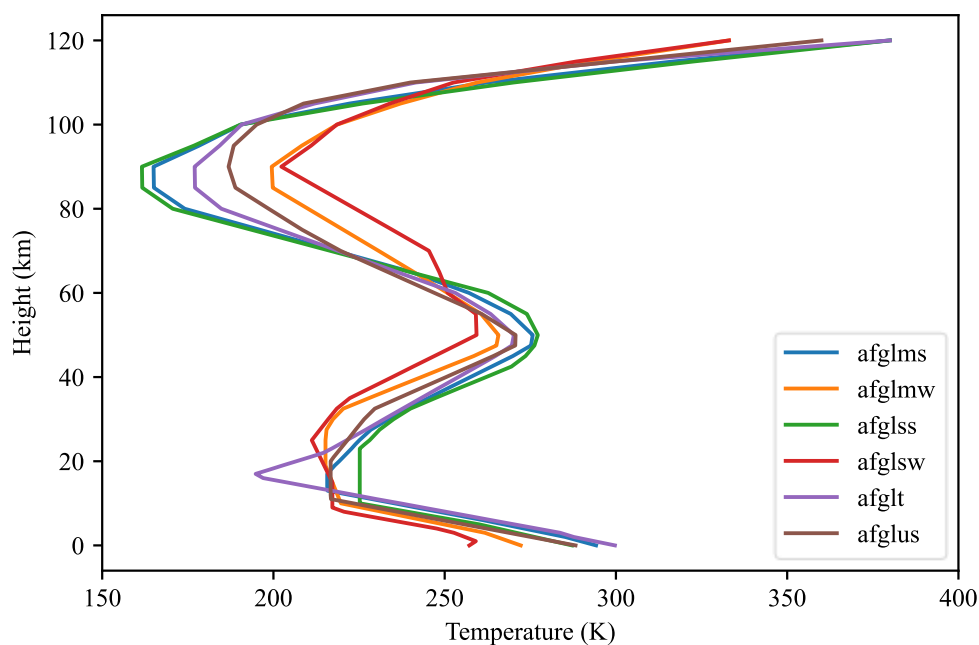
10. 标准大气(Standard atmosphere)

WMO 对于标准大气的定义是: “.....所谓标准大气, 就是能够粗略地反映出周年的、中纬度状况的, 得到国际上承认的, 假定的大气温度、压力和密度的垂直分布。”

在大气辐射和大气遥感的研究中, 需要有更详细的大气模式, 因此定义了 6

种大气模式，包括：

- 中纬度冬季大气(Mid-Latitude Winter Atmosphere)模式
 - 中纬度夏季大气(Mid-Latitude Summer Atmosphere)模式
 - 亚极地冬季大气(Sub-Arctic Winter Atmosphere)模式
 - 亚极地夏季大气(Sub-Arctic Summer Atmosphere)模式
 - 赤道大气(Tropical Atmosphere)模式
 - 美国标准大气(1976 U.S. Standard Atmosphere)模式
- ◆ 亚北极冬季大气的表面温度最低，其次是中纬度冬季大气，热带和中纬度夏季大气的表面温度最高；
- ◆ 在对流层顶，热带大气温度最低，亚北极夏季大气温度最高；
- ◆ 对于所有 6 个大气模式，二次温度峰值出现在 50 公里附近，这里的亚北极夏季温度是最温暖的，基本上等于中纬度夏季的温度，亚北极冬季的温度是这个高度最冷的；
- ◆ 1976 年美国标准大气温度廓线为这组廓线提供了有效的中值。



【注】afgl: Air Force Geophysics Laboratory(AFGL，空军地球物理实验室)

第三章 大气热力学基础

1. 大气热力学中常见的几个概念

(1) 系统与外界

- ┌ 系统：所有研究的给定质量和成分的任何物质。
- └ 外界：与系统相互作用的环境。

系统可以划分为三类：**孤立系、封闭系和开放系**

孤立系：与环境间既没有物质交换，也没有能量交换(热和功)的体系。

封闭系：与环境间没有物质交换，但可以有能量交换的体系。

开放系：与环境间既可以有物质交换，又可以有能量交换的体系。

▲ **大气科学中通常将研究的系统看作封闭系**，原因如下：

- ① 研究的那部分空气容积足够大,其边缘与外界空气的混合对系统内部特性影响极小，可以忽略；
- ② 所研究的是被包含在大块空气中的一小部分空气，由于特性相同，混合作用不影响该系统的特性。

▲ 根据系统中物质的成分，又可以将系统分为(“相”指的是相态)：

- ┌ **单元单相系**：定质量气体、定质量液体
- ┌ **多元单相系**：混合气体——干空气、湿空气
- └ **单元多相系**：水和水蒸汽(单元二相系)
- └ **多元多相系**：湿空气与液态水的混合物(二元二相系)——云或雾。

二元单相系：未饱和的湿空气——由**干空气和水汽**组成；

二元多相系：包含液态水或冰的饱和空气——由**干空气和水质物(水汽、液态水和固态水的总称)**组成。

(2) 广延量和强度量

- ① 广延量：其值与体系的大小及体系包含的物质的量有关，是**可以累加**的。如体积、质量、能量等。
- ② 强度量：其值不决定于体系的大小，在体系中任何一点都有确定的值。如压强、温度、密度，比特性量等。

(3) 准静态过程和准静力条件

当过程进行得无限缓慢时，系统在变态过程中的每一步都处于平衡态，称为准静态过程。处于准静态过程的系统为了维持与外界机械平衡，系统对外界的作用力需时刻与外界对系统的作用力保持平衡，这就是准静力条件，即 $P = P_e$ ，其中 P 是内部压强， P_e 是外界压强。

▲ 除了准静态过程以外，还有：

① 绝热过程与非绝热过程；

- **绝热过程 (adiabetic)**：系统与外界只通过做功的方式相互作用（不通过热交换的方式），使系统的能量发生变化的过程。
- **非绝热过程 (diabetic)**：系统与外界通过热交换或同时存在着做功的方式相互作用，使系统的能量发生变化的过程。

② 可逆过程与不可逆过程。

(4) 气块微团模型

- ① 气块内温度、压强和湿度等都呈均匀分布，各物理量服从热力学定律和状态方程；
- ② 气块运动时是绝热的，遵从准静力条件，环境大气处于静力平衡状态；
- ③ 气块对环境的影响可忽略。

2. 热力学第一、二定律及态函数

(1) 热力学第一定律

热力学第一定律不同的表述，对应的公式也有所不同。第一种表述为：“系统吸收的热量，一部分用于系统内能的增加，一部分用于系统对外界做功。”在这个描述中，系统这个对象是“主动”的，所以在体积功上表现为 pdV ，从而第一定律的表达式为

$$\delta Q = dU + pdV$$

另一种表述为：“系统内能的增加，一部分来自系统的吸收的热量，一部分来自

外界对物体做的功”。在这种表述中，系统这个对象是“被动”的，所以体积功表现为 $-pdV$ ，从而第一定律的表达式便为

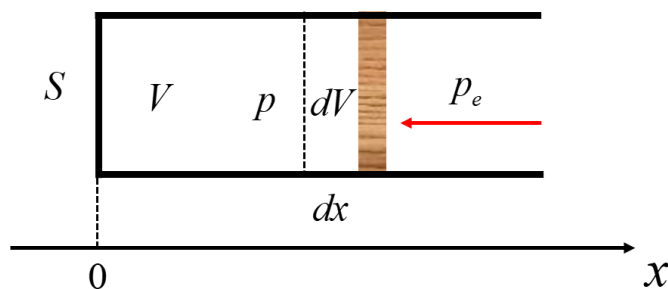
$$dU = \delta Q - pdV$$

对于**等容过程**，有 $dU = (\delta Q)_v$ ，从而定义**定容比热容**：

$$C_v = \frac{(\delta Q)_v}{dT} = \frac{dU}{dT} \text{ (Units: } J \cdot K^{-1} \text{)}$$

对于 1mol 的物质，有**摩尔定容比热容** $C_{v,m} = \frac{dU_m}{dT}$ (Units: $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)，对于单位；对于单位质量的物质，有**比定容比热容** $c_v = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT} = \frac{du}{dT}$ (Units: $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)。

▲ 体积功的表示方法——系统外界做功 VS 外界对系统做功？



假设初态的体积为 V ，经过一定时间后变为 $V+dV$ ($dV=Sdx$)，在这个过程中，系统对外界做的功为：

$$\delta W = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} = Fdx = pSdx = pdV$$

外界对系统做的功为

$$\delta W_e = \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{x} = -F_e dx = -p_e Sdx = -p_e dV$$

前面我们提到过大气中的过程可以近似假定为准静态过程，所以有 $p \approx p_e$ 。

▲ 热力学第一定律的普遍表达

上述讨论中假设只有体积功的变化，实际上系统还可以通过其它方式做功，例如水汽相变产生新的表面积(表面能)，这热力学第一定律的一般形式为

$$dU = \delta Q + \delta A - pdV \text{ (}\delta A \text{ 表示除了体积功以外的其他形式的功)}$$

(2) 熵(Entropy)与热力学第二定律

态函数熵的定义为：

$$S - S_0 = \int_{x_0}^x \frac{\delta Q}{T}$$

其中， S_0 是初态时的熵， S 是终态时的熵， x_0 和 x 是系统给定的两个平衡态，积分路线沿 x_0 到 x 的任意可逆过程进行。上式表示两平衡态的熵之差与积分路径无关，只由初、终两个平衡态确定。

热力学第二定律

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

态函数熵的微分形式
(可逆过程取等号)

热力学第一定律 $\delta Q = dU + pdV$

$$TdS \geq dU + pdV$$

$$dU \leq TdS - pdV$$

热力学第二定律的表述还有如下两种：**克劳修斯(1850)表述为**：不可能把热量从低温物体自动地传到高温物体而不引起其他变化；**开尔文(1851)表述为**：不可能制造出这样一种循环工作的热机，它只使单一热源冷却来做功，而不放出热量给其它物体，或者说不使外界产生任何变化。热力学第二定律的微观统计意义为：一切自然过程总是沿着分子热运动的无序性增大的方向进行。

因此热力学第二定律的普遍表述为：从平衡态(x_0)开始而终止于到另一个平衡态(x)的过程，将朝着使系统与外界的总熵增加的方向进行，即

$$S - S_0 \geq \int_{x_0}^x \frac{\delta Q}{T}$$

对于(不)可逆过程，取(不)等号。在绝热过程中， $\delta Q_a = 0$ ，从而 $S - S_0 \geq 0$ ，即：经绝热过程后，系统的熵永不减少，经可逆绝热过程后熵不变，经不可逆绝热过程后熵增加，这就是判断绝热过程方向的“熵增原理”。

对于无穷小的过程，有

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

将前面的热力学第一定律的表达式代入，得到

$$TdS \geq dU + pdV \Leftrightarrow dU \leq TdS - pdV$$

(3) 焓(Enthalpy)

焓的定义为

$$H = U + pV$$

它的物理意义为：在没有其它功的条件下，系统在等容过程中所吸收的热量全部用以增加内能；系统在等压过程中所吸收的热量，全部用于使焓增加。焓是一个状态函数。一个系统在等压过程中达到某一温度(不论比原来温度高还是低)所需要的能量，就是焓，这是因为在温度发生变化时，系统的内能一定会改变，同时系统也需要对外界做功，这二者之和便是焓。

将焓的定义代入到热力学第一定律中得到

$$dH = \delta Q + Vdp$$

由上式可知，等焓的条件是绝热和等压。再将上式代入热力学第二定律中有

$$TdS \geq dH - Vdp \Leftrightarrow dH \leq TdS + Vdp$$

在等压过程中，有 $dH = (\delta Q)_p$ ，由此可以定义定压比热容为：

$$C_p = \frac{(\delta Q)_p}{dT} = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \quad (\text{Units: } J \cdot K^{-1})$$

同样，对于 1mol 的物质，有摩尔定压比热容 $C_{p,m} = \left(\frac{\partial H_m}{\partial T} \right)_p \quad (\text{Units: } J \cdot \text{mol}^{-1} \cdot K^{-1})$ ，

对于单位质量的物质，有比定压比热容 $c_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial H_m}{\partial T} \right)_p \quad (\text{Units: } J \cdot \text{kg}^{-1} \cdot K^{-1})$ 。

对于理想气体，将其状态方程代入焓的定义中，两边同时对 T 求偏导数，有

$$H = U + pV = U + nRT \Rightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = \frac{dU}{dT} + nR^* \Leftrightarrow C_p - C_v = nR^* \Leftrightarrow C_{p,m} - C_{v,m} = R^*$$

上式中，因为内能 U 仅是温度的函数，所以偏导数用全导数表示， R^* 为普适气体常数。考虑单位质量的气体，上述关系又可以改写为

$$C_p - C_v = \frac{m}{M} R^* = c_p - c_v = R \left(R = \frac{R^*}{M} \right)$$

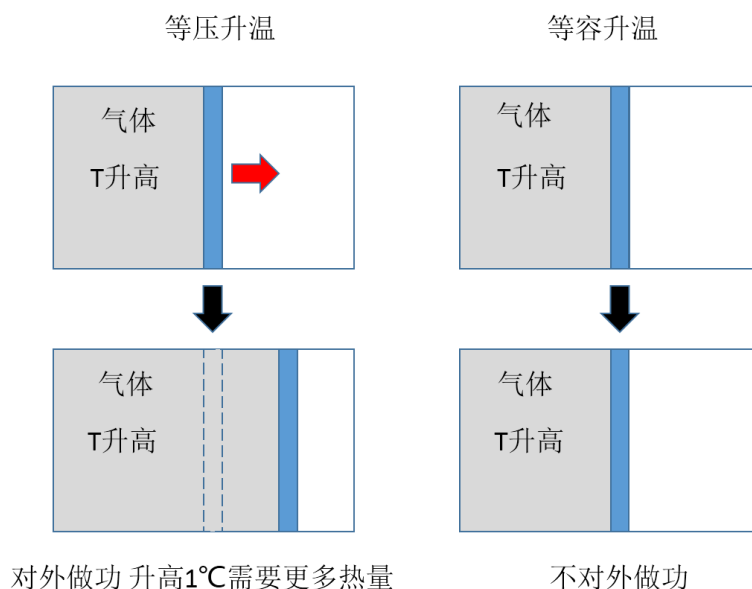
R 表示比气体常数，一些对于水汽和干空气，一些常数如下：

	比气体常数	比定压热容	比定容热容
干空气	$R_d = 287.05$	$c_{p,d} = 1004.07$	$c_{v,d} = 717$
水汽	$R_v = 461.5$	$c_{p,v} = 1850$	$c_{v,v} = 1390$

单位: $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

▲ 为什么定压比热容要比定容比热容大一些?

比热容的定义为,单位质量的物质温度变化 $1K$ 时所需要(吸收/释放)的热量。如下图所示,如果要想单位质量的气体温度升高 $1K$,相较于等容过程而言,等压过程还需要对外膨胀做功,因此需要更多的热量来实现增温 $1K$ 的目的。所以定压比热容>定容比热容。



$$\begin{aligned}
 \Delta Q &= \Delta U + p\Delta V \\
 \downarrow \\
 \delta Q = dU + pdV &\xrightarrow{\text{在等压过程中}} (U_2 - U_1) + p(V_2 - V_1) \xrightarrow{\text{定义焓}} H = U + pV \\
 &\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 &\quad \quad \quad (U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1) \quad \quad \quad \text{两边同时除以质量 } m \quad \text{取微分} \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{联立 } \delta q = du + pd\alpha \quad \downarrow \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad dq = dh - \alpha dp \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \text{热力学第一定律 等压过程} \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad dh = c_p dT = dq \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad dq = d(h + \Phi) = d(c_p T + \Phi) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad c_p T + \Phi \text{ 称为干静能}
 \end{aligned}$$

比焓: 单位质量的焓。单位质量空气的显热能就是比焓

$$h = c_p T = c_v T + RT$$

内能 + 压力能

静力平衡方程 $d\Phi = -\alpha dp$

图片制作: Mr.Bean

▲ 热力学第一定律的另一种表示方式

考虑单位质量

$$\delta q = du + p d\alpha;$$

又已知

$$du = c_v dT, \quad p\alpha = RT \Leftrightarrow p d\alpha + \alpha dp = R dT, \quad c_p - c_v = R$$

代入上式有

$$\begin{aligned} \delta q &= c_p dT - \alpha dp = c_p dT - RT d \ln p \\ &\Updownarrow \\ c_p dT &= \delta q + \alpha dp \end{aligned}$$

该式表明气团的温度变化由两个过程决定：(1) 吸热/放热；(2) 气压变化导致的变温。

(4) 吉布斯函数与麦克斯韦关系式

吉布斯函数的定义 $G = H - TS = U + pV - TS$

$$\begin{array}{l} \text{两边走微分} \quad dH = TdS + Vdp \\ dG = dU + pdV + Vdp - TdS - SdT \quad dU = TdS - pdV \quad \text{利用全微分关系可以导出相应的麦克斯韦关系式} \\ \text{热力学第二定律} \quad dS \geq \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow TdS \geq dU + pdV \\ dG \leq Vdp - SdT \xrightarrow{\text{可逆过程}} dG = Vdp - SdT = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_S dT \\ \text{等温、等压过程} \quad \text{对应项对比} \\ dG \leq 0 \quad \text{可逆过程取等号} \quad -S = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p, V = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T \\ \text{(吉布斯函数判据)} \quad \text{S对P求导, V对T求导} \quad \text{混合导数相等} \\ \text{在等温等压过程中, 系统的吉布斯函数永不增加} \quad \text{麦克斯韦关系式} \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T \end{array}$$

图片制作: Mr.Bean

吉布斯函数的定义为: $G = U + pV - TS$ (焓-熵), 两边取微分:

$$dG = dU + pdV + Vdp - TdS - SdT$$

结合热力学一、二定律导出的两个不等关系(使用其中一个即可)

$$\begin{cases} dU \leq TdS - pdV \\ dH \leq TdS + Vdp \end{cases}$$

可以得到

$$dG \leq -SdT + Vdp$$

对于等温、等压过程，有 $dG \leq 0$ (可逆的过程取“=”)，这表明在等温、等压过程中，系统的吉布斯自由能函数永不增加，或者说系统发生的不可逆过程总是朝着吉布斯函数减少的方向进行的。例如，系统存在两个状态 A 和 B ，如果 $g_A > g_B$ ，则系统自发的过程是从状态 A 到状态 B 。热力学定律和吉布斯函数只能给出相变的方向，并不能给出相变的速率——这需要由分子运动论以及扩散理论得到。

3. 水的相变与相平衡(Equilibrium) ([返回开尔文方程的推导](#))

在热力学第二定律中，对于无穷小的可逆过程，有

$$ds = \frac{\delta q}{T} \Rightarrow du + pd\alpha - Tds = 0$$

可逆过程有：气团绝热膨胀及压缩；卡诺循环；水汽凝结及液态水蒸发；水汽凝华及冰相蒸发；冰相和液相的转化；可逆的化学反应等。下面将结合吉布斯自由能讨论水的相平衡和相变问题。

如下图所示的空间与系统，水汽和水系统应该满足如下关系式：

$$\begin{cases} du + ed\alpha - Tds = 0 \\ g = u + e\alpha - Ts \end{cases} \quad (\text{均考虑单位质量的物质})$$

达到相平衡时，应该有 $e = e_s$ ；此时也有热平衡，即液相与气相的温度相同且不随时间变化；同时，整个系统的压力也不随时间变化，没有机械功，因此整个系统处于等温等压状态，从而

$$\begin{cases} du + e_s d\alpha - Tds = 0 \\ g = u + e_s \alpha - Ts \end{cases}$$

对第一式积分有

$$\int_L^V du + e_s d\alpha - Tds = 0$$

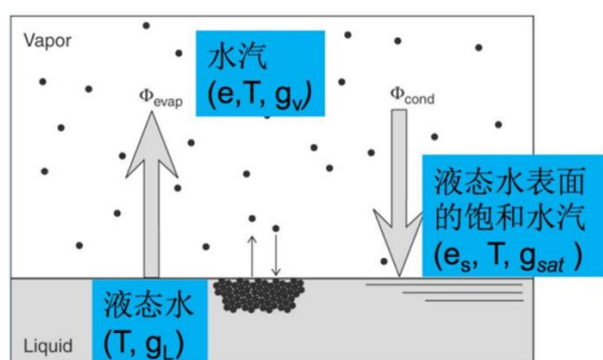
两相处于平衡态时，系统为等温等压，所以 e_s, T 为常数，上式又可以写为

$$(u_v - u_L) + e_s(\alpha_v - \alpha_L) - T(s_v - s_L) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(u + e_s\alpha - Ts)_v = (u + e_s\alpha - Ts)_L \Leftrightarrow g_v = g_L$$

即达到相平衡时，两相的吉布斯自由能相等(对于不同条件下的相平衡，吉布斯自由能不相等)。



相平衡(phase equilibrium):

$$e = e_s$$

$$g_v = g_L$$

非相平衡(non-equilibrium):

$$e \neq e_s$$

$$g_v \neq g_L$$

$$g_L = g_{sat}$$

在上图中，若没有达到相平衡，则 $e \neq e_s, g_v \neq g_L$ ，但是液态水的吉布斯自由能与液态水表面的饱和水汽的吉布斯自由能相等，即

$$g_L = g_{sat}$$

因此环境水汽与液态水的吉布斯自由能之差为

$$g_v - g_L = g_v - g_{sat}$$

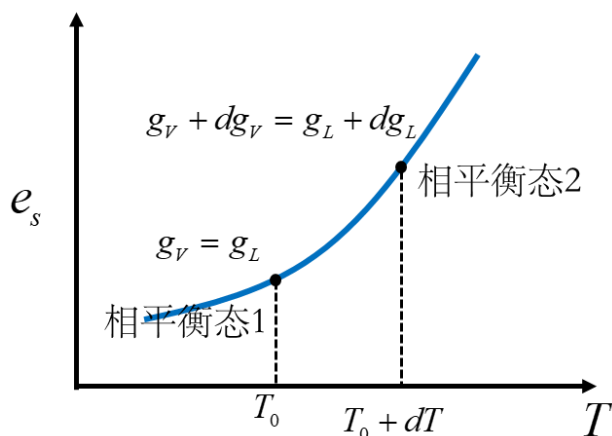
根据二者之差 >0 还是 <0 可以判断相变的方向。

4. 克拉伯龙-克劳修斯方程(Clausius-Clayperon Equation)及基尔霍夫方程(Kirchhoff Equation)的导出

下面利用相平衡推到克拉伯龙-克劳修斯方程。前面在定义吉布斯函数的时候，对于可逆过程，考虑单位质量的物质，有

$$dg = -sdT + \alpha dp$$

该式表明吉布斯自由能的变化是由系统的温度和饱和水汽压的变化决定(实际上水汽压也是由温度决定)。



在温度为 T_0 的相平衡态 1 时, 有 $g_v = g_L$, 经过一定时间后, 温度变为 $T_0 + dT$, 达到相平衡态 2, 水汽和水的吉布斯自由能改变分变为 dg_v, dg_L , 且

$$g_v + dg_v = g_L + dg_L$$

从而可以得到 $dg_v = dg_L$, 将全微分进行展开, 有(因为最终目的是求饱和水汽压随温度的变化, 后面的表达式中便将压强 p 替换成了 e_s)

$$\begin{cases} dg_v = -s_v dT + \alpha_v de_s \\ dg_L = -s_L dT + \alpha_L de_s \end{cases}$$

整理可得

$$-s_v dT + \alpha_v de_s = -s_L dT + \alpha_L de_s \Rightarrow \frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_L}{\alpha_v - \alpha_L}$$

下面先介绍一下相变潜热(Latent Heat)的概念。潜热是物质在等压相变(固、液、气之间的相态变化)过程中吸收或释放出的热量。在等压相变过程中, 系统热量的变化就是焓的变化。潜热根据不同的相变过程也称之为汽化焓、升华焓和熔解焓。以水物质为例, 对于蒸发过程, 系统的(比)汽化潜热(单位: J/g、J/kg)为

$$L_v = \frac{H_v - H_w}{m} = h_v - h_w = u_v - u_w + p(\alpha_v - \alpha_w)$$

同样, 可以得到(比)升华潜热、(比)熔解潜热 $L_s = h_v - h_i, L_f = h_w - h_i (L_s = L_v + L_f)$ 。

(三个过程的单词: vaporization[condensation], sublimation, freezing[fusion])

利用 $g_v = g_L$, 有

$$u_v + p\alpha_v - Ts_v = u_L + p\alpha_L - Ts_L \Rightarrow s_v - s_L = \frac{h_v - h_L}{T} = \frac{L_v}{T}$$

相对于水汽的比体积，水的比体积可以忽略(显然在相同的空间中，对于相同质量的水汽和水，水汽的体积要远比水大)即 $\alpha_v \gg \alpha_L$ ，从而

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_L}{\alpha_v - \alpha_L} = \frac{L_v}{T\alpha_v}$$

将水汽的理想状态方程 $e_s\alpha_v = R_vT$ 代入上式，积分路径取 $(e_{s0}, T_0) \rightarrow (e_s, T)$ ，其中 $(T_0 = 273.15K, e_{s0} = 6.107hPa)$ ，得到

$$\begin{aligned} \frac{de_s}{dT} = \frac{L_v}{R_vT^2} e_s &\Rightarrow \int_{e_{s0}}^{e_s} d \ln e_s = -\frac{L_v}{R_v} \int_{T_0}^T d\left(\frac{1}{T}\right) \\ &\Downarrow \\ e_s(T) &= e_s(T_0) \exp \left[\frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \end{aligned}$$

上述是由 Clapeyron 首先得到，并由 Clausius 用热力学理论导出的，所以叫克拉珀龙-克劳修斯(Clapeyron-Clausius)方程(以后简称 C-C 方程)，但是需要注意的是，在推导 C-C 方程时，我们考虑的是纯水汽、平面的情况。另外，我们把汽化潜热 L_v 看成了常数进行积分，但实际上水的汽化潜热也是温度的函数，这就是基尔霍夫(Kirchhoff)方程。

$$\frac{\partial L_v}{\partial T} = \frac{\partial h_v}{\partial T} - \frac{\partial h_w}{\partial T} = c_{p,v} - c_{p,w}$$

由实验数据导出的简单表达式为： $\frac{dL_v}{dT} = -2323$ ，在 0°C 时，

$L_v(0^\circ\text{C}) = 2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}$ ，积分后有

$$L_v = 2.5 \times 10^6 - 2323t$$

t 的单位为 $^\circ\text{C}$ ，上式表明随着温度的升高，汽化潜热减小。随着温度的升高，液相与气相之间的能量差异越小，从而发生汽化的时候释放的热量也减小。

下面我们再讨论一下水汽相变的问题。对于水汽，其单位质量的吉布斯自由能可以表示为

$$dg = \alpha de - sdT$$

对于等温下的相变过程(水汽与液态水的温度相同)，上式可写为

$$dg = \alpha de$$

将水汽状态方程代入, 有 $dg = R_v T d \ln e$, 从而得到气液两相的吉布斯自由能之差:

$$g_v - g_L = g_v - g_{sat} = R_v T \ln \frac{e}{e_s}$$

上式可以看出, 当 $e > e_s$ 时, $g_v > g_L$, 由气相向液相转变, 即发生凝结; 当 $e < e_s$ 时, $g_v < g_L$, 由液相向气相转变, 即发生蒸发(注意系统发生的过程向吉布斯自由能减小的方向发展)。同理, 我们可以得水汽与冰相的吉布斯自由能之差

$$g_v - g_i = R_v T \ln \frac{e}{e_i}$$

进而可以得到液态水与冰相的吉布斯自由能之差的表达式为

$$(g_v - g_i) - (g_v - g_L) = g_L - g_i = R_v T \left(\ln \frac{e}{e_{si}} - \ln \frac{e}{e_s} \right) = R_v T \ln \frac{e_s}{e_i}$$

对于平冰面和平液面, 由 C-C 方程可得

$$e_s(T) = e_s(T_0) \exp \left[\frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right], e_{si}(T) = e_{si}(T_0) \exp \left[\frac{L_s}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]$$

从而

$$\ln \frac{e_s(T)}{e_{si}(T)} = \ln e^{\left[\left(\frac{L_v - L_s}{R_v} \right) \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]} = \frac{L_f}{R_v} \frac{T_0 - T}{T_0 T} \quad (L_s = L_f + L_v)$$

L_f 为水的冻结潜热(Latent Heat of Freezing), 故液态水与冰相的吉布斯自由能之差为:

$$g_L - g_i = R_v T \ln \frac{e_s(T)}{e_{si}(T)} = \frac{L_f}{T_0} (T_0 - T)$$

当 $T > T_0$ 时, $g_L < g_i$, 由冰相向液相转变, 即发生融化; 当 $T < T_0$ 时, $g_L > g_i$, 由液相向冰相转变, 即发生冻结。当研究冰晶的生成过程时, 因为温度 T 低于 273.15K, $T_0 - T$ 一般被称为 supercooling (过冷却度), 即温度比 273.15K 还要低多少。

5. 干绝热过程(Dry Adiabatic Process)及公式的推导

▲ **绝热过程**：严格的说，空气能通过湍流交换、辐射和分子热传导作用与环境发生热量交换，故不是绝热的，但是对于空气的垂直运动，由于气压随高度变化很大，使得气块的温度在短时间内就能发生很大的变化，在此过程中的热量交换对空气产生的影响很小可以忽略，认为气块的垂直运动是绝热的。

(1) 干绝热过程：**未饱和湿空气(无相变)**参与的绝热过程。

▲ 干绝热过程是可逆的，绝热过程的温度改变完全由环境气压改变决定。

(2) 公式推导

• 热力学第一定律，且绝热过程 $\delta q = 0$ ： $\delta q = c_p dT - \alpha dp = 0$

• 根据状态方程替换空气比容(比体积)： $\frac{dT}{T} = \frac{R}{c_p} \frac{dp}{p}$

• 做积分运算，有： $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^\kappa \left(\kappa = \frac{R}{c_p}\right)$ ——Poisson Equation

▲ 关于 κ 的计算：

在求 κ 之前，先来讨论一下湿空气的定压比热容的求法。湿空气的定压比热容可按组分 x_i 进行计算(王兴华，2013)：

$$c_{p,w} = x_d c_{p,d} + x_v c_{p,v} = x_d c_{p,d} \left(1 + \frac{x_v}{x_d} \cdot \frac{c_{p,v}}{c_{p,d}}\right)$$

上式中各种符号的含义为： $c_{p,w}$ 表示湿空气的定压比热容， $c_{p,d}, c_{p,v}$ 分别表示干空气和水汽的定压比热容， x_d, x_v 分别表示干空气和水汽的质量分数(且满足 $x_d + x_v = 1$)，这样，上面的式子可以继续化简为：

$$\begin{aligned} x_d c_{p,d} \left(1 + \frac{x_v}{x_d} \cdot \frac{c_{p,v}}{c_{p,d}}\right) &= c_{p,d} \cdot \frac{x_d}{x_d + x_v} \left(1 + \frac{x_v}{x_d} \cdot \frac{c_{p,v}}{c_{p,d}}\right) = c_{p,d} \frac{1}{1+r} \left(1 + r \cdot \frac{c_{p,v}}{c_{p,d}}\right) \\ &= c_{p,d} \left(\frac{1+r-r}{1+r} + q \cdot \frac{c_{p,v}}{c_{p,d}}\right) = c_{p,d} \left[1 + q \left(\frac{c_{p,v}}{c_{p,d}} - 1\right)\right] \end{aligned}$$

查表可知： $c_{p,d} = 1004.07 J / (kg \cdot K), c_{p,v} = 1850 J / (kg \cdot K)$

于是可以得到干、湿空气定压比热容之间的关系式:

$$c_{p,w} = c_{p,d} (1 + 0.84q)$$

$$\text{于是, 湿空气的 } \kappa = \frac{R_v}{c_{p,v}} = \frac{R_d (1 + 0.806q)}{c_{p,d} (1 + 0.84q)} \approx \frac{R_d}{c_{p,d}} = \frac{287.05}{1004.07} \approx 0.286$$

(3) 干绝热温度递减率

前面在讨论焓的时候有提到干静能($c_p dT + \Phi$)且满足 $d(c_p dT + \Phi) = \delta q$, 在干绝热过程中, 有 $\delta q = 0$, 于是有 $d(c_p dT + \Phi) = 0$, **即在干绝热过程中, 干静力能是守恒的**。两边分别对 Z 求导数(即两边同时除以 dZ)可得: $c_p \frac{dT}{dZ} + \frac{d\Phi}{dZ} = 0$,

$$\text{又因为 } \frac{d\Phi}{dZ} = g_0, \text{ 所以有 } \frac{dT}{dZ} = -\frac{g_0}{c_p}$$

令 $\gamma_d = -\frac{dT}{dZ}$, 称 γ_d 为干绝热温度递减率, 其值为:

$$\gamma_d = \frac{g_0}{c_{p,w}} = \frac{g_0}{c_{p,d} (1 + 0.84q)} \approx \frac{g_0}{c_{p,d}} = \frac{9.80665}{1004.07} K / km \approx 9.76 K / km \approx 9.8 K / km$$

▲ 为什么环境温度递减率($-\frac{\partial z}{\partial T} = 6.5 K / km$)要比干绝热温度递减率小?

干绝热过程的前提条件是水汽未饱和, 在实际的大气垂直运动过程中, 随着气块的上升, 饱和水汽压会下降, 上升到一定程度时, 就会有水汽的相变, 从而释放出潜热, 并对周围环境空气产生影响, 使得空气整体的温度下降程度有所减缓。

6. 干绝热过程中的露点温度变化与抬升凝结高度

(1) 干绝热过程露点温度的变化

- 气块经历干绝热过程时露点温度与水汽压之间存在函数关系(由克劳修斯-克劳修斯方程也可以知道), 即: $\frac{dT_d}{dz} = \frac{dT_d}{de} \frac{de}{dz}$
- C-C 方程的表达式为: $\frac{de}{dT} = \frac{L_v}{R_v} \frac{e}{T_d^2}$
- 气块中实际水汽压的表达式为: $e = \chi_v p$ (χ_v 为水汽的摩尔分数, 在干绝热过

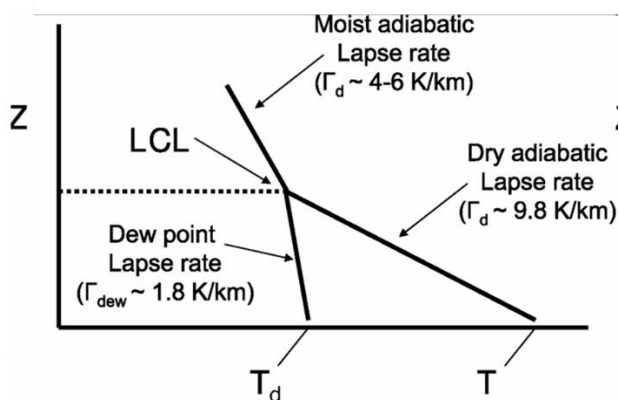
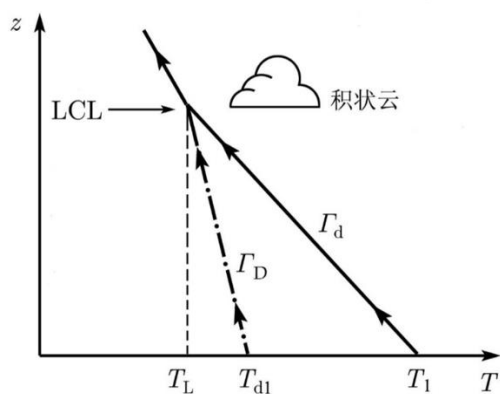
程中保持不变), 对该式两边取对数再对 z 求导, 有: $\frac{1}{e} \frac{de}{dz} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dz}$

• 于是可以得到: $\frac{dT_d}{dz} = -\frac{gR_v T_d^2}{L_v p} \frac{\rho}{p}$, 又 $\frac{\rho}{p} = \frac{1}{R_d T_v}$, 所以 $\frac{dT_d}{dz} = -\frac{gR_v}{L_v R_d} \frac{T_d^2}{T_v}$

若取 $T_d = 280K, T_v = 288K$, 则有 $\frac{dT_d}{dz} \approx -1.8K/km$

(2) 抬升凝结高度(Lifting Condensation Level, LCL)

从上面的结果可知, 露点温度的垂直减温率小于干绝热过程的垂直减温率, 并且由于 $T > T_d$, 所以在某一高度, 必会有 $T = T_d$, 此时将会发生凝结, $T = T_d$ 时的高度称为 LCL



▲ 抬升凝结高度的估算方法

设 T_0 和 T_{d0} 分别为地面的气温和露点温度, 根据公式:

$$T(z) = T_0 - 0.98 \times 10^{-2} (z - z_0)$$

$$T_d(z) = T_{d0} - 0.18 \times 10^{-2} (z - z_0)$$

解得 $z_{LCL} = \frac{1}{(0.98 - 0.18) \times 10^{-2}} (T_0 - T_{d0}) + z_0 \approx 125(T_0 - T_{d0})$

实际的云底经常比估计的抬升凝结高度要**高**, 主要是因为: (1) 气团在上升过程中不是完全绝热的, 与周围的较干空气有混合; (2) 有些气团不是从地面开始上升, 而是从更高的高度(水汽含量相对较小)开始上升。

7. 位温(Potential Temperature)及其应用

(1) 位温的表达式

将泊松方程进行改写(积分状态由 (p, T) 到 (p_{00}, θ)): $\theta = T \left(\frac{p_{00}}{p} \right)^\kappa$

▲ 上式中的 p_{00} 为标准气压, 通常取 $1000hPa$, T, p 为气块所具有的温度以及其所在位置的气压, $\kappa \approx \kappa_d = 0.286$

(2) 位温的物理意义

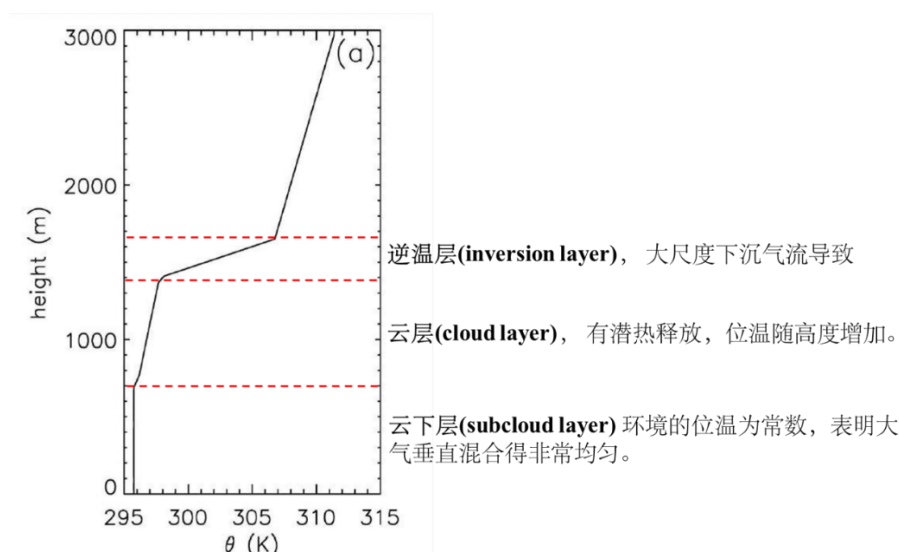
空气块干绝热膨胀或压缩到标准气压时所具有的温度

(3) 位温的应用及其特点

位温是具有保守性的物理量, 即一个气块的位温不随气块所处的高度或压强的改变而改变, 而温度是非保守性的物理量, 会随着气块的位置或压强的改变而变化。与温度相比位温是一种稳定的示踪物, 方便我们追溯气块或气流的源地及研究他们以后的演变。如果气团的位温不守恒, 则可能是: 气团与环境有能量/质量交换, 或者气团内有相变。

位温与热量的关系: 空气块受热位温上升, 空气块放热时位温降低, 干绝热过程位温保持不变即具有保守性, 因此称位温是具有保守性的物理量, 位温的保守性便于研究气块或气流的来源及演变。

位温的垂直分布: 在对流层内, 一般大气的垂直减温率小于干绝热减温率, 所以位温随高度增加而增加。



形成浅积云的环境大气的典型位温廓线

▲ 证明在干绝热过程中位势温度守恒

对位温的表达式两边取对数：

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{c_p} (\ln p_{00} - \ln p)$$

两边取微分

$$d \ln \theta = d \ln T - \frac{R}{c_p} d \ln p \Leftrightarrow \frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - \frac{R}{c_p} \frac{dp}{p}$$

而干绝热过程有 $\frac{dT}{T} - \frac{R}{c_p} \frac{dp}{p} = 0$ ，从而 $\frac{d\theta}{\theta} = 0 \Rightarrow \frac{d\theta}{dz} = 0$ ，即干绝热上升或下降时

气团的位温守恒，位温不随高度变化。

▲ 位温的垂直分布

对位温的表达式两边取对数，然后对 z 求导，有

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\kappa}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{T} \Gamma + \frac{1}{T} \gamma_v$$

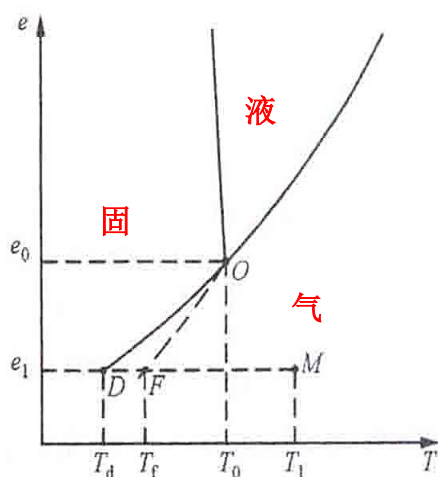
于是 $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T} (\gamma_v - \Gamma) \approx \frac{\theta}{T} (\gamma_d - \Gamma)$ ，在对流层内，一般情况下环境的垂直减温率

$\Gamma < \gamma_d$ ，所以 $\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$ ，即位温是随高度增加而增加的。

8. 等压非绝热过程——露、雾的形成

在前面介绍大气湿度的表示方法时，我们提到了露点和霜点，在这里我们进一步对这两个概念进行理解，并延伸出其他的知识点。

在等压冷却过程(此处的等压过程应理解为指气压变化往往比温度的变化缓慢，幅度也较小)中，气团没有相变的发生，所以 q 、 e 、 r 都保持不变，但是饱和水汽压 $e_s(T)$ 却因为温度的降低而减小，当 $e_s(T) = e$ 时，空气达到饱和，继续降温就会有相变发生，此时对应的温度称为露点 T_d ，如果是对于冰面饱和，则称为霜点 T_f 。需要强调的是，如右图所示，O 是三相点，



$M(T_1, e_1)$ 代表了空气的状态，如果等压降温过程中，相变的发生在 0°C 以下，将先达到霜点（凝华），再达到露点（凝结），这是因为在 0°C 以下水面的饱和水汽压比冰面饱和水汽压大所导致。

应该指出，在极为纯净的大气中，凝结和凝华过程都不易发生，有可能达到过饱和过程，但是因为实际大气中凝结核的存在，使得凝结和凝华过程得以发生。

其中，凝华及冻结过程稍有不同，若有冰面存在，则气温降到霜点的时候水汽或者水就会在冰面上凝华和凝结；若不存在冰面，即使大气中存在少量的冰核也不容易发生凝华和凝结，必须降低到更低的温度才有可能，因此在等压降温过程中，一般不是先在霜点发生凝华，而是在 T_f 与 T_d 之间保持对冰面的过饱和，等降到露点时再凝结成水。

(1) 温度露点差与相对湿度的关系

经常可以由温度露点差估计大气的相对湿度，或者利用相对湿度去估计温度露点差，主要原理还是 C-C 方程。

$$\begin{aligned} e_s(T_d) &= e_s(T_0) \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_d} \right) \right\} \\ e_s(T) &= e_s(T_0) \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right\} \end{aligned} \Rightarrow RH = \frac{e_s(T_d)}{e_s(T)} = \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_d} \right) \right\}$$

对上述方程两边对数，有

$$\ln RH = \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_d} \right) \approx \frac{L_v}{R_v T^2} (T_d - T)$$

(2) 露点和霜点的关系

结合上一页的水汽三相图， e_0 表示三相点 O 对应的水汽压，用 e_1 表示露点 D 和霜点 F 的水汽压，将 C-C 方程分别用于从 D 到 O 的汽化过程以及 F 到 O 的升华过程，有：

$$\ln \frac{e_1}{e_0} = \frac{L_v}{R_v} \frac{T_d - T_0}{T_d T_0} = \frac{L_s}{R_v} \frac{T_f - T_0}{T_f T_0}$$

令 $t_d = T_d - T_0, t_f = T_f - T_0$ ，则可以得到露点与霜点的关系为 $\frac{t_d}{t_f} = \frac{T_d}{T_f} \frac{L_s}{L_v} \approx \frac{L_s}{L_v}$ 。

考虑到潜热随温度的变化，常用平均潜热代替，取 -10°C 的潜热作为典型值，有

$$\frac{t_d}{t_f} \approx \frac{L_s}{L_v} \approx \frac{9}{8}$$

(3) 温度露点差与人体舒适度

在相对高的气温条件下，因为大气中水汽含量的不同，人体会感到不同的舒适度。假设人体皮肤温度等于气温 T_a ，皮肤的蒸发通量正比于饱和水汽压与实际水汽压之差，即 $\Phi \propto e_s(T_a) - e$ ，而

$$e_s(T_a) - e = e_s(T_a) - e_s(T_d) = e_s(T_a)(1 - RH)$$

根据 C-C 方程，我们有 $RH = \exp\left\{-\frac{L_v}{R_v T_a T_d}(T_a - T_d)\right\} = \exp[-C(T_a - T_d)]$ ，在 300K

左右的温度下， $C \sim 0.05$ ，因此可以对上式进行一阶 Taylor 展开，得到

$$RH \approx 1 - C(T_a - T_d) \Rightarrow e_s(T_a) - e = C e_s(T_a)(T_a - T_d) \propto (T_a - T_d)$$

上述结果表明，皮肤的蒸发量正比于温度露点差，因此在高温情况下，当温度露点差较大时，皮肤蒸发量大，感觉相对舒适；而当温度露点差较小时，皮肤上的汗水不能很快蒸发掉，因而感到不适。

(4) 雾中液态水含量的估计

夜间辐射冷却，形成**辐射雾**；或暖湿气流流过冷的下垫面，会逐渐冷却形成**平流雾**。雾的形成也是空气等压冷却凝结的产物。在这个过程中，一方面空气因为失去热量而降温，另一方面，凝结释放的潜热又加热了空气，使冷却过程减缓，根据热力学第一定律，有

$$\delta q = c_p dT - \alpha dp \xrightarrow{dp=0} \delta q = c_p dT$$

此时的热量变化来自两个部分：辐射/平流冷却；凝结潜热的释放，因此又有

$$\delta q = \delta q_{rad} - L_v dq_s$$

上式中， dq_s 为凝结后的饱和比湿与开始凝结时的饱和比湿（即原来的比湿）之差（饱和比湿随温度减小）

$$dq_s = q_s(T_0 + dT) - q_s(T_0) < 0 (dT < 0)$$

T_0 为开始凝结的温度即露点，而 $-dq_s$ 则表示了单位质量空气的凝结水量。利用

$q_s \approx \frac{\varepsilon e_s}{p}$ 以及 C-C 方程, 得到

$$dq_s \approx d\left(\frac{\varepsilon e_s}{p}\right) = \frac{\varepsilon}{p} de_s = \frac{\varepsilon}{p} \frac{L_v e_s}{R_v T^2} dT$$

考虑随时间的变化, 可得到如下的表达式

$$\frac{\delta q_{rad}}{dt} = \left(c_p + \frac{\varepsilon}{p} \frac{L_v^2 e_s}{R_v T^2} \right) \frac{dT}{dt} \bigg/ \frac{\delta q_{rad}}{dt} = \left(\frac{c_p R_v T^2}{L_v e_s} + \frac{L_v \varepsilon}{p} \right) \frac{de_s}{dt}$$

因此, 如果测得等压冷却过程中的气压和温度的变化 (如昼夜温差), 就可以估算单位质量空气在冷却过程中释放的热量; 反之如果能够估计等压冷却过程中的热量损失 (如辐射冷却), 利用上式也可以计算温度和饱和水汽压的变化 (需要用有限差分代替微分)。

雾中液态水含量 $d\rho_w$ 的估计, 可根据凝结过程中终、初两态的饱和水汽密度差得到

$$d\rho_w = -d\rho_v = -\frac{1}{R_v} d\left(\frac{e_s}{T}\right) = -\frac{1}{R_v} \left(\frac{de_s}{T} - \frac{e_s dT}{T^2} \right) = -\frac{e_s}{R_v T^2} \left(\frac{L_v}{R_v T} - 1 \right) dT$$

假设 $T=300K$, 则 $\frac{L_v}{R_v T} = 20$, 于是上式可以忽略第二项, 得到 $d\rho_w = -\frac{de_s}{R_v T}$, 代入

前面的表达式中, 有

$$\frac{\delta q_{rad}}{dt} = -\left(\frac{c_p R_v^2 T^3}{L_v e_s} + \frac{L_v R_v T \varepsilon}{p} \right) \frac{d\rho_w}{dt}$$

9. 温湿参量之一——(等压绝热过程)相当温度和湿球温度

两个不同状态

$$(p, T): h = (m_d c_{p,d} + m_t c_w) T + m_v L_V(T) + \text{const}$$

$$(p, T'): h' = (m_d c_{p,d} + m'_t c_w) T' + m'_v L_V(T') + \text{const}$$

$$h = h'$$

$$T + \frac{m_v L_V(T)}{m_d c_{p,d} + m_t c_w} = T' + \frac{m'_v L_V(T')}{m_d c_{p,d} + m'_t c_w} \Leftrightarrow T + \frac{r L_V(T)}{c_{p,d} + \frac{m_t}{m_d} c_w} = T' + \frac{r' L_V(T')}{c_{p,d} + \frac{m'_t}{m_d} c_w}$$

$c_{p,d} \gg \frac{m_t}{m_d} c_w$ 实际大气中液态水的含量很少

$$T + \frac{r L_V(T)}{c_{p,d}} \approx T' + \frac{r' L_V(T')}{c_{p,d}} \Leftrightarrow \boxed{c_{p,d} T} + \boxed{r L_V(T)} = c_{p,d} T' + r' L_V(T')$$

显热能 潜热能

图片制作: Mr.Bean

假定系统最初由 m_d 克干空气 m_t 克水(或悬浮水滴)组成, 因水滴在其中蒸发, 使系统内有干空气 m_d 克、水汽 m_v 克和液态水 $(m_t - m_v)$ 克。在等压绝热过程中, 焓也是相等的。两种极端情况:

- ① 假设系统经过等压绝热凝结过程成为干燥空气, 水汽全部凝结并放出潜热使空气升温, 空气的最终温度应为:

$$T_e = T + \frac{L_V r}{c_{p,d}} = T' + \frac{L_V r'}{c_{p,d}}$$

T_e 称为**(等压)相当温度(Equivalent Temperature)**。但是, 由于在绝热的孤立系中, 水汽未饱和时不可能自动凝结, 只会自动蒸发, 故自然界中并不存在等压绝热凝结过程。类似于位温的定义, 可以根据等压相当温度定义等压相

当位温: $\theta_e = T_e \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa$ 。容易证明: 在干绝热过程中, 等压相当位温是守恒

$$\text{的。 } \theta_e = T_e \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa = T \left(1 + \frac{L_v r}{c_p T} \right) \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa = \theta \left(1 + \frac{L_v r}{c_p T} \right) \approx \theta + \frac{\theta}{T} \frac{L_v r}{c_p}$$

② 假设系统由等压绝热蒸发过程达到饱和, 此时液态水尚未蒸发完, 温度已不再下降, 此时有:

$$T + \frac{L_v r}{c_{p,d}} = T_w + \frac{L_v r_s(T_w)}{c_{p,d}}$$

T_w 称为**(等压)湿球温度(Wet-bulb Temperature)**, 它表示在等压绝热蒸发过程中, 系统内的液态水蒸发使空气降温而达到的饱和时空气所具有的温度, 它是这个过程中的**最低温度**。根据上式可以导出水汽压的另一种求法: (利用 $r \approx \frac{\varepsilon e}{p}$)

$$e = e_s(T_w) - \frac{c_{p,d} p}{\varepsilon L_v} (T - T_w) = e_s(T_w) - A p (T - T_w)$$

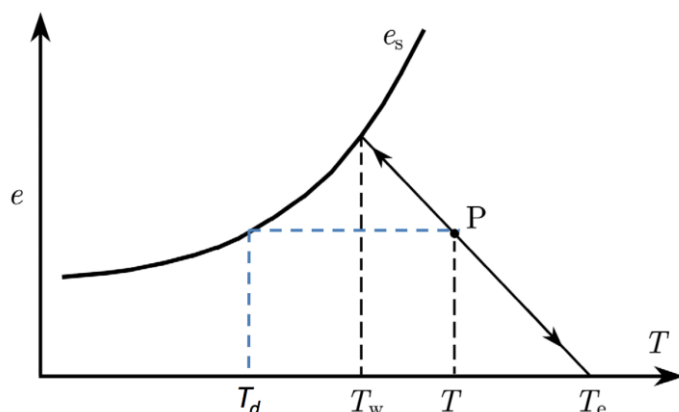
我们从热力学第一定律的角度来理解这两个温湿参量。根据 $\delta q = c_p dT - \alpha dp$, 在等压绝热过程中, 气团与环境无热量交换, 但是气团内部存在凝结潜热, 所以 $\delta q \neq 0$, 即 $\delta q = -L_v dr$ (混合比的变化), 结合 $r \approx \frac{\varepsilon e}{p}$, 得到表达式

$$c_p (T - T_0) = -L_v (r - r_0) = -\frac{\varepsilon L_v}{p} (e - e_0)$$

对于湿球温度, 上式又可写为

$$c_p (T_0 - T_w) = L_v [r_s(T_w) - r_0] = \frac{\varepsilon L_v}{p} [e_s(T_w) - e_0]$$

根据上式, 结合下图用来理解露点、湿球温度和相当温度。



▲ P 点表示气团的初始特性

- **露点：**等压降温过程中水汽含量不变，水汽压也不变。
- **湿球温度：**等压降温过程中水汽增加，直到大气中水汽达到饱和；水汽压随温度降低而线性增加。
- **相当温度：**等压凝结的过程中水汽减少，直到为水汽全部凝结；水汽压随温度升高而线性减小。

▲ 关于湿球温度的几个补充

- (1) 在等压绝热过程中，系统的水汽含量是变化的，这说明等压湿球温度是与露点有区别的(湿球温度比露点温度高)。
- (2) 当实际大气未饱和时，湿球温度实际上是蒸发液态水，使得未饱和空气达到饱和时的温度（类似于露点），所以 $T - T_w$ 的大小反映了蒸发水汽的多少。
- (3) 在气团上升的过程中，根据 $c_p(T_0 - T_w) = L_v[r_s(T_w) - r_0]$ ，气团初始的温度和混合比都下降，由此可以推断湿球温度也下降。
- (4) 云中的降水粒子下落到云底以下时，出现蒸发而使周围空气冷却，若周围空气达到饱和，其温度等于湿球温度。湿球温度低于环境大气的温度。因此在零度层，粒子还未融化；需要继续下落到湿球温度为 0 度的那一层，才开始融化。所以一般预报员还要关注湿球温度为零度的那一层。环境水汽越多，湿球温度的零度层越接近温度的零度层。

▲ 湿球温度温度计的工作原理与湿球温度的计算

首先来了解一下湿球温度计的工作原理：采用两个完全相同的温度表并以垂

直或水平方式安置在相同的环境中,在其中一个玻璃温度表球部用吸饱水的纱布包裹着就成为湿球。当湿球周围空气未饱和时,纱布上的水分必然会蒸发并使周围空气降温;当空气达到饱和,当流经湿球的空气提供的热量与水分继续蒸发维持饱和状态所需损耗的热量相等时,就达到定常,此时湿球温度表上显示的温度就是湿球温度。

这个热力学系统是由流经湿球的一定(任意的)质量的空气和从纱布蒸发出来的水分所组成的。用实测湿球温度代替理论湿球温度,在通风良好的条件下,其误差很小。湿球温度是暴露在空气流中的湿球达到蒸发平衡时的温度;而露点温度是指水汽从空中开始凝结时所对应的温度。

理论上在压强、温度确定的情况下,用露点和湿球温度计算相对湿度是一样准确的。Python 有一个 `atmos` 工具包,提供了求解湿球温度的计算(感兴趣的同学可以继续深入学习一下代码的原理):

```
from atoms.calc import wet_bulb
```

```
Tw = wet_bulb(T, RH, P)
```

可见,湿球温度的计算依赖于干球温度、气压和相对湿度。那么一般只用于湿球温度计的时候怎么求相对湿度呢?除了采用前面的湿球理论去求外,笔者去查了一下,另一种思路是:利用湿球温度与露点温度的经验关系($T_d \approx T_w - 0.05(T - T_w)$)求出露点,然后利用 C-C 方程求实际水汽压和饱和水汽压,进而求出相对湿度。

10. 湿绝热过程及公式推导

(1) 湿绝热过程

湿绝热过程

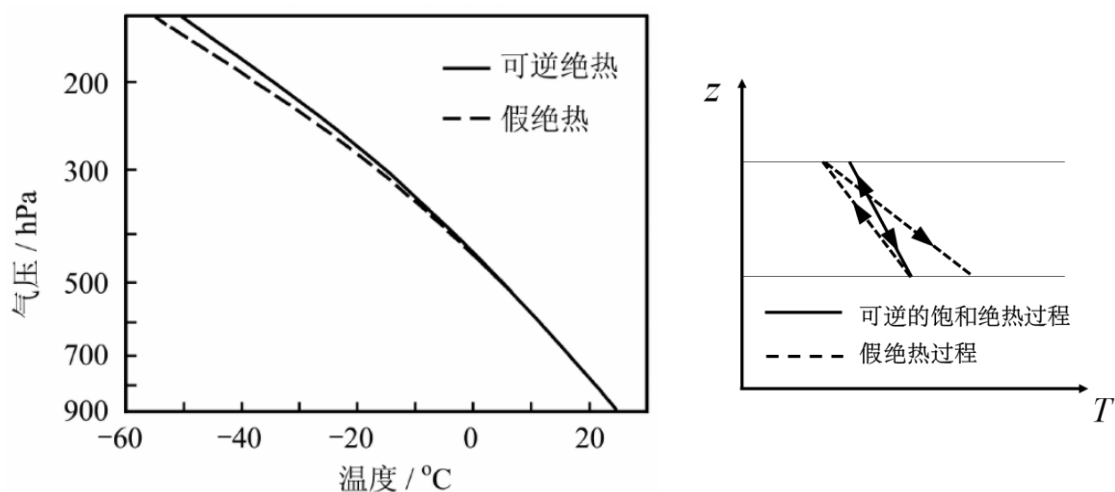
饱和湿空气团上升时，凝结出的液态水留在气团中(封闭系)，下降时可逆地回到原来的状态，称为 **可逆饱和绝热过程**。

假绝热过程

饱和湿空气团上升时，凝结出的液态水立刻离开气块，只有潜热留在气块中(开放系)；它下降时，按干绝热过程下降，不能回到原来的状态。

▲ **可逆的湿绝热过程和假绝热过程**是设想的两个极端情况,实际过程往往是处于两者之间.由于可逆的湿绝热上升过程和假绝热上升过程差别很小,所以常统称为**湿绝热上升过程**。从下图可以看出,在低层,假绝热过程与可逆绝热过程的差异很小,因为没有涉及水汽的相变,而到对流层的中高层,两种过程的差异开始显现,主要是**凝结水保留在气团内或者落出气团造成的减温率差异**。

可以用**假绝热过程**近似地代表**可逆湿绝热过程**,即近似认为不含液态水的气团与含有液态水的气团比热相同,亦即近似认为假绝热过程的减温率和可逆湿绝热过程的减温率相同(统称为**湿绝热减温率**)。



【注】在气块上升过程中，可逆绝热过程和假绝热过程的差异是可以忽略的，但在下降过程是有显著差异的。可逆饱和绝热过程的气块在下降时，仍按可逆饱和绝热过程下降，直到达到抬升凝结高度后再按干绝热下沉；而假绝热过程的气块下沉则只沿干绝热过程下沉。

(2) 含液态水饱和湿空气的熵及微分方程

$$\text{总熵 } S = S_d + S_v + S_w = m_d S_d + m_v S_v + m_w S_w$$

两边同时除以 m_d

$$\text{可逆绝热过程 } c_p = c_{p,d} + r_t c_w$$

$$\text{假绝热过程 } c_p = c_{p,d} + r_s c_w$$

$$\text{湿熵 } \frac{S}{m_d} = s_m = s_d + \frac{m_v}{m_d} s_v + \frac{m_w}{m_d} s_w$$

$$\text{水蒸汽饱和混合比 } r_s = \frac{m_v}{m_d} \quad \text{水物质混合比 } r_t = \frac{m_v + m_w}{m_d}$$

$$s_m = s_d + r_s s_v + (r_t - r_s) s_w \longrightarrow s_m = c_p \ln T - R_d \ln p + \frac{r_s L_v}{T} + \text{const}$$

代入

$$\text{统一的微分形式 } r_s c_w, r_t c_w \ll c_{p,d}$$

$$L_v = T(s_v - s_w)$$

$$s_w = c_w \ln T + \text{const} \quad (c_w \text{ 为水的比热容})$$

$$s_d = c_{p,d} \ln T - R_d \ln p_d + \text{const}$$

$$c_{p,d} d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{r_s L_v}{T} \right) = 0$$

图片制作: Mr.Bean

▲ 对于可逆绝热过程——因为绝热可逆，所以此过程是等熵的，所以有

$$(c_{p,d} + r_t c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{L_v r_s}{T} \right) = 0$$

▲ 对于假绝热过程，虽然在上升过程中液态凝结水立即降落，但释放的潜热仍留在气块中，可近似认为是绝热过程，所以熵近似不变，但是没有液态水(即 $r_w = 0$)，从而表达式为

$$(c_{p,d} + r_s c_w) d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{L_v r_s}{T} \right) \approx 0$$

▲ 一般来讲，大气中水汽与液态水的混合比分别为 10 g/kg , 1 g/kg ，所以有 $r_t c_w, r_s c_w \ll c_{p,d}$ ，于是两种绝热过程均可以用一个方程来表示

$$c_{p,d} d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{L_v r_s}{T} \right) = 0$$

若将上式中的 L_v 看成常数，且忽略高阶小量 $\frac{r_s L_v}{T^2} dT$ 后，上式可进一步化简为

$$c_{p,d} dT - R_d T d \ln p_d + L_v dr_s \approx 0$$

该式即为常用的讨论饱和气块上升时的热量方程，这三项分别代表了显热、膨胀功和潜热。

(3) 湿绝热减温率

$$c_{p,d} d \ln T - R_d d \ln p_d + d \left(\frac{r_s L_v}{T} \right) = 0$$

↓ 温度对高度求导数

$$\gamma_s = \gamma_d + \frac{L_v}{c_{p,d}} \frac{dr_s}{dz}, \frac{dr_s}{dz} < 0 \Rightarrow \gamma_s < \gamma_d$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{c_{p,d}} \left(\frac{R_d T}{p} \frac{dp}{dz} - L_v \frac{dr_s}{dz} \right) \rightarrow \gamma_s = \gamma_d \frac{1 + L_v r_s / (R_d T)}{1 + \varepsilon L_v^2 r_s / (c_{p,d} R_d T^2)}$$

↑ 代入

$$\frac{dr_s}{dz} \approx \frac{d}{dz} \left(\frac{\varepsilon e_s}{p} \right) = \frac{\varepsilon}{p^2} \left(p \frac{de_s}{dz} - e_s \frac{dp}{dz} \right), \frac{dp}{dz} = -\rho g$$

• 在对流层低层, γ_s 平均为 4 K/km;
 • 在对流层中层, γ_s 约为 6~7 K/km;
 • 在对流层上部, γ_s 约为 9.8 K/km ($\sim \gamma_d$).

图片制作: Mr.Bean

▲ 湿绝热减温率与干绝热减温率的关系也可以由热力学第一定律来推出

已知 $\delta q = c_p dT - \alpha dp$, 其中 $\delta q = L_v dr_w = -L_v dr_s$, 于是 $c_p dT = \alpha dp - L_v dr_s$, 两边分别对 z 微分, 有

$$c_p \frac{dT}{dz} = \alpha \frac{dp}{dz} - L_v \frac{dr_s}{dz} \Leftrightarrow -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} + \frac{L_v}{c_p} \frac{dr_s}{dz}$$

从而得到干湿绝热递减率之间的关系为

$$\gamma_s = \gamma_d + \frac{L_v}{c_p} \frac{dr_s}{dz}$$

而随着高度的增加, 饱和比湿减小, 即 $\frac{dr_s}{dz} < 0$, 从而湿绝热过程的减温率要小于干绝热过程的减温率。

(4) 假相当位温(Potential Pseudo-equivalent Temperature)及其应用

① 公式的推导

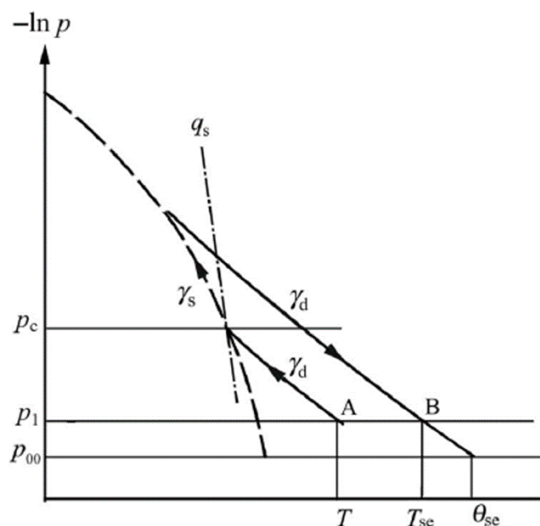
- 湿绝热过程的比熵微分方程为 $c_{p,d} d \ln T - R_d \ln p_d + d \left(\frac{r_s L_v}{T} \right) = 0$
- 干空气位温与熵的关系 $ds = c_{p,d} d \ln T - R_d \ln p_d = c_{p,d} d \ln \theta_d$

$$\bullet \quad c_{p,d} d \ln \theta_d + d \left(\frac{r_s L_V}{T} \right) = 0 \Leftrightarrow d \ln \theta_d + d \left(\frac{r_s L_V}{c_{p,d} T} \right) = 0 \Leftrightarrow \ln \left[\theta_d \exp \left(\frac{r_s L_V}{c_{p,d} T} \right) \right] = \text{const}$$

定义 $\theta_{se} = \theta_d \exp \left(\frac{r_s L_V}{c_{p,d} T} \right)$ 为假相当位温。

② 物理意义

湿空气块干绝热上升达到饱和状态后，假绝热上升，直到水汽全部凝结，再干绝热下降到 **1000hPa** 时应具有的温度。假相当位温实际上是饱和气块上升过程中，水汽凝结所释放的潜热加热空气后达到的位温，即气块绝热上升达到 $r_s \rightarrow 0$ 的位温值。



气团绝热膨胀降温，直到所有的水汽都凝结成液态水，并从气团中落下，再绝热压缩到**初始气压**时，气团所具有的温度 T_{se} 称为**绝热相当温度**，也称**假相当温度**。类似于位温和温度的关系，假相当位温和假相当温度之间的关系为

$$T_{se} = \theta_{se} \left(\frac{p}{1000} \right)^{\frac{R_d}{c_p}} = \theta_d \exp \left(\frac{r_s L_V}{c_{p,d} T} \right) \left(\frac{p}{1000} \right)^{\frac{R_d}{c_p}} = T \exp \left(\frac{r_s L_V}{c_{p,d} T} \right) \approx T \left(1 + \frac{r_s L_V}{c_{p,d} T} \right) = T + \frac{r_s L_V}{c_{p,d}}$$

这与前面的等压相当温度具有相同的表达式，主要区别在于比热容 c_p 取值的不同。等压绝热凝结过程中液态水未脱离系统，所以 $c_p = c_{p,d}(1 + 0.84q)$ 。因此，绝热相当温度(假相当位温)要略大于等压相当温度(等压相当位温)（也可以理解为，绝热膨胀过程中，液态水落下气团使得气团的比热有所减小，所以整个系统的可以升温更多），一般可近似认为相等。

③ 特点及应用

假相当位温在干、湿绝热过程中均是保守的。由于假相当位温的保守性,天气学上常用它作气团和锋面的分析。

▲ 湿绝热过程中的位温变化

根据 $d \ln \theta_d = -\frac{L_v}{c_{p,d}T} dr_s, r_s = \frac{m_v}{m_d}$, 可知湿绝热过程中如果水汽凝结, 则系统的

的位温增加; 如果液态水蒸发, 则系统的位温减小, 即位温不守恒。

▲ 饱和气层中假相当位温的垂直变化

对假相当位温的表达式两边取对数然后对 z 求偏导

$$\frac{\partial \ln \theta_{se}}{\partial z} = \frac{\partial \ln \theta_d}{\partial z} + \frac{L_v}{c_{p,d}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r_s}{T} \right) \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r_s}{T} \right) = \frac{1}{T^2} \left(r_s \frac{\partial T}{\partial z} - T \frac{\partial r_s}{\partial z} \right) \right]$$

令 $\theta_d \approx \theta$, 并略去 $r_s \frac{\partial T}{\partial z}$ 项, 有

$$\frac{\partial \ln \theta_{se}}{\partial z} \approx \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} + \frac{L_v}{c_{p,d}T} \frac{\partial r_s}{\partial z}$$

已知位温的垂直变化表达式为 $\frac{\partial \ln \theta}{\partial z} = \frac{1}{T}(\gamma_d - \Gamma)$, 且 $\gamma_s = \gamma_d + \frac{L_v}{c_p} \frac{dr_s}{dz} \left(\frac{dr_s}{dz} \approx \frac{\partial r_s}{\partial z} \right)$, 于是得到

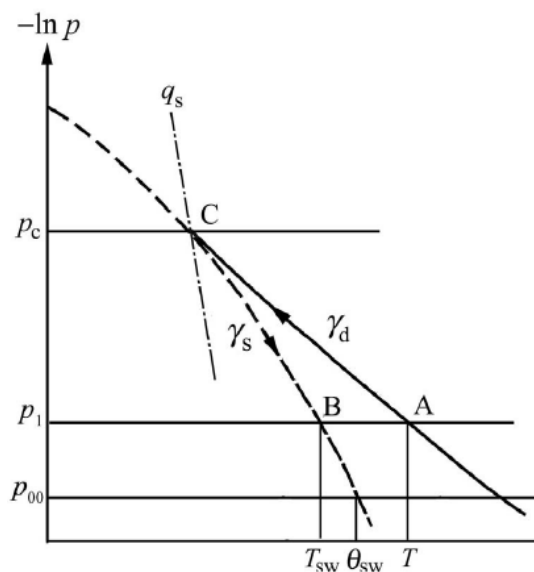
$$\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z} \approx \frac{\theta_{se}}{T}(\gamma_s - \Gamma)$$

在饱和气层中, 如果气层的减温率 $\Gamma = \gamma_s$, 则该层内假相当位温是一个常数。对于未饱和的湿空气块, 仍可以用假相当位温的表达式计算, 不过式中的 T 应该是干绝热达到凝结高度时的温度 T_c 以及饱和混合比 r_s (与初始的混合比相同), 即

$\theta_{se} = \theta_d \exp \left(\frac{r_s L_v}{T_c c_{p,d}} \right)$ 。而在干绝热过程中, 位温和混合比都是保守量, 且抬升凝结

高度处的温度又是确定的, 因此对于未饱和的湿空气, 假相当位温也是不变的。

(5) 假湿球温度(wet-bulb pseudo-temperature)和假湿球位温(wet-bulb pseudo potential temperature)

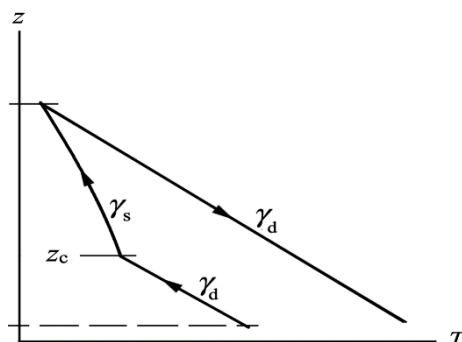


空气由原来的状态 A 沿干绝热线上升，到达抬升凝结高度 C 后再沿假绝热线下降到原来的气压处 B，则 B 处的温度即为假湿球温度或称绝热湿球温度，以 T_{sw} 表示。假湿球位温 θ_{sw} 就是将假湿球温度 T_{sw} 沿着假绝热线降到 1000hPa 处所具有的温度。显然，假湿球位温在干绝热和湿绝热过程中都是保守的。

11. 焚风 (Föhn Wind)

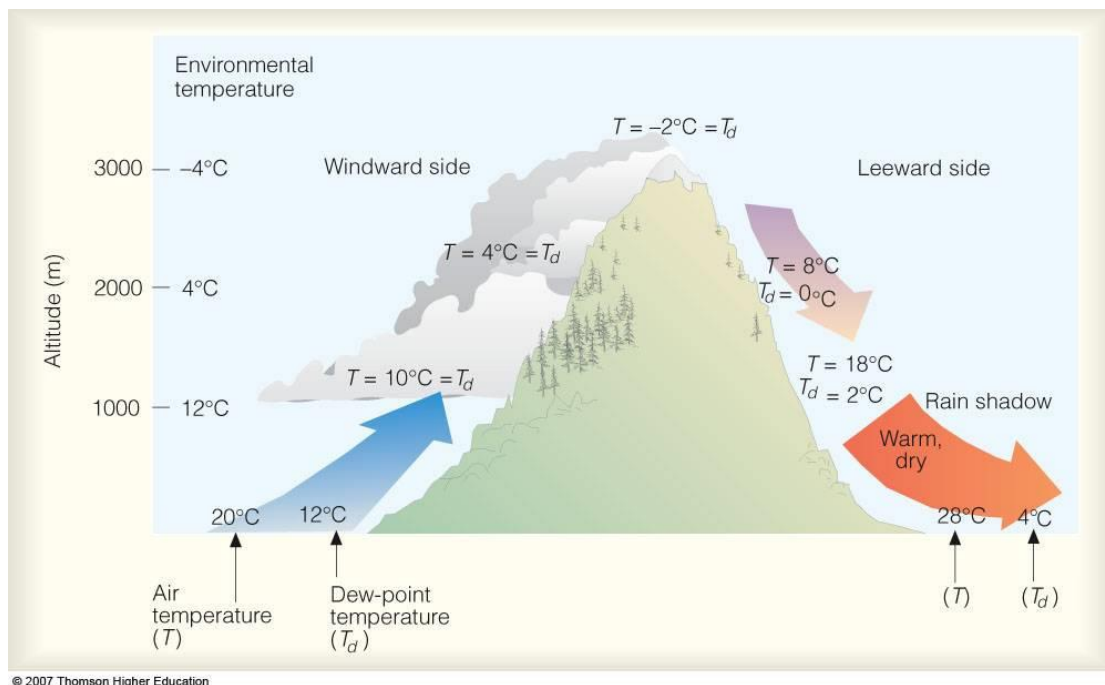
焚风是指**气流过山以后形成的干而暖的地方性风**，最初专指阿尔卑斯山区的焚风。从地中海吹来的湿润气流到达阿尔卑斯山南坡，受到山脉的阻挡而逐渐爬升，水汽凝结且部分降落，气流过山后下沉增温，形成焚风。山脉北麓的气温比南麓同高度处平均约高 10~12℃，相对湿度平均下降 40~50%。现在，凡是过山形成的干热风都已经泛称为焚风（例如北美落基山东坡、我国天山南麓乌鲁木齐等地、大兴安岭和太行山的东麓）。焚风干而暖的气流在寒冷季节能促使冰雪溶化，在温暖季节能促使作物早熟。但是若焚风过强，也可使植物干枯而死，并且容易引发森林火灾。

焚风的形成原理可以用假绝热过程的原理来解释。潮湿的空气流经山脉被迫抬升，达到凝结高度后水汽凝结形成云。气流继续上升，其温度按照假绝热减温率变化，凝结出水分部分甚至全部降落。气流过山后，再按照干



绝热过程下沉或者先通过湿绝热下沉将剩余的水分蒸发完后再干绝热下沉，到达山脚后形成干而热的风。

下面给出一个焚风效应的理论计算案例（下图所示）。



在该案例中，原版的英文教材中给定环境大气的垂直减温率为 $8K/km$ ，所以可以看到图中左边的环境温度 1000m 之间相差 $8^\circ C$ 。

(1) 山脚下：已知 $T = 20^\circ C, T_d = 12^\circ C$ ，根据 C-C 方程，可以求得相对湿度为

$$S(RH) = \frac{e(T=12^\circ C)}{e_s(T=20^\circ C)} = \frac{14.016hPa}{23.371hPa} \times 100\% = 60\%$$

比湿为

$$r \approx \frac{\epsilon e}{p} = \frac{0.622 \times 14.016hPa}{1000hPa} = 8.72 g/kg$$

干绝热过程中的位温为

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \approx 1000hPa \exp\left(-\frac{1000m}{8000m}\right) \approx 882.5hPa,$$

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p}\right)^{0.286} = 293.88K$$

(2) 通过如下公式来计算抬升凝结高度(LCL)及对应的温度(γ_d, γ_D 分别表示干绝热过程的减温率和露点的减温率)

$$\begin{cases} T(z) = T_s - \gamma_d z_{LCL} \\ T_d(z) = T_{ds} - \gamma_D z_{LCL} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_{LCL} = \frac{1}{0.008} (T_s - T_{ds}) = 125 (T_s - T_{ds}) (\text{units: m}) \\ T_{LCL} = \frac{T_{ds} \gamma_d - T_s \gamma_D}{\gamma_d - \gamma_D} (\text{units: } ^\circ\text{C}) \end{cases}$$

$$z_L = (125 \times 8) \text{ m} = 1000 \text{ m}, T_{LCL} = \frac{12 \times 9.8 - 20 \times 1.8}{8} ^\circ\text{C} = 10.2 ^\circ\text{C} (\approx 10 ^\circ\text{C})$$

(3) 从 LCL 处继续上升为假绝热过程, 假相当位温守恒, 根据 LCL 处的条件可以求得

$$\begin{aligned} \theta_{se} &= \theta_d \exp\left(\frac{r_s L_v}{T_c c_{p,d}}\right) \approx \theta \exp\left(\frac{r_s L_v}{T_c c_{p,d}}\right) \\ &= 293.88 \text{ K} \exp\left(\frac{8.72 \times 10^{-3} \text{ kg/kg} \cdot 2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}}{283.37 \text{ K} \times 1004 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}}\right) \approx 317.28 \text{ K} \end{aligned}$$

(4) 推导湿绝热过程中温度随高度的变化

$$\begin{aligned} \ln \frac{p}{p_0} &= -\frac{z}{H}, \theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^\kappa, \theta_{se} = \theta \exp\left(\frac{L_v r_s}{c_{p,d} T}\right) \\ &\Downarrow \\ \ln \theta_{se} &= \ln T + \kappa \ln \frac{p_0}{p} + \frac{L_v r_s}{c_{p,d} T} = \ln T + \frac{\kappa z}{H} + \frac{L_v r_s}{c_{p,d} T} \end{aligned}$$

其中饱和混合比(Saturation Mixing Ratio)又是温度的函数, 需要进一步展开:

$$r_s \approx \frac{\varepsilon e_s}{p} = \frac{\varepsilon e_{s0} (T_0 = 273.15 \text{ K}) \exp\left[\frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]}{p_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)} (e_{s0} = 6.107 \text{ hPa})$$

回代上述方程, 得到

$$\begin{aligned} \ln T + \frac{A}{T} \exp\left[B \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right] + C &= 0 \\ \left(A = \frac{\varepsilon e_{s0} L_v}{c_{p,d} p_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)}, B = \frac{L_v}{R_v}, C = \frac{\kappa z}{H} - \ln \theta_{se} \right) \end{aligned}$$

当 $z=2\text{km}$ 时, 有

$$A = \frac{0.622 \times 6.107 \text{ hPa} \times 2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}}{1004 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \times 1000 \text{ hPa} \times \exp\left(-\frac{1}{4}\right)} \approx 12.145 \text{ K}$$

$$B = \frac{2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}}{461.5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}} \approx 5417.118 \text{ K}, C = \frac{0.286 \times 2}{8} - \ln 317.28 \approx -5.688 \text{ K}$$

当 $z=3\text{km}$ 时, 有

$$A = \frac{0.622 \times 6.107 \text{ hPa} \times 2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}}{1004 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \times 1000 \text{ hPa} \times \exp\left(-\frac{3}{8}\right)} \approx 13.762 \text{ K}$$

$$B = \frac{2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}}{461.5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}} \approx 5417.118 \text{ K}, C = \frac{0.286 \times 3}{8} - \ln 317.28 \approx -5.653 \text{ K}$$

可以利用 Python Scipy 库的 optimize 模块的 fsolve() 函数来求解该非线性方程, 结果如下:

$$z = 2\text{km}, T = 277.79\text{K} (\approx 5^\circ\text{C}); z = 3\text{km}, T = 272.1\text{K} (\approx -1^\circ\text{C})$$

(此处温度的求解结果与图中有差异, 可能是由于一些参数的取值以及数值计算过程计算机的误差所导致, 不过思路还是没有问题的)

(5) 可以看到在山顶处气团的温度还是高于环境温度的, 显然这是一种不稳定的状态。但我们假设气流过山后被强迫下山。在山顶处, 气压和饱和水汽压分别为

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right) = 1000 \text{ hPa} \times \exp\left(-\frac{3}{8}\right) = 687.29 \text{ hPa}; e_s(T = -1^\circ\text{C}) = 5.677 \text{ hPa}$$

$$r_s \approx \frac{\varepsilon e_s}{p} = \frac{0.622 \times 5.677 \text{ hPa}}{687.29 \text{ hPa}} = 5.14 \text{ g/kg}$$

(6) 气流过山后按照干绝热过程进行, 假设云只停留在迎风坡, 没有出现在背风坡 (这样就不用考虑下沉增温引起云蒸发所吸收的热量), 于是温度和露点温度按 10 K/km , 2 K/km 的速率线性增加, 从而得到图中背风坡上不同高度处的温度和露点温度。

12. 热力学图解——埃玛图(Emagram, Energy-per-unit-mass diagram)

(1) 设计热力学图解的基本要求

- 坐标为实测的气象要素,或其简单函数,纵坐标最好和高度成正比(如 $\ln p$);
- 绘制的热力线最好为直线,因为直线有利于绘图和分析;
- 等温线和绝热线的夹角要尽可能大,体现出绝热过程中的温度变化;
- 一些热力线就是气块状态的变化曲线(如干绝热线,湿绝热线);
- 图上面积与能量成正比,便于计算大气运动能量。

例如等干绝热线(等位温线),对于泊松方程,两边取对数,有

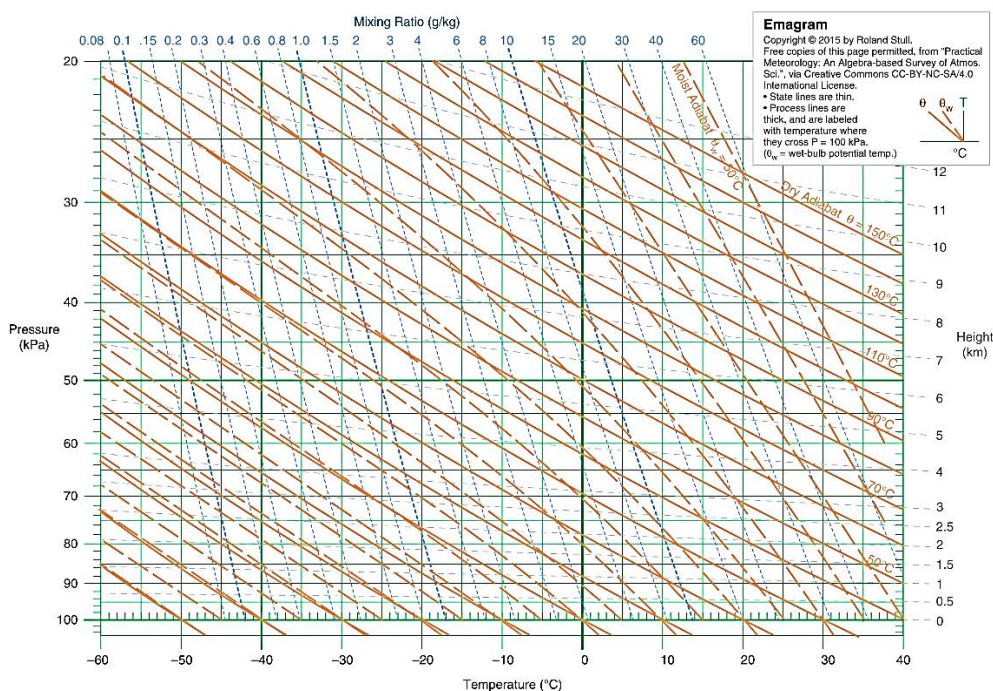
$$\ln \theta = \ln T + \kappa \ln 1000 - \kappa \ln p$$

令 $x = T, y = -\ln p$, 代入上式得到

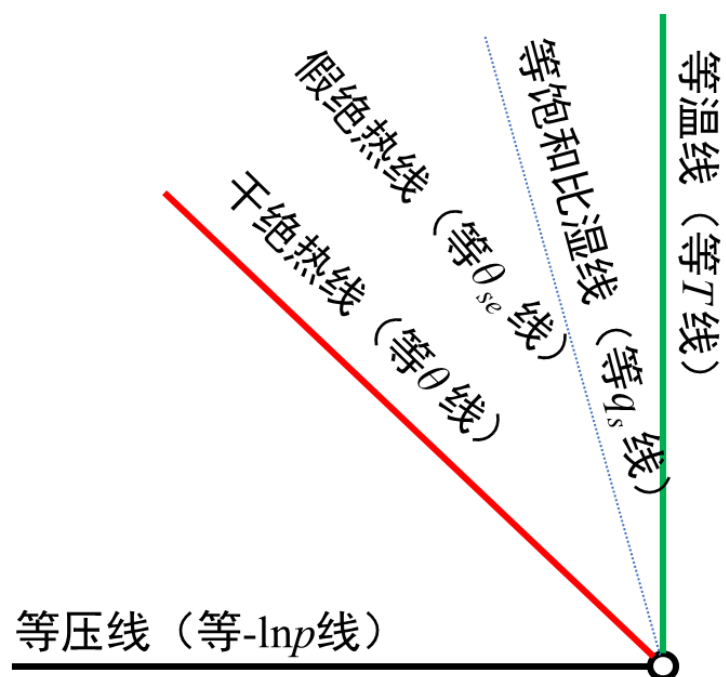
$$y = \frac{1}{\kappa} (\ln \theta - \ln x) - \ln 1000$$

在干绝热过程中, θ 为保守量。取一组不同的 θ 值就能得到一组等温线,显然是一组对数曲线,但是 $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\kappa x} = -\frac{1}{\kappa T}$ 。当温度发生变化时,斜率的变化很小,因此可以将干绝热线近似认为是直线。

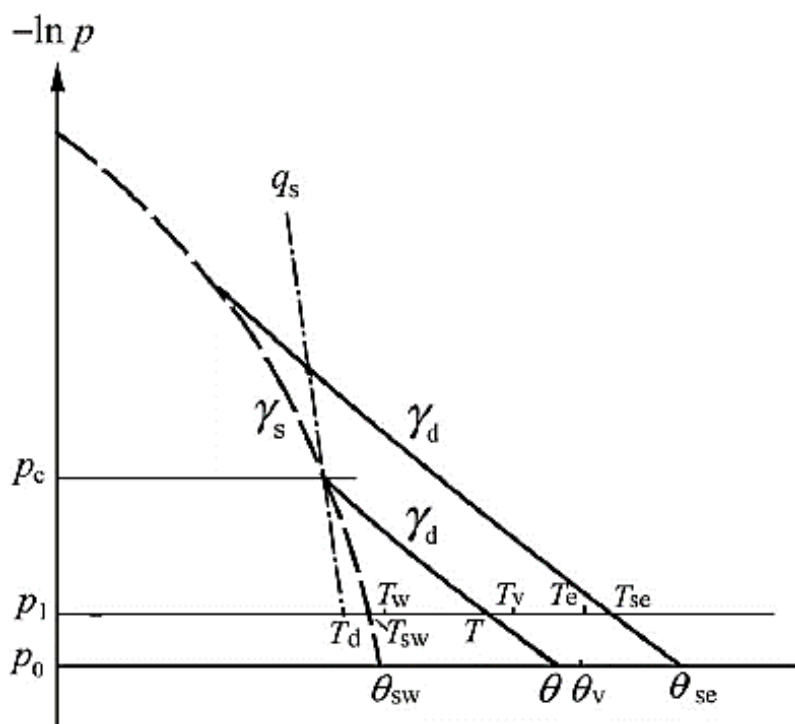
(2) 艾玛图的应用



◆ 五条基本的线



可以结合如下简化的图形理解。



$$T_d < T_{sw} < T_w < T < T_e < T_{se}, \quad \theta_{sw} < \theta < \theta_{se}$$

- 位温：通过温度的干绝热线；
- 比湿：通过露点的饱和比湿线；
- 饱和比湿：通过温度的饱和比湿线；

- 抬升凝结高度：通过露点的饱和比湿线与通过温度的干绝热线交点；
- 利用 $q = \frac{\varepsilon e}{p}$ 估计水汽压：

饱和水汽压 e_s ：过 $(622hPa, T)$ 点的饱和比湿线上的值；

实际水汽压 e ：过 $(622hPa, T_d)$ 点的饱和比湿线上的值。

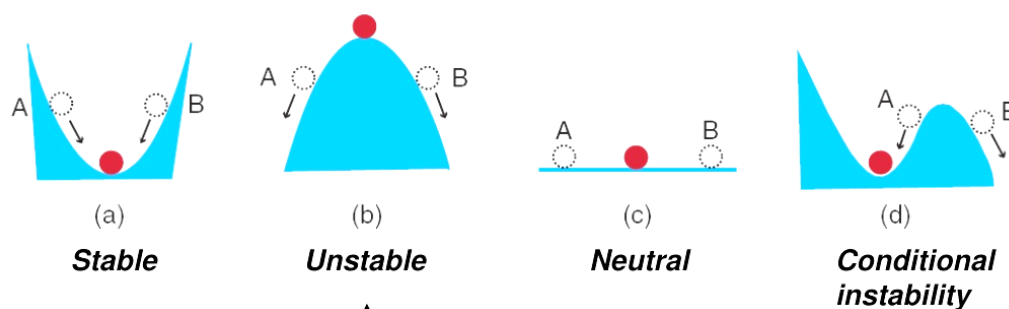
【原理提示】 $q \approx \frac{0.622e(T)}{p} (kg/kg) = \frac{622e(T)}{p} (g/kg)$ ，取 $p = 622hPa$ ，于是得

到 $e(T) = q$ ，这表示在给定温度时，其对应的水汽压为等温度线 T （垂直）与 $622hPa$ 的交点所对应的等饱和比湿线所的值。

13. 大气静力稳定度(Static Stability; Hydrostatic Stability)

(1) 大气静力稳定度的理解

处于静力平衡状态的大气层中，空气块受到动力因子和热力因子的扰动，产生向上或向下的垂直运动。这种偏离其平衡位置的运动能否继续发展成为对流运动，是由大气层结，即温度和湿度的垂直分布所决定的。大气层结具有的这种影响对流运动的特性称为大气静力稳定度或大气层结稳定度。



【注】要将大气的静力稳定度和大气动力学中的动力稳定度(Hydrodynamic Instability)区分开。大气静力稳定度主要关注气块在受扰动后是否能够保持其原有的位置或状态，即气块是否容易发生垂直运动。而动力稳定度则主要关注气块在受到扰动后的运动趋势和程度，即气块是上升还是下降。

(2) 阿基米德浮力

- 由牛顿第二定律，单位质量的气块在垂直方向上的受力为： $\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$

- 上述中 ρ 为气块的密度， w 为气块垂直方向的速度，再假设环境空气密度为

$$\rho_e, \text{ 压强为 } p_e, \text{ 根据气块模型的静力平衡假设, 有 } p \approx p_e, \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p_e}{\partial z} = -g$$

- 联立上述两个方程有： $\frac{dw}{dt} = g \frac{\rho_e - \rho}{\rho} = B$, B 称为净阿基米德浮力(也可以理解为气块的加速度)

- 设环境的温度与气块的温度分别为 T_e, T , 虚温分别为 T_{ve}, T_v , 根据状态方程,

$$\text{有: } \frac{\rho_e}{\rho} = \frac{T_v}{T_{ve}}, \text{ 而 } T_{ve} \approx T_e, T_v \approx T, \text{ 即 } T_v - T_{ve} \approx T - T_e, \text{ 上式可化为:}$$

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{T - T_e}{T_e}$$

(3) 大气静力稳定度判据

- 令 Γ, γ 分别表示环境与气块的垂直减温率，假设气块初始位置处于平衡，且

气块的温度为 T_0 ，在经过一段微小的虚位移 dz 后，有：

$$\begin{cases} T = T_0 - \gamma dz \\ T_e = T_0 - \Gamma dz \end{cases} \Rightarrow T - T_e = (\Gamma - \gamma) dz$$

将上述结果代入(1)中的方程有： $\frac{dw}{dt} = g \frac{\Gamma - \gamma}{T_e} dz$ (可以推导重力波)

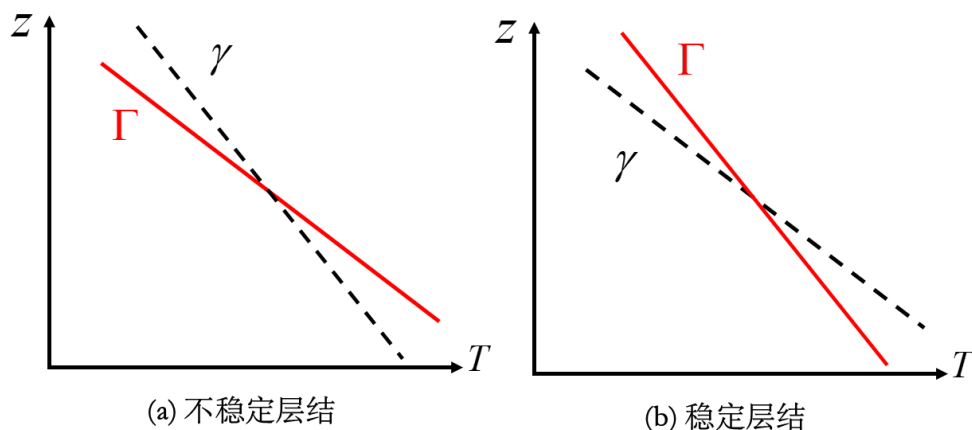
讨论：① $\Gamma > \gamma$ ，此时 $\frac{dw}{dt}$ 与气块移动方向 dz 同向，即气块总是有离开平衡

位置的趋势，这时候的大气层结为不稳定层结；

② $\Gamma = \gamma$ ，此时大气的垂直运动不发展也不衰减，为中性层结；

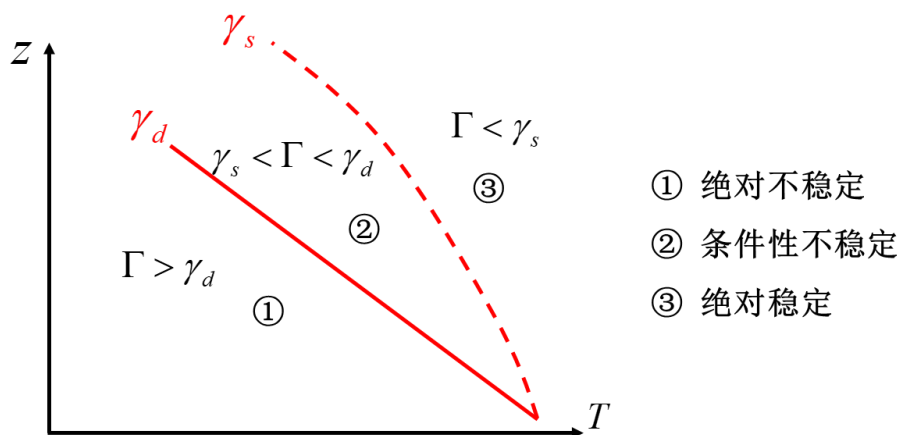
③ $\Gamma < \gamma$ ，此时 $\frac{dw}{dt}$ 与气块移动方向 dz 总是方向相反，气块有回到平

衡位置的趋势，即气块的垂直运动受到了抑制，为稳定层结。



- 气块有饱和和未饱和两种状态，上述的判断又可以分为

考虑未饱和气团	考虑饱和气团
$\gamma = \gamma_d$	$\gamma = \gamma_s$
$\Gamma > \gamma_d$ 大气不稳定	$\Gamma > \gamma_s$ 大气不稳定
$\Gamma = \gamma_d$ 大气中性	$\Gamma = \gamma_s$ 大气中性
$\Gamma < \gamma_d$ 大气稳定	$\Gamma < \gamma_s$ 大气稳定



$$\begin{cases} \Gamma > \gamma_d, \text{ 绝对不稳定} \\ \gamma_s < \Gamma < \gamma_d, \text{ 条件不稳定} \\ \Gamma < \gamma_s, \text{ 绝对稳定} \end{cases} \xrightarrow{\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T}(\gamma - \Gamma)} \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial z} < 0, \text{ 绝对不稳定} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} > 0, \frac{\partial \theta_{se}}{\partial z} < 0, \text{ 条件不稳定} \\ \frac{\partial \theta_{se}}{\partial z} > 0, \text{ 绝对稳定} \end{cases}$$

▲ 重力波的推导

将 $w = \frac{dz}{dt}$ 代入 $\frac{dw}{dt} = g \frac{\Gamma - \gamma}{T_e} dz$, 得到方程: $\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 dz = 0 \left(\omega = \sqrt{\frac{g}{T_e}(\gamma - \Gamma)} \right)$,

如果在静力稳定的大气中有扰动, 如气流过山, 在平衡位置处振动频率为 ω ——即 Brunt-Vaisala 频率(又叫浮力频率)。它的量级为 $1 \sim 2 \times 10^{-2} s^{-1}$ (从而振动周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 的量级在 300~600s)。例如风速为 10m/s, 则过山波的波长在 3~6km。

(4) 不稳定能量

设有条件性不稳定($\gamma_s < \Gamma < \gamma_d$)厚气层, 其底部和顶部相应的气压分别为 p 和 p_0 , 处于静力平衡状态。在气层的底部 z_0 任取一空气块, 它受到扰动后将垂直向上移动到 z 。

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} \Leftrightarrow \frac{dw}{dt} dz = g \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} dz \Leftrightarrow w dw = g \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} dz$$

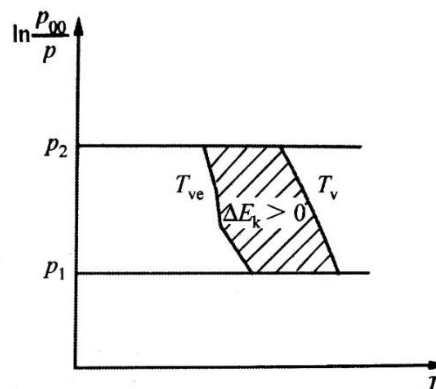
于是两边积分得:

$$\int_{w_0}^w w dw = \int_{z_0}^z g \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} dz \Leftrightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} w^2 - \frac{1}{2} w_0^2 = \int_{z_0}^z g \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} dz$$

对该式子进一步做化简: $\Delta E_k = \int_{z_0}^z g \frac{T_v - T_{ve}}{T_{ve}} dz = R_d \int_{z_0}^z (T_v - T_{ve}) d(-\ln p)$

($\frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dz$), 在艾玛图上, 表现为:

以右图为例, 因 T_{ve} 曲线在 T_v 的左侧, 所以有 $T_{ve} < T_v$, 即 $T_v - T_{ve} > 0$, 从而具有正的不稳定能量。



(5) 条件性不稳定的类型

几个重要的概念：气块的上升曲线(沿着干绝热或者湿绝热上升)与探空测得的层结曲线会有几个交点，不同交点代表不同的含义，不同交点和曲线围成的面积有正有负，也有一定的含义。

- 自由对流高度(*Level of Free Convection, LFC*)

气块的上升曲线和环境的层结曲线的第一个交点(下图的 F 点)，而第二个交点 D 称为平衡高度(*Equilibrium Level, EL*，速度达到最大，此后开始减速)

- 对流凝结高度(*Convective Condensation Level, CCL*)

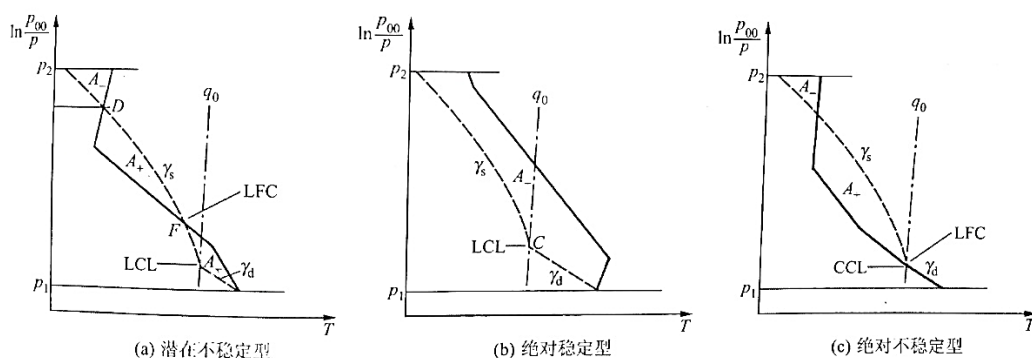
在埃玛图上，表现为层结曲线与地面等饱和比湿线的交点。CCL 被看成是热力热流产生的积云的云底高度。

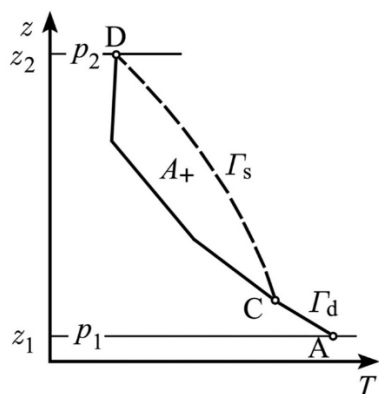
- 对流有效势能(*Convective Available Potential Energy, CAPE*)与对流抑制能量(*Convective Inhibition, CIN*)

这两个概念通常针对潜在不稳定型的大气，通常将自由对流高度(LFC)以下的负面积区所具有的能量称为对流抑制能量，它的意义是：气块要达到自由对流高度，至少需要通过其他途径获得与 CIN 相等的能量。把平衡高度和自由对流高度之间所围的正面区域称为对流有效势能。计算公式为：

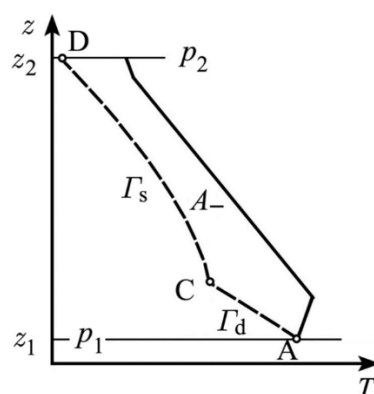
$$CIN = -R_d \int_p^{z_{LFC}} (T_v - T_{ve}) d \ln p, CAPE = -R_d \int_{z_{LFC}}^{z_{EL}} (T_v - T_{ve}) d \ln p$$

CAPE 的大小决定了气团的最大上升速度，CIN 的大小决定了要形成对流，气团在低层所需要的最小上升速度，即





- 没有CIN, 只有CAPE, 绝对不稳定;
 □ 夏天午后发生局地热雷雨时大气层结的典型形态, 可逆的饱和和绝热过程。

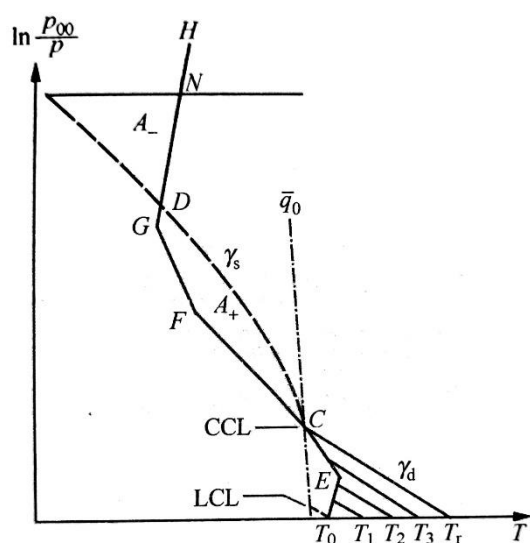


- 没有CAPE, 只有CIN, 绝对稳定。

【注】潜在不稳定型又可以分为真潜在不稳定型和假潜在不稳定型, 判断的依据为 $CAPE$ 和 CIN 之间的大小, 例如: $CAPE < CIN$, 此时气块很难达到自由对流高度, 即使到达了, 由于对流有效势能较小, 也不易发展成强对流, 此时为假潜在不稳定型。

此外, 若大气低层湿度大, 则气块能很快达到 LCL, 与低层湿度小的情况相比, 此时 LFC 以下的负面积区相对较小, 容易达到 $CAPE > CIN$ 的条件, 气块容易被抬升到 LFC 以上, 出现真正的潜在不稳定型, 因此湿度大小对潜在不稳定的类型起重要作用。

(6) 热雷暴的预报



CCL 点沿着干绝热曲线与 T 轴的交点即为发生雷暴至少要达到的地面温度(也可以理解为: 当温度至少达到 T_r 时, 气块在经过扰动后才能沿干绝热曲线达到对流凝结高度)

第四章 大气辐射基础

1. 辐射

任何物体,只要温度大于绝对零度,都以电磁波形式向四周放射能量,同时也接收来自周围的电磁波.这是物质的本性决定的,是由物质本身的电子、原子、分子运动产生的.一般把这种电磁波能量本身称为辐射能(或简称为辐射),而把这种能量传播方式称为辐射.

2. 电磁辐射

(1) 描述电磁波的参数: 频率 f 、波长 λ 、波速 c 、波数 ν .

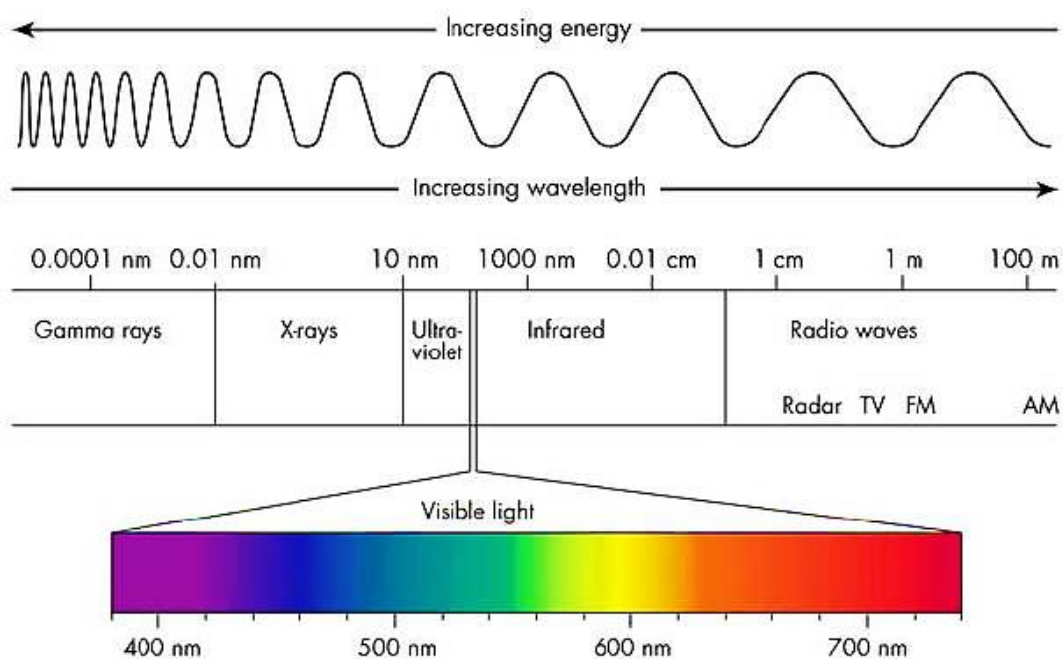
$$\lambda \cdot f = c, \nu = \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c}$$

▲ 在大气科学中,波长的单位常用 μm 表示.

(2) 电磁波谱: 不同波长或频率的电磁波有不同的物理特性.因此可以用波长和频率来区分电磁辐射,并给以不同的名称,称之为电磁波谱.

▲ 可见光波长范围: $0.4 \sim 0.7 \mu m$ ($400 \sim 700 nm$)

▲ 地球和大气辐射的波长范围: $0.1 \sim 120 \mu m$



3. 描述辐射场的物理量★

➤ 其他参考资料：<https://www.energetiq.com/technote-understanding-radiance-brightness-irradiance-radiant-flux>

(1) 辐射通量(*radiant flux*)—— Φ (又叫辐射功率)

单位时间内通过某一个面(或虚拟面)的辐射能或单位时间内某表面发射或吸收的辐射能, 单位 $J/s, W$

* Radiant flux is radiant energy per unit time, also called radiant power. Radiant flux is often used to describe the radiation power output of a radiation source, the units of Radiant Flux **do not include area or solid angle**.

▲ 太阳的辐射通量: $3.9 \times 10^{26} W$

(2) 辐亮度(*radiance*)—— L (又叫辐射率)

① 单色/分光辐亮度(*monochromatic radiance*)、光谱辐亮度/光谱辐射率(*spectral radiance*): 在辐射传输方向上的单位立体角内、通过垂直于该方向的单位面积、单位波长间隔的辐射功率, 可见其单位为 $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot \mu m^{-1}$

$$L_{\lambda} = \frac{d\Phi}{dA \cdot d\Omega \cdot d\lambda}$$

▲ 假如 L 与观测位置 (x, y, z) 无关, 则辐射场是均匀的;

假如 L 与观测方向 (θ, φ) 无关, 则辐射场在该点是各向同性的;

假如 L 与时间 t 无关, 则辐射场就是定常的。

② (积分)辐亮度(*radiance*): 在辐射传输方向上的单位立体角内、通过垂直于该方向的单位面积的辐射功率(分光辐亮度对各波长的积分, $L = \int L_{\lambda} d\lambda$)。

▲ 辐亮度的概念不适用于平行光的辐射;

▲ 关于立体角

立体角的定义为: 锥体的立体角大小定义为, 以锥体的顶点为球心作球

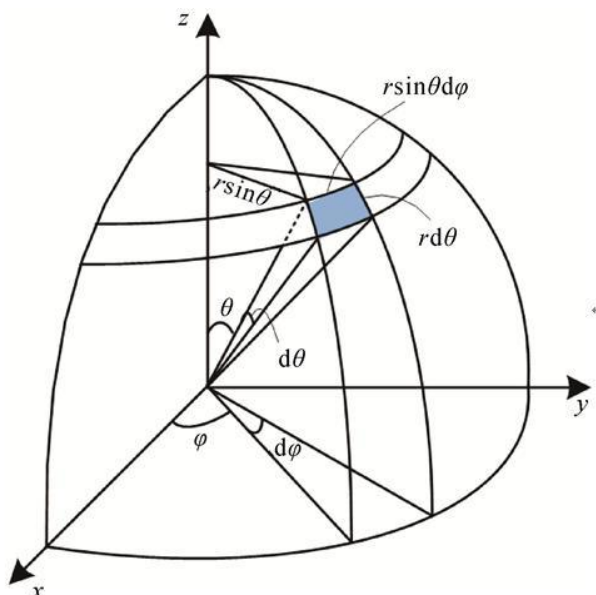
面, 该锥体在球表面截取的面积与球半径平方之比, 即 $\Omega = \frac{A}{r^2} \left(d\Omega = \frac{dA}{r^2} \right)$, 单

位为球面度(steradian, sr)。球坐标系下的 $d\Omega$ 的表达式. 如下图所示, 球面上的一块微小面积(近似为矩形)可表示为 $dA = r d\theta \cdot r \sin \theta d\varphi$, 这样, 球坐标

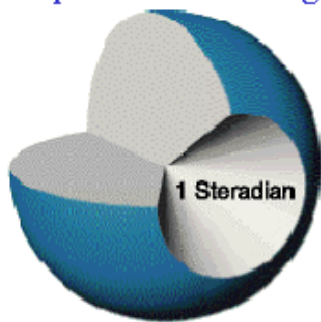
系下的立体角表达式为: $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ 。对一个完整球面进行二重曲面积分, 可以得到

$$\Omega = \iint_S \sin\theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta = 4\pi$$

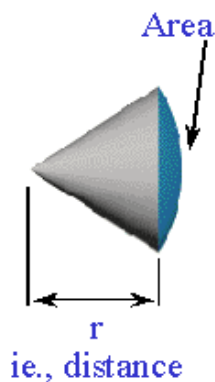
对于半球, 则立体角为 2π 。一般也记 $\mu = \cos\theta$, 则 $d\Omega = -d\mu d\varphi$ 。



Imaginary Sphere Surrounding
a point source of light



Sphere Area = $4\pi r^2$



$$\text{Steradian } (\omega) = \frac{\text{Area}}{r^2}$$

1 m² subtends 1 sr at a distance of 1 m...since

$$\omega = \frac{A}{r^2} = \frac{1 \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} = 1$$

Surface area of a sphere
is subtended by 4π sr

$$\omega = \frac{A}{r^2} = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$$

$$4\pi = 12.56$$

(3) 辐射通量密度(*Radiant Flux Density*)—— E (又叫辐照度, *irradiance*)

(引入原因: 辐亮度相关的变量太多)指辐射场内任一点处通过单位面积的辐射功率, 这可以是单位时间内离开或照(入)射到某表面单位面积上的辐射功率, 据此又可以将辐射通量密度分为(积分)辐照度(E)和(积分)辐出度(F , *radiant*

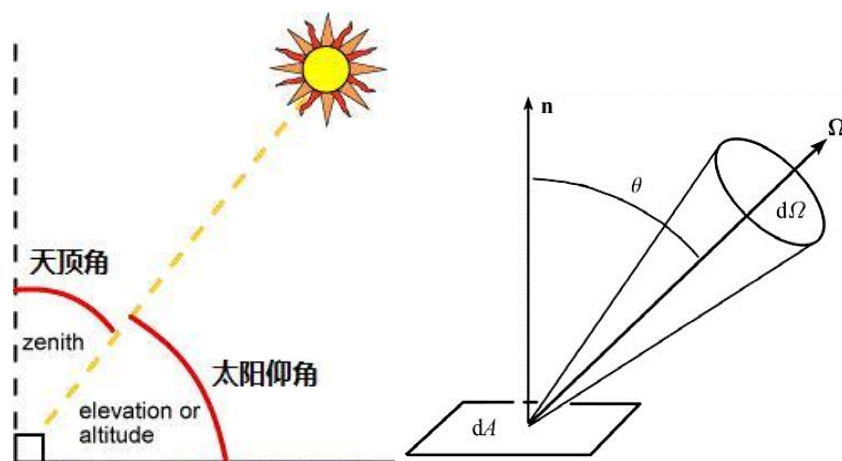
exitance, 又叫辐射出射度), 单位为 $W \cdot m^{-2}$ 。考虑立体角与入射光(面元的法线)存在一定夹角(见下图), 则在 dt 时间内, 通过面元 dA , 在 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 的波长间隔内, 在 Ω 方向的立体角 $d\Omega$ 内, 放射或者接收的辐射能量 dQ 为:

$$dQ = L_{\lambda} \cos \theta d\Omega d\lambda dA dt \Rightarrow E_{\lambda} = \frac{d\Phi}{dA} = \frac{dQ}{dA dt} = L_{\lambda} \cos \theta d\Omega d\lambda \Rightarrow$$

$$dE = L \cos \theta d\Omega \Rightarrow E = \int L \cos \theta d\Omega$$

同样地, 如果考虑单色光, 也有分光辐照度和分光辐出度, 单位为 $W \cdot m^{-2} \cdot \mu m^{-1}$ 。

▲ 对上述表达式的说明: θ 表示光线入射方向与天顶的夹角(如下图), $\int$ 仅是一个记号, 当 θ 改变时, 求 E 则为二重积分;



▲ 太阳的辐出度: $F = \frac{\Phi}{4\pi r_{sun}^2} = \frac{3.9 \times 10^{26} W}{4\pi \cdot (6.955 \times 10^8)^2 m^2} = 6.42 \times 10^7 W \cdot m^{-2}$

▲ 净辐射通量密度

计算水平面上的辐射通量密度时, 分别对从上半球和下半球入射辐射的垂直分量进行积分, 规定 θ 为入射方向与 z 轴正向(自下向上)的夹角(球坐标系当中), 于是有:

$$\begin{cases} E^{\uparrow} = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} L \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta d\theta d\varphi \right| \\ E^{\downarrow} = \left| \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} L \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta d\theta d\varphi \right| \end{cases}$$

$E^* = E^{\downarrow} - E^{\uparrow}$ 称为净辐射通量密度或净辐照度. 净辐射通量密度在讨论大气辐射平衡时有重要的应用. 例如, 讨论一薄层空气, 它的上边界有一个向下的净

辐射通量密度，而其下边界有一个向上的净辐射通量密度，那么对这气层而言，辐射能的收支是正的，气层温度将升高；反之，气层将降温。

(4) 辐射源

往外发射辐射的物体称为辐射源。

- ① **点源**：这是一种理想的情况，即其几何尺度可以被忽略。假设源向四周发射是均匀的，发射辐射的功率为 W ，则在以点源为中心、半径为 r 的球表面上的辐

照度为： $F = \frac{W}{4\pi r^2}$ (辐射方向均沿径向，满足平方反比规律)

- ② **面辐射源**：与其相关的物理量为辐射出射度，简称辐出度，它是指通过单位面积在面源的法线方向射出的辐射能量，用符号 F 表示，单位为 $W \cdot m^{-2}$ 。某

一波长的辐出度称为**单色(分光/光谱)辐出度**，记作 F_λ ，其单位为 $W \cdot m^{-2} \cdot \mu m^{-1}$ ，

显然，有： $F = \int F_\lambda d\lambda$

▲ 朗伯体与朗伯定律

辐亮度不随方向变化，这类辐射体就称为朗伯体(朗伯面)。朗伯体是向所有方向以同一辐亮度发射辐射的物体。我们常常把太阳、陆地表面看作朗伯面；而平静的水面因有反射，则不能当作朗伯面处理。朗伯定律： $F = \pi L$

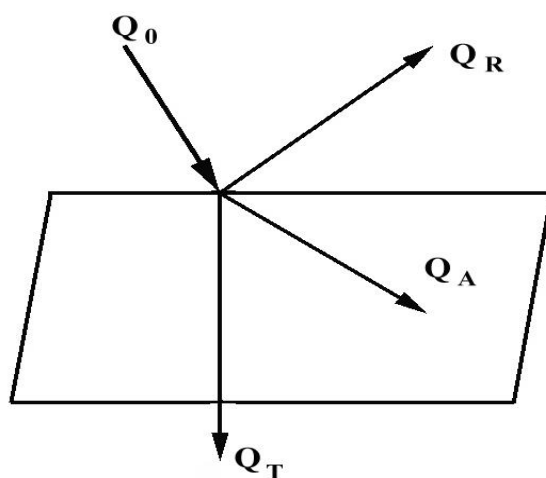
4. 吸收率、反射率和透射率

吸收率： $A = \frac{Q_A}{Q_0}$ ；反射率

$R = \frac{Q_R}{Q_0}$ ；透射率 $\tau = \frac{Q_T}{Q_0}$ ，显然：

$A + R + \tau = 1$ (上述各个指标加上下标 λ ，表示对某一波长而言)

* 区别反照率：对于比较宽的谱段，物体表面反射的辐射通量与入射的辐射通量之比为反照率。



黑体	对任何波长的辐射能全部吸收的物体, $A=1, R=0, \tau=0$
灰体	物体的吸收率不随波长改变, $A=\text{const} \ \& \ A<1$

5. 平衡辐射的四大基本定律

(1) 基尔霍夫(Kirchhoff)定律

在热平衡条件下,任何物体的辐射率(辐出度) $F_{\lambda,T}$ 和它的吸收率 $A_{\lambda,T}$ 之比值是一个普适函数。该普适函数只是温度和波长的函数,而与物体的性质无关。

$$\frac{F_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = f(\lambda, T)$$

▲ 同一温度下,存在几种不同的物体,且辐射率分别为 $F_{\lambda,T}^1, F_{\lambda,T}^2, \dots, F_{\lambda,T}^n$, 吸收率

分别为 $A_{\lambda,T}^1, A_{\lambda,T}^2, \dots, A_{\lambda,T}^n$, 则有: $\frac{F_{\lambda,T}^1}{A_{\lambda,T}^1} = \frac{F_{\lambda,T}^2}{A_{\lambda,T}^2} = \dots = \frac{F_{\lambda,T}^n}{A_{\lambda,T}^n} = f(\lambda, T)$.

▲ 对于黑体,其吸收率为1,所以有 $F_{\lambda,T} = f(\lambda, T)$,现在把 $f(\lambda, T)$ 记为 $F_B(\lambda, T)$,

$F_B(\lambda, T)$ 表示同一温度下黑体的分光辐出度,那么基尔霍夫定律可改写成:

$$\frac{F_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = F_B(\lambda, T)$$

它表明:任何物体的辐出度与其吸收率之比等于同一温度下黑体的分光辐出度,且在同一温度下,黑体的分光辐出度最大

▲ 比辐射率的定义: 物体放射能力与黑体辐射能力的比值

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{F_{\lambda,T}}{F_B(\lambda, T)} = A_{\lambda,T}$$

(2) 普朗克(Planck)定律

描述绝对黑体辐射率随波长的变化. 普朗克函数如下:

$$F_B(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \left(e^{\frac{ch}{k_B \lambda T}} - 1 \right)^{-1} = \frac{c_1}{\lambda^5} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1}$$

上式中 $F_B(\lambda, T)$ 表示黑体的分光辐出度,单位为 $W \cdot m^{-2} \cdot \mu m^{-1}$, 其中

$c_1 = 2\pi c^2 h = 3.7427 \times 10^6 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 \cdot \text{m}^{-2}$, $c_2 = \frac{ch}{k_B} = 14388 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ 分别称为第一辐射常数和第二辐射常数。

【第一、第二辐射常数的计算过程（主要是量纲的推导）】

光速 c 、普朗克常数 h 以及玻尔兹曼常数 k_B 的值如下

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

● 第一辐射常数

$$c_1 = 2\pi c^2 h = 2\pi \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 \times 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 3.7469 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$$

因为 Planck 公式反映的黑体辐出度单位为 $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1}$, 这里 λ 表示的波长单位为 μm , 所以要求 c_1 具备的量纲应该为 $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1}$, 故需要对上述的结果进行转换, 即

$$c_1 = 3.7469 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2 = 3.7469 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{m}^{-2} = 3.7469 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 \cdot \text{m}^{-2}$$

● 第二辐射常数

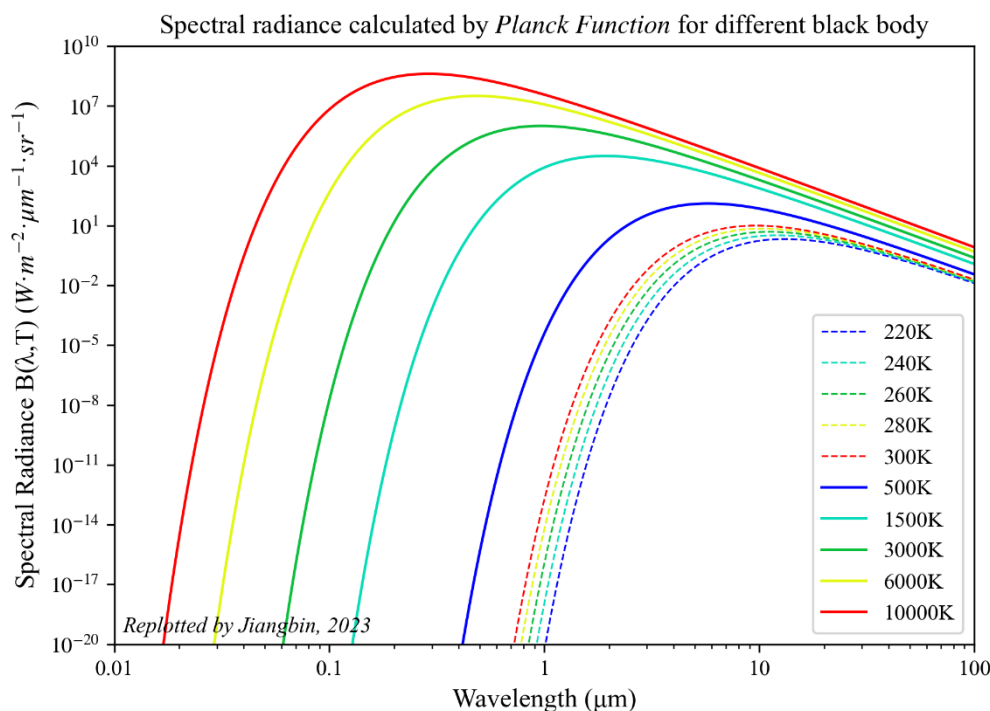
$$c_2 = \frac{ch}{k_B} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}} = 14.404 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} = 14404 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

要得到 3.7427、14388 的结果, 需要用更精确的取值计算:

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}, h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, k_B = 1.380649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

根据公式, 可以绘制出不同温度下的黑体的辐射曲线, 如下页图所示。图中可以得出一下结论:

- ① 随着温度的下降, 辐射能量集中的波段向长波方向移动;
- ② 当温度升高时, 各波段放射的能量均加大, 积分辐射能力 F_T 也随着迅速加大, 且能量集中的波段向短波方向移动;
- ③ 每一温度下, 都有辐射最强的波长 $\lambda_{\max}$, 即光谱曲线有一极大值, 而且随温度升高 $\lambda_{\max}$ 变小.



▲ 理论上，任何温度的绝对黑体都放射 $0 \sim \infty \mu\text{m}$ 波长的辐射；

▲ 因为黑体服从朗伯定律，所以根据普朗克定律可以求出黑体的分光辐亮度：

$$B(\lambda, T) = \frac{F_B(\lambda, T)}{\pi} = \frac{c_1}{\pi \lambda^5} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1}$$

(3) 斯蒂芬—玻尔兹曼(Stefen-Boltzmann)定律

绝对黑体的积分辐出度与绝对温度的 4 次方成正比

$$F_T = \sigma T^4$$

这一规律在 1879 年由斯蒂芬通过实验发现，而后在 1884 年又由玻尔兹曼通过热力学理论得出，该定律比 Planck 定律发现得要早，但通过 Planck，也可以推得这个定律。绝对黑体的积分辐出度为：

$$F_T = \int_0^\infty F_B(\lambda, T) d\lambda = \int_0^\infty \frac{c_1}{\lambda^5} (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)^{-1} d\lambda$$

做变量替换，令 $x = \frac{c_2}{\lambda T}$ ，则 $\lambda = \frac{c_2}{xT}$ ， $d\lambda = -\frac{c_2}{Tx^2} dx$ ，代入上式有

$$F_T = -\frac{c_1}{c_2^4} T^4 \int_\infty^0 \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{c_1}{c_2^4} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

根据高等数学的知识, 可知 $\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$, 从而 $F_T = \frac{\pi}{15} \frac{c_1}{c_2^4} T^4$ 。对比可得,

$$\sigma = \frac{c_1}{c_2^4} \frac{\pi}{15} = 5.6696 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \text{ (斯蒂芬—玻尔兹曼常数)}$$

▲ 将物体**视作绝对黑体**而计算出的温度称为**有效温度**。

【注】关于上述 $\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$ 的一个求解思路

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{1 - e^{-x}} dx$$

已知 $\frac{1}{1-x}$ 的幂级数展开为

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad (-1 < x < 1)$$

将 x 替换成 e^{-x} ($0 < e^{-x} < 1$), 从而有

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{1 - e^{-x}} dx = \int_0^{\infty} x^3 e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} dx = \int_0^{\infty} x^3 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-(n+1)x} dx = \int_0^{\infty} x^3 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} x^3 e^{-nx} dx$$

令 $nx = t \Rightarrow x = \frac{t}{n}, dx = \frac{dt}{n}$, 代入上式有

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} x^3 e^{-nx} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{n^4} t^3 e^{-t} dt = \zeta(4) \Gamma(4) = \frac{\pi^4}{90} \times 3! = \frac{\pi^4}{15}$$

上式中 Γ, ζ 分别表示[伽玛函数 \(Gamma Function\)](#)和[黎曼 zeta 函数 \(Riemann Zeta Function\)](#), 其定义和性质, 这里不做过多讨论。

(4) 维恩(Wien)位移定律

1893 年, 维恩从热力学理论推导出绝对黑体辐射光谱极大值对应的波长和温度的乘积为一常数, 即:

$$\lambda_{\max} = \frac{2897.8}{T}$$

根据普朗克定律, 每个固定的温度下必有对应的 $\lambda_{\max}$, 从数学的角度来看,

取得极大值波长的条件为: $\frac{\partial F_B(\lambda, T)}{\partial \lambda} = 0$, 即

$$\frac{\partial F_B(\lambda, T)}{\partial \lambda} = -\frac{5c_1}{\lambda^6} \cdot \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1\right)^{-1} + \frac{c_1}{\lambda^5} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1\right)^{-2} \cdot e^{\frac{c_2}{\lambda T}} \cdot \frac{c_2}{\lambda^2 T} = 0$$

令 $X = \frac{c_2}{\lambda_{\max} T}$, 则上式可以进一步简化为

$$Xe^X - 5(e^X - 1) = 0$$

通过数值计算的方法, 可以求得上述方程的根为 $X=4.965$, 即维恩位移定律为

$$\lambda_{\max} = \frac{c_2}{XT} = \frac{14404}{4.965T} \approx \frac{2901.1}{T}$$

▲ 通过**维恩定律**计算出的温度称为**颜色温度或者简称色温**。这就表明色温的概念一般**用于可见光范畴**, 它可以这么理解: 维恩定律计算的是绝对黑体辐射光谱极大值对应的波长, 而每一个波长对应了一种颜色, 即单色光, 所以叫色温。)

▲ 与色温相对应的另一个概念称为**亮度温度(简称亮温)**。在同一波长下, 若实际物体与黑体对应的光谱辐射强度相等, 此时黑体的温度被称为实际物体在该温度下的亮温。

◆ 从 Planck 函数推导频率与波数的 Wien 位移定律

已知波长、波数、频率之间满足的关系式为

$$c = \lambda \nu, k = \frac{1}{\lambda}$$

那么前面已经得到了 $\lambda_{\max}$, 是不是直接可以通过 $\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\max}}, k_{\max} = \frac{1}{\lambda_{\max}}$ 的方式来

求解呢? 显然不可以, 我们知道, Planck 函数描述的分光辐射密度, 因此分别以 λ, ν, k 为自变量的函数表达式是不一样的, 即

$$F_B^\lambda(\lambda, T) \neq F_B^\nu(\nu, T) \neq F_B^k(k, T)$$

所以三个函数分别对 λ, ν, k 求偏导后得到的 $\lambda_{\max}, \nu_{\max}, k_{\max}$ 的表达式是不一样的, 从而不满足 $c = \lambda \nu, k \lambda = 1$ 关系。但是下面的关系是成立的:

$$F_T = \int_{\lambda}^{\lambda+d\lambda} F_B^\lambda(\lambda, T) d\lambda = - \int_{\nu}^{\nu+d\nu} F_B^\nu(\nu, T) d\nu = - \int_k^{k+dk} F_B^k(k, T) dk$$

上述积分的含义显然是明确的：**即对于空间中任意一个位置的积分辐出度（或者叫辐射通量密度），对 λ, ν, k 积分后都是同一个结果。**而且根据波长与频率、波数的关系可知，当 $d\lambda > 0$ 时， $d\nu < 0, dk < 0$ 。

前面给出的是的波长形式的表达式，因此要推导频率与波数的 Wien 位移定律，我们需要得到 Planck 函数的频率与波数的表达式。结合前面提到的等价关系，我们下面给出具体的推导过程。

(1) 频率形式

根据 $F_B^\lambda(\lambda, T)d\lambda = -F_B^\nu(\nu, T)d\nu$ ，有

$$F_B^\nu(\nu, T) = -F_B^\lambda\left(\frac{c}{\nu}, T\right) \frac{d\lambda}{d\nu} = \frac{2\pi c^2 h}{\left(\frac{c}{\nu}\right)^5} \left(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1\right)^{-1} \times \frac{c}{\nu^2} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \left(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1\right)^{-1}$$

令 $\frac{\partial F_B^\nu(\nu, T)}{\partial \nu} = 0$ ，即

$$\frac{6\pi h \nu^2}{c^2} \left(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1\right)^{-1} - \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \left(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1\right)^{-2} \cdot e^{\frac{h\nu}{k_B T}} \cdot \frac{h}{k_B T} = 0 \Leftrightarrow 3 \left(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1\right) - e^{\frac{h\nu}{k_B T}} \cdot \frac{h\nu}{k_B T} = 0$$

设 $X = \frac{h\nu_{\max}}{k_B T}$ ，则 $3(e^X - 1) - Xe^X = 0$ ，通过数值求解可得 $X = 2.821$ ，由此得到频率

形式的 Wien 位移定律为

$$\nu_{\max} = \frac{X k_B T}{h} \approx \frac{2.821 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}}{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \cdot T = 5.875 \times 10^{10} \text{ Hz/K} \cdot T$$

(2) 波数形式

根据 $F_B^\lambda(\lambda, T)d\lambda = -F_B^k(k, T)dk$ ，有

$$F_B^k(k, T) = -F_B^\lambda\left(\frac{1}{k}, T\right) \frac{d\lambda}{dk} = \frac{2\pi c^2 h}{\left(\frac{1}{k}\right)^5} \left(e^{\frac{ch k}{k_B T}} - 1\right)^{-1} \times \frac{1}{k^2} = 2\pi h k^3 \left(e^{\frac{ch k}{k_B T}} - 1\right)^{-1}$$

令 $\frac{\partial F_B^k(k, T)}{\partial k} = 0$ ，即

$$6\pi h k^2 \left(e^{\frac{chk}{k_B T}} - 1 \right)^{-1} - 2\pi h k^3 \left(e^{\frac{chk}{k_B T}} - 1 \right)^{-2} \cdot e^{\frac{chk}{k_B T}} \cdot \frac{ch}{k_B T} = 0 \Leftrightarrow 3 \left(e^{\frac{chk}{k_B T}} - 1 \right) - e^{\frac{chk}{k_B T}} \cdot \frac{chk}{k_B T} = 0$$

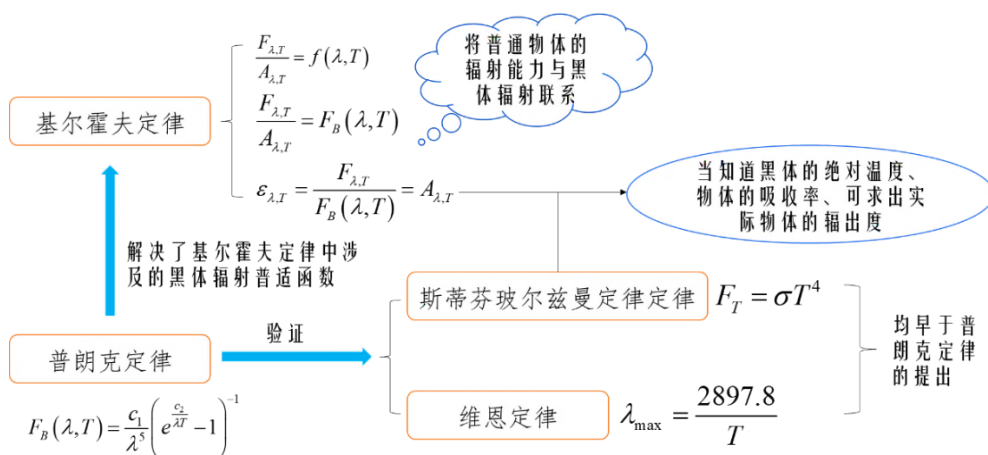
设 $X = \frac{chk_{\max}}{k_B T}$, 则 $3(e^X - 1) - Xe^X = 0$, 形式与前面频率最后的求解方程一样, 故

$X = 2.821$, 由此得到波数形式的 Wien 位移定律为

$$k_{\max} = \frac{X k_B}{ch} T = \frac{2.821 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}}{3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \cdot T$$

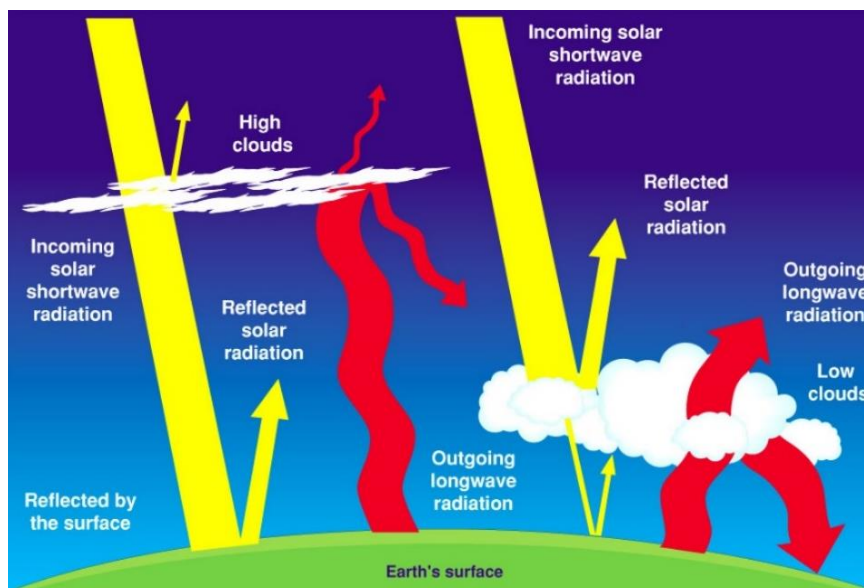
$$= 0.19584 \times 10^3 \text{ m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot T = 1.9584 \times 10^{-4} \text{ } \mu\text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot T$$

◆ 四个定理之间的关系



图片制作: Mr.Bean

▲ 从 Stefan-Boltzmann 定律出发理解高云、低云对长波辐射的效果

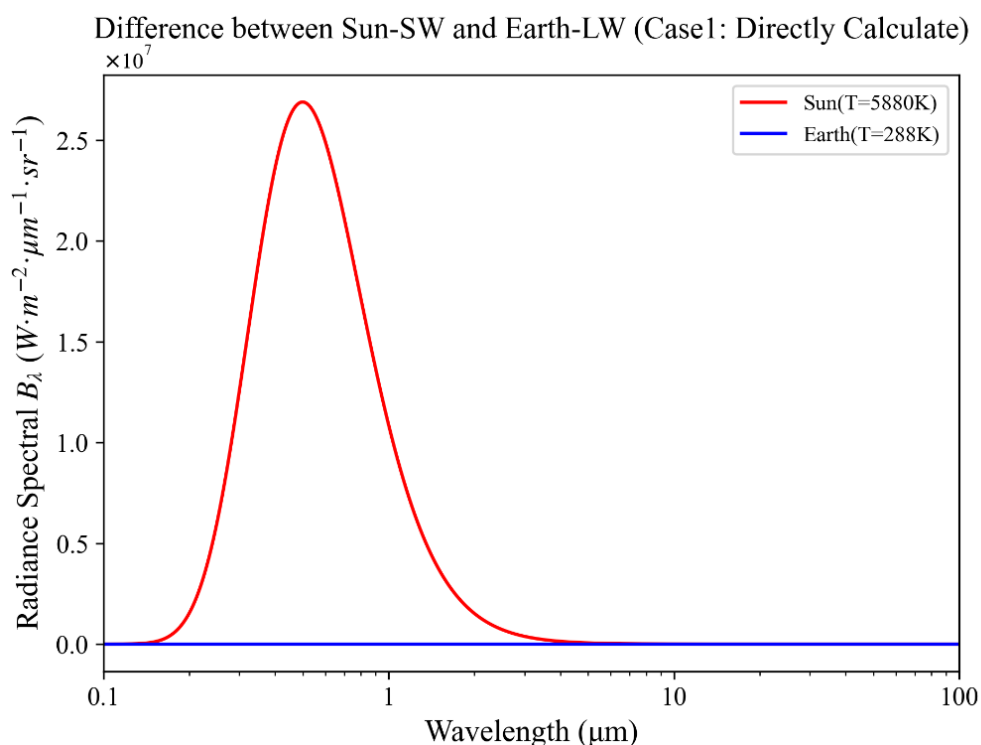


▲ 不同高度云对地球辐射的效应
(图片引自 [Visible Earth, NASA, 2000](http://VisibleEarth.nasa.gov))

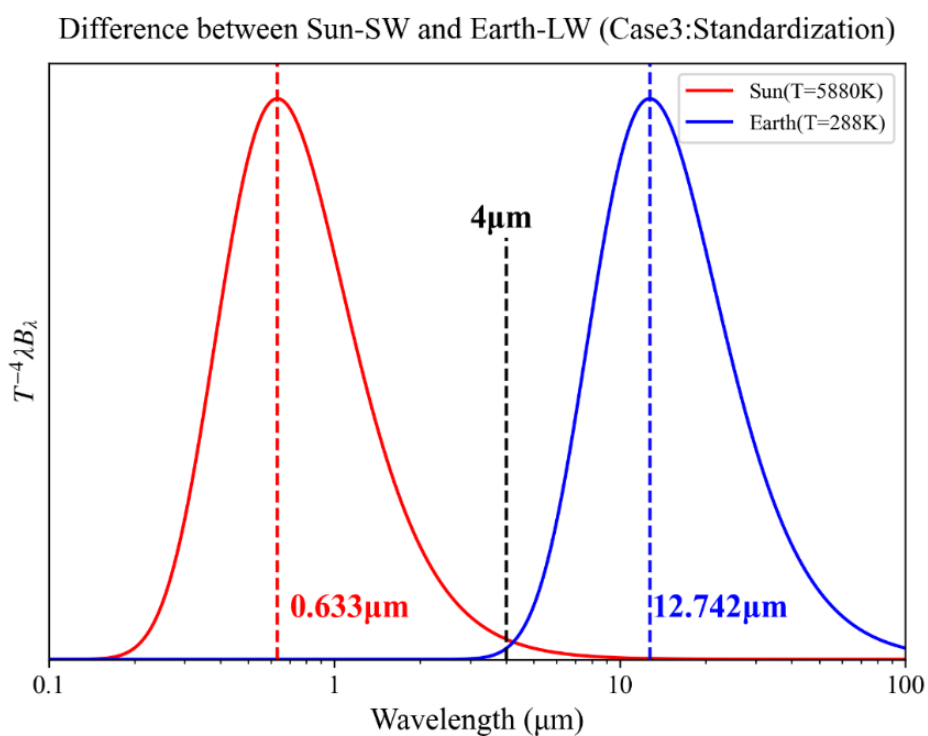
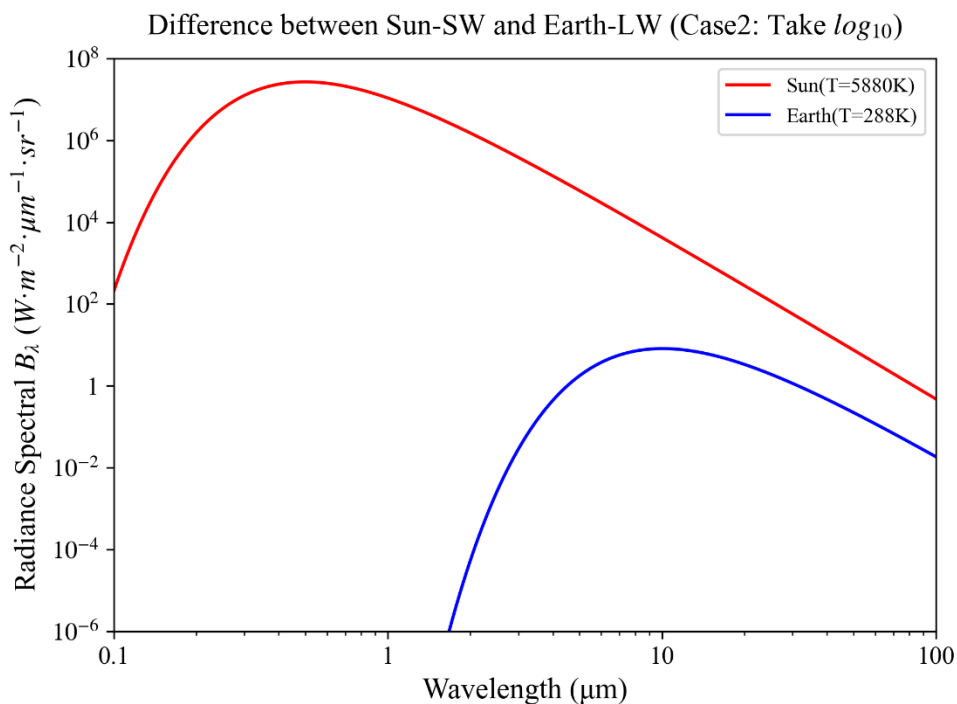
一般来说，低云主要反射太阳短波辐射(高云主要由冰晶组成，对太阳有一定的透过率)，而高云主要阻碍地球长波辐射向外太空发射。根据 Stefan-Boltzmann 定律，物体的积分辐出度与温度的四次方成正比，对于低云，其离地面较近(相对于高云而言)，云与地面的温度差异较小，所以云在吸收地面的长波辐射后，向外太空发射的长波辐射仍可以认为是地面发出的；而高云也能吸收地面长波辐射，但是由于其本身位置高、温度低，吸收长波后以较低的温度发射长波辐射，于是总的效果是长波辐射出去得少了，从而使得地球变暖。

6. 太阳辐射和地球辐射的差别——为什么是 $4\mu\text{m}$ 的差别？

假设太阳的温度为 5880K，地球的温度为 288K，那么可以根据 Planck 公式，绘制二者的光谱辐亮度图。



由于二者的温度差异太大，只能看到太阳辐亮度的随波长的变化情况，为了将二者的差异看得清楚，取 $\log_{10}[B(\lambda, T)]$ ，得到下图



取对数以后，太阳与地球的辐射的变化情况都显得更为清晰，可以看到太阳辐射的峰值出现在短波，地球辐射的峰值出现在长波，但是还是不能量化的解释为什么二者的分界线是 $4\mu\text{m}$ 。根据 Stefan-Boltzmann 定律，有

$$F_T = \int_0^\infty F_B(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4 \Leftrightarrow \int_0^\infty \lambda T^{-4} F_B(\lambda, T) d\ln \lambda = \sigma$$

即对于任何温度的物体，上述方程的积分均等于一个常数，所以可以绘制

$\lambda T^{-4} F_B(\lambda, T) - \ln \lambda$ 图形, 如上图所示, 可以看到, 太阳辐射与地球辐射基本上是完全分开的, 波长 $< 4\mu\text{m}$ 的辐射称为太阳短波辐射, 而波长 $> 4\mu\text{m}$ 的称为地球长波辐射, 在 $4\mu\text{m}$ 附近, 太阳辐射和地球辐射混杂。

7. 大气中的吸收(Absorption)

(1) **概念:** 投射到介质上面的辐射能中的一部分被转变为物质本身的内能或其他形式的能量, 其结果为辐射能量被削弱和介质温度升高。

(2) 描述吸收的定量参数

单个粒子(气体分子或气溶胶粒子)的吸收能力可用**吸收截面(Absorption Cross Section) σ_{ab}** 来描述。吸收截面的意义是: 这个粒子所吸收的辐射能相当于面积 σ_{ab} 从入射辐射场中所截获的辐射能。若以 E 表示入射辐射的辐照度, 则这个粒子吸收的辐射能应为 $E\sigma_{ab}$ 。

单位体积中各个粒子吸收截面之和称为体积吸收系数(Absorption coefficient), 对于某一种气体分子, 若单位体积中吸收气体的分子数为 N , 则有 $k_{ab} = \sum_{i=1}^N \sigma_{ab,i}$, 考虑到对某一特定波长的吸收作用, 又可以定义单色体积吸收系数, 即 $k_{ab,\lambda} = \sum_{i=1}^N k_{ab,i,\lambda}$ 。根据定义可以知道, 体积吸收系数的量纲为 $[L^{-1}]$, 单位有 m^{-1}, cm^{-1}, mm^{-1} 。

除了体积吸收系数以外, 同样也可以定义质量吸收系数, 即**单位质量气体中各粒子吸收截面之和**。为了与体积吸收系数区分开来, 我们用 $k'_{ab} (k'_{ab,\lambda})$ 来表示, 根据定义可以知道, 质量吸收系数的量纲为 $[L^2/M]$, 单位有 $m^2/kg, cm^2/g$ 。

定义**吸收截面与粒子几何截面的比值为吸收效率(Absorption Efficiency)**,

$$\text{即 } Q_{ab,\lambda} = \frac{\sigma_{ab,\lambda}}{\pi r^2}。$$

▲ 体积吸收系数与质量吸收系数之间的关系

① 量纲分析

$$\left[\frac{k_{ab,\lambda}}{k'_{ab,\lambda}} \right] = \left[\frac{L^{-1}}{L^2 / M} \right] = [M / L^3]$$

由此可见二者之间差了一个密度，即 $\frac{k_{ab,\lambda}}{k'_{ab,\lambda}} = \rho \Leftrightarrow k_{ab,\lambda} = \rho k'_{ab,\lambda}$

② 从定义出发，假设某种分子密度为 ρ ，体积为 V ，共有 N_0 个，且每个分子的吸收截面一样（即分子的振动状态、电子云分布等一致）

➤ 单位体积具有的分子数： $N = \frac{N_0}{V}$ ，于是 $k_{ab,\lambda} = N\sigma_{ab} = \frac{N_0}{V}\sigma_{ab}$ ；

➤ 单位质量具有的分子数： $N' = \frac{N_0}{\rho V} = \frac{N}{\rho}$ ，于是 $k'_{ab,\lambda} = N'\sigma_{ab} = \frac{N}{\rho}\sigma_{ab} = \frac{k_{ab,\lambda}}{\rho}$ 。

8. 大气中的散射(Scattering)

(1) 散射过程的分类

散射对所有的波段都发生，但散射的强弱及散射能量的空间分布与波长、散射质点的相对大小有关，引入尺度数(Size Parameter)—— $\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$ ， r 表示粒子的尺度， λ 表示入射波的波长。

瑞利 (Rayleigh) 散射	$\alpha \ll 1, r \ll \lambda$	分子散射，分子尺度 $r = 10^{-4}\mu\text{m}$ ， 可见光尺度 $\lambda = 0.5\mu\text{m}$
米 (Mie) 散射	$0.1 < \alpha < 50, r \approx \lambda$	大气中云滴、尘埃的散射
几何散射	$\alpha > 50, r \gg \lambda$	大雨滴的散射

(2) 描述散射的定量参数

类比吸收过程，定义散射截面表示一个粒子的散射能力，用符号 $E\sigma_{sc}$ 表示。当有辐照度为 E 的辐射射入时，一个粒子能把 $E\sigma_{sc}$ 的能量散射到四面八方，同时使入射波的能量减少 $E\sigma_{sc}$ 。散射截面与粒子的尺度数 α 及(复)折射率 m 有关。

定义单位体积中所有的粒子的散射截面之和称为体积削弱系数，用符号 k_{sc} 表示。对于 N 个独立的粒子，有 $k_{sc} = \sum_{i=1}^N \sigma_{sc,i}$ ；对于连续分布散射粒子，则有：

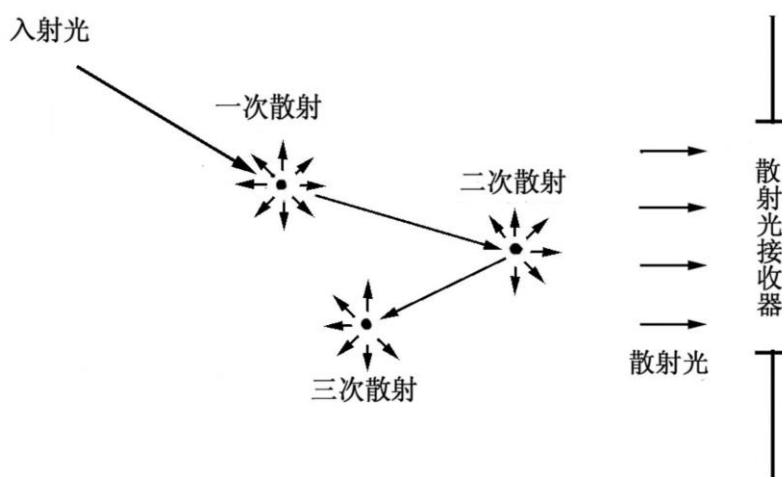
$k_{sc} = \int_0^{\infty} \sigma_{sc}(r, \lambda, m) n(r) dr$ ($n(r)$ — r 为粒子的谱分布, 表示单位体积中不同尺寸粒子的数密度)。

▲ 散射的物理过程

当粒子间的距离比这几个粒子尺度(半径)还大时, 各个粒子的散射可以认为是独立的, 即总的散射效果是各个粒子散射的和(**独立散射原理**)。大气中的空气分子, 气溶胶, 云粒子都基本满足独立散射的条件, 因此单位体积中粒子的散射是该体积中所有粒子散射之和。

入射光在粒子上的散射称为一次散射, 散射光在其它粒子上的进一步散射称为多次散射。由于多次散射可以反复进行, 使整个散射过程变得异常复杂。

多次散射



▲ 折射率一般又称复折射指数, 是描述气溶胶散射和吸收特性的一个重要参数, 它是一个复数, **实部表示散射能力, 虚部表示吸收能力**;

▲ 吸收截面的单位常用 cm^2 , 体积削弱系数的单位有 cm^{-1}, m^{-1}, km^{-1}

(3) 通过体积散射系数来认识瑞利散射和米散射

① 瑞利散射系数

$$k_{sc, \lambda} = \frac{32\pi^3(m-1)^2}{3N} \frac{1}{\lambda^4} = C\lambda^{-4}$$

即散射系数与波长的 4 次方成反比, 波长越短, 分子散射的削弱效果越强。

▲ 比较蓝光和红光的散射系数: $\frac{k_{sc,0.4}}{k_{sc,0.7}} = 9.4$, 这就是为什么(雨后的, 因为下雨

有沉降作用, 可以清洁空气)晴天天空成蓝色的原因——瑞利散射对蓝光的效果作用更加的强烈

▲ 当入射光为自然光时, 前后向散射呈对称分布

② 米散射系数

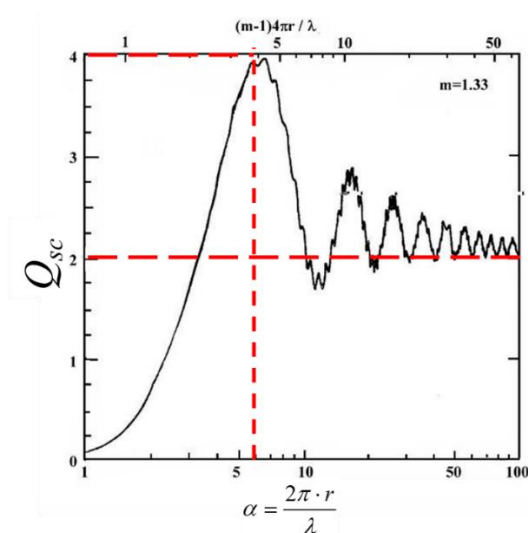
散射效率因子: 散射截面与几何截面的比值(这里假设粒子为均匀的球形)

$$Q_{sc} = \frac{\sigma_{sc}}{\pi r^2}$$

这样, 对于大粒子的米散射系数, 有 $k_{sc} = \int_0^\infty \pi r^2 \cdot Q_{sc}(r, \lambda, m) n(r) dr$

▲ 水滴($m=1.33$)的散射效率因子随尺度数的变化

当相对尺度数 α 从 0 开始变大时, 散射效率因子 Q_{sc} 也从 0 开始变大。当 $\alpha \approx 6$ 时, $Q_{sc} \approx 4$, Q_{sc} 达到第一个极大值, 这表明粒子散射掉的辐射能相当于照射到其 4 倍几何截面上入射辐射的能量。此时 $r \approx \lambda$, 说明粒子半径与波长相当时粒子散射的效率最高。在实在吸收不强时, 散射效率 Q_{sc} 随 α 的增大呈振动状态变化, 最后趋向于 2, 即散射截面是几何截面的二倍。但当吸收增强时, Q_{sc} 曲线上的振动消失了。



9. 散射和吸收的物理过程

(1) 光化反应和光致电离

- 分子分裂为原子，需要吸收足够多的辐射；不稳定原子结合成较稳定的分子，会释放多余的辐射；
- 任何原子都能被波长非常短的辐射所电离，引起电离的辐射波长通常小于 $0.1\mu\text{m}$ 。

(2) 大气分子的选择性吸收(分子光谱)

大气各成分的分子结构决定了大气对辐射的吸收和放射，任何一个单个分子的动能由以下几部分组成：

$$E = E_T(\text{translation}) + E_e + E_v(\text{vibration}) + E_r(\text{rotation})$$

E_T ：平动动能，与分子在空间中的运动有关；

E_e ：原子核轨道运动的电子的能量(动能和静电势能)；

E_v ：原子在分子平均位置周围的振动能量；

E_r ：分子绕其质量中心的转动的能量。

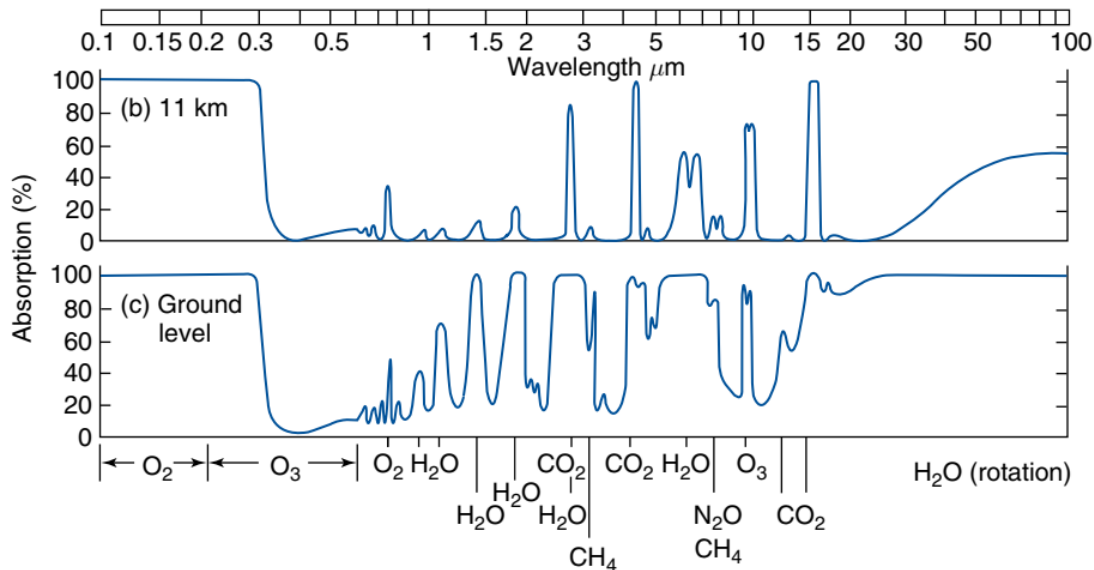
除了分子的平动，其它三种能量都是量子化的。电子轨道，原子振动，分子转动的每一种可能组合，都对应于某一特定的能级。当发生能级跃迁时，就有吸收或发射，能级能量差与入射电磁辐射存在关系 $\Delta E = h\nu$ 。因此气体的吸收或发射谱线是不连续的(line spectra)，这与黑体辐射的光谱不同，黑体辐射光谱是连续的(continuous spectra)。

分子光谱可以分为电子光谱、振动光谱和转动光谱三个部分。在仅有电子能级跃迁时，光谱带在 X 射线、紫外线和可见光部分；在仅有振动能级跃迁时，光谱带在近红外部分；而仅有转动能级跃迁时，光谱带在远红外和微波部分。实际上，分子的转动跃迁常常伴随着振动跃迁，而转动和振动能量的变化又常常伴随着电子能级跃迁，因此实际的分子光谱呈现复杂的结构。

能级跃迁与吸收线中心波长

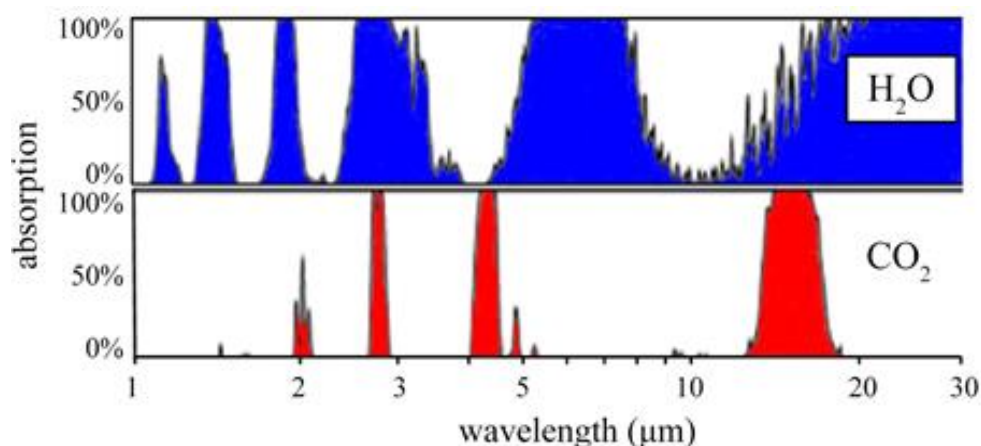
	ΔE_e	ΔE_v	ΔE_r
能量差/eV	1~20	0.05~1	0.0001~0.05
吸收线中心波长/ μm	0.062~1.24	1.24~24.8	24.8~124000

如下图(a)和(b), 当波长 $<0.3\mu\text{m}$ 时, 无论是在对流层顶还是地面, 辐射都被吸收, 这主要是 O_2 和 O_3 的光解和电离所导致, 这样 UV 辐射基本被吸收, 从而使得地球免受 UV 辐射的危害。大部分可见光和近红外光谱在到达对流层顶的时候衰减不明显(大部分波段的吸收率都很低), 但是在经过对流层到达地面以后, 太阳短波辐射在红外部分被 H_2O 和 CO_2 吸收, 但是在可见光波段, 吸收率依然较低, 我们说**大气对可见光波段的太阳辐射是透明的**。在 $8\sim 12\mu\text{m}$, 地球的长波辐射被吸收的很少(除了 $9.6\mu\text{m}$ 处的 O_3), 所以这个波段范围又被称为**大气窗区 (Atmospheric Window)**。另外, 根据图(a)和(b)也可以知道地球的长波辐射也主要在对流层被吸收, 而且大于 $14\mu\text{m}$ 的远红外波段, 地球的长波辐射全部被吸收, 不能透过大气传向空间。



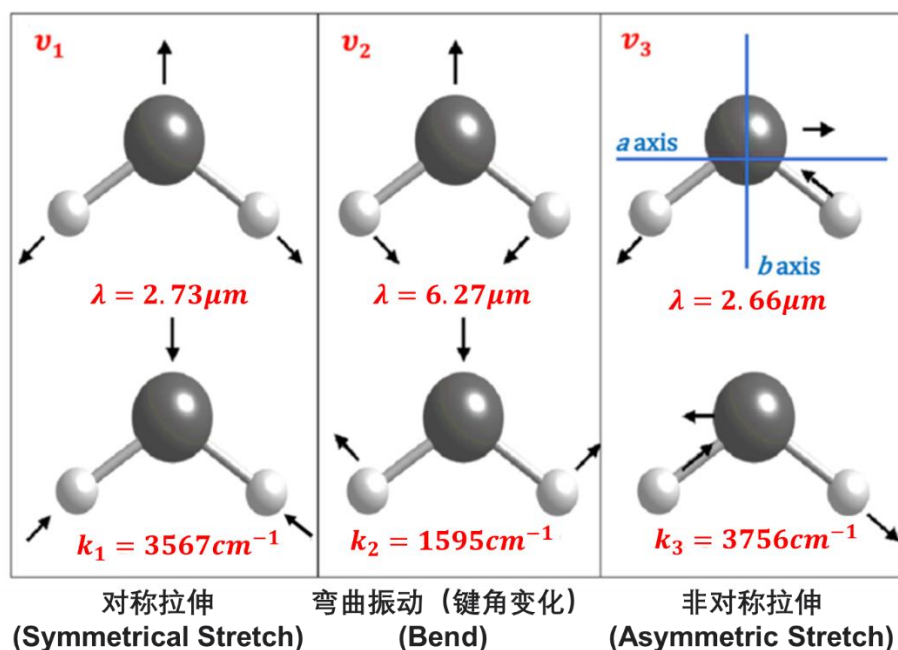
【注】振动的分子必须具有电偶极子结构, 才能与电磁波相互作用, 产生振动动能的能级跃迁。同原子的分子不具有振动偶极矩(电荷分布对称), 所以大气中含量最多的 N_2 , O_2 , 没有振动和转动光谱, 它们的吸收和发射谱主要是由电子轨道跃迁造成, 因而位于紫外和可见光辐射区。

▲ 几种重要气体的典型吸收带

① 水汽(H₂O)

- ☑ 3 个振动吸收带：2.66 μm 、2.73 μm 和 6.27 μm ；
- ☑ 4 个振动-转动吸收带：0.94 μm 、1.1 μm 、1.38 μm 和 1.87 μm ；
- ☑ 转动吸收带：>14 μm 。

水汽分子的三个振动吸收带



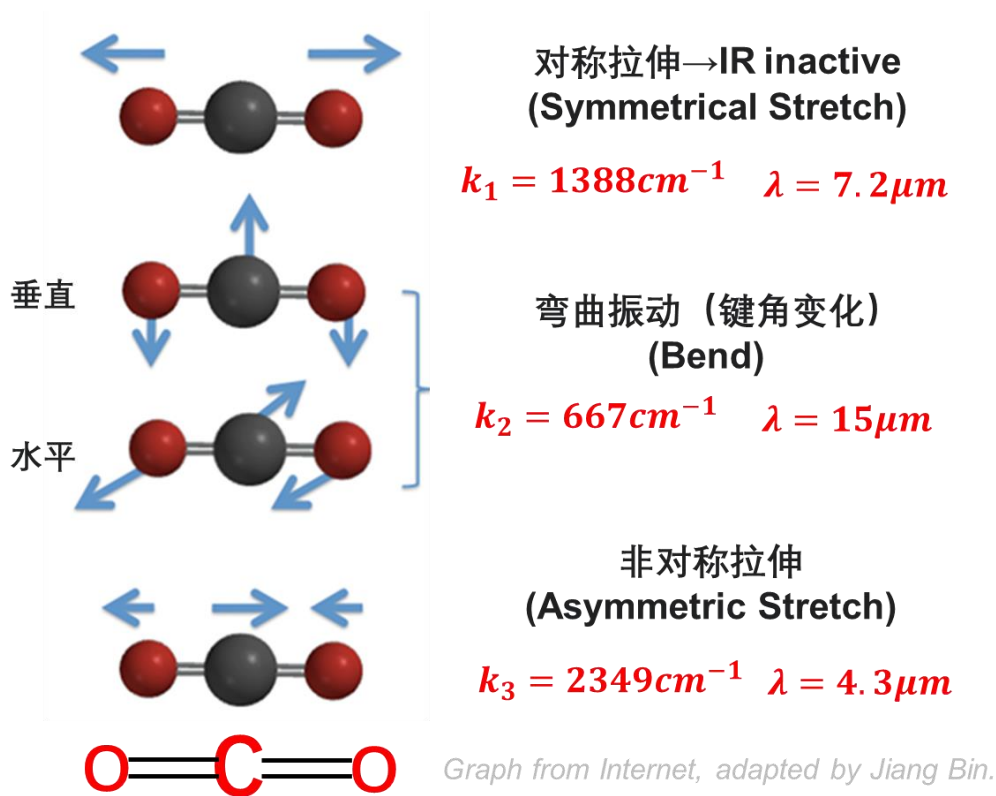
图片来源: https://www.researchgate.net/figure/Three-fundamental-vibrational-modes-of-water-vapor-They-are-denoted-n-1-and-n-3-for-the_fig1_370593801

② 二氧化碳(CO₂)

- ☑ 2 个振动吸收带：4.3 μm 、15 μm ；（由于 CO₂ 分子结构的对称性，两个 O 原子同时向外或向内对称移动，而 C 原子保持相对静止。由于这个过程中电偶极矩没有发生变化，所以不产生明显的吸收带，即在近红外光谱中不活跃——

IR inactive)

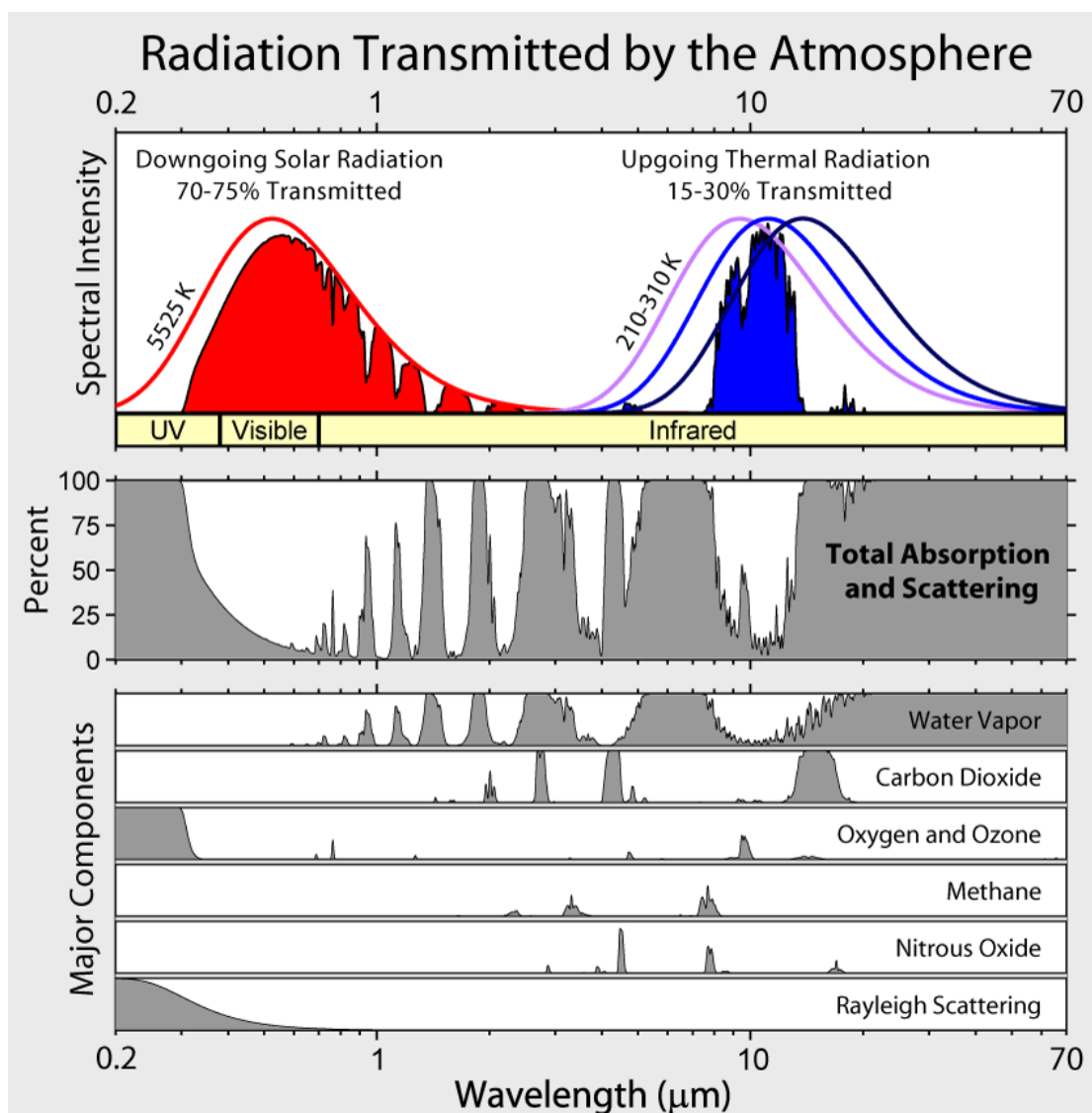
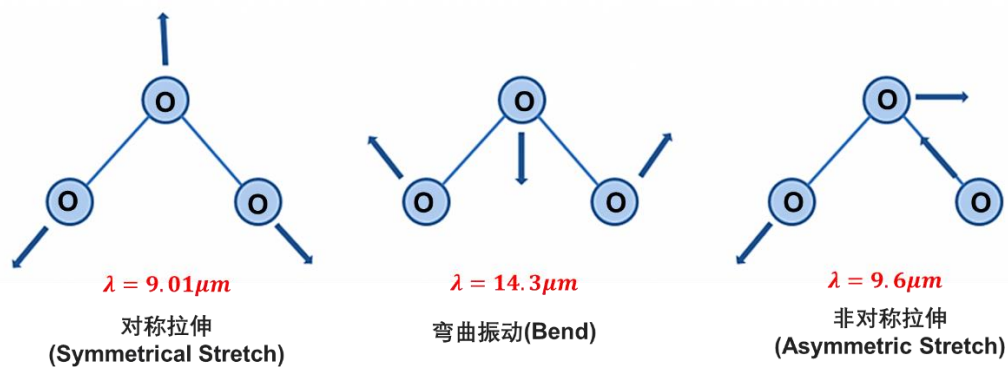
☑ 转动-振动带： $2.7\mu\text{m}$ 。



CO_2 在 $2.7\mu\text{m}$ 与水汽的振动吸收带重合，而太阳辐射在 $4.3\mu\text{m}$ 已经很弱，所以 CO_2 对太阳辐射的吸收一般不专门讨论，对于大气长波，以 $15\mu\text{m}$ 附近的吸收带十分重要。

③ 臭氧(O_3)

O_3 最强的吸收带在小于 $0.3\mu\text{m}$ 的紫外区，在红外区，比较强的吸收带主要由四个波段： $4.7\mu\text{m}$ 、 $9.01\mu\text{m}$ 、 $9.6\mu\text{m}$ 、 $14.3\mu\text{m}$ 。其中后面三个波段属于 O_3 的振动吸收带。其中， $14.3\mu\text{m}$ 波段与 CO_2 的 $15\mu\text{m}$ 波段接近，但是吸收效率没有 CO_2 高（或者说 O_3 的吸收信号被 CO_2 掩盖）； $9.01\mu\text{m}$ 和 $9.6\mu\text{m}$ 两个波段十分接近，常常看成 $9.6\mu\text{m}$ 一个波段；而 $4.7\mu\text{m}$ 相较 $9.01\mu\text{m}$ 和 $9.6\mu\text{m}$ 也比较小，所以我们说 **O_3 最强的红外吸收波段为 $9.6\mu\text{m}$ 。**



10. 辐射能在吸收介质中的传输：布格-朗伯(Bouguer-Lambert)定律

设单色平行定向辐射的辐照度为 E_λ ，经过一有吸收作用的气层 dl 后变成 $E_\lambda + dE_\lambda$ ，由于是被吸收削弱，所以 $dE_\lambda < 0$ ，有：

$$dE_\lambda = -E_\lambda k_{ab,\lambda} dl = -E_\lambda \rho k'_{ab,\lambda} dl$$

设 $l=0$ 处的辐照度为 $E_{\lambda,0}$ ， l 处的辐照度为 $E_{\lambda,l}$ ，则有：

$$E_{\lambda,l} = E_{\lambda,0} e^{-\int_0^l k_{ab,\lambda} dl} = E_{\lambda,0} e^{-\int_0^l \rho k'_{ab,\lambda} dl}$$

上式便是单色辐射的指数衰减定律，它最早由法国的布格(Bouguer)首先于 1729 年由实验发现，而后由德国的朗伯(Lambert)于 1760 在理论上作了研究推导，所以称为布格-朗伯定律，后来德国物理学家比尔(Beer)用其论述了光的吸收定律，并产生了重要影响，故该定律也称**比尔定律**。

▲ 需要指出的是，该定律可适用于任何原因引起的辐射衰减。考虑吸收和散射两者的作用，总衰减系数

$$k_{ex,\lambda} = k_{ab,\lambda} + k_{sc,\lambda} = (k'_{ab,\lambda} + k'_{sc,\lambda}) \rho = k'_{ex,\lambda} \rho$$

▲ 比尔定律的适用条件：吸收粒子彼此独立；入射辐射是平行辐射，且每条射线在吸收介质中通过相同距离；入射辐射应是单色的或入射辐射波宽至少小于吸收跃迁需要的波宽；入射辐射不能使粒子改变平衡态产生感生发射。

11. 辐射传输的有关物理量

(1) 光学厚度(optical depth, optical thickness)

沿辐射传输路径，单位截面上所有吸收和散射物质产生的总削弱，这是一个无量纲量。

$$\delta_{\lambda,l} = \int_0^l k'_{ex,\lambda} \rho dl = \int_0^l k_{ex,\lambda} dl$$

因此 Beer 定律也可以写成 $E_{\lambda,l} = E_{\lambda,0} e^{-\delta_\lambda}$ 。若路径与垂直方向的夹角为 θ ，则垂直光学厚度为： $\delta_{\lambda,z} = \int_0^z k_{ex,\lambda}(z) dz = \int_0^l k_{ex,\lambda}(z) dl \cos \theta = \delta_{\lambda,l} \cos \theta$ 。对于整层大气的垂直光学厚度，则可以表示为 $\delta_\lambda(0) = \int_0^\infty k_{ex,\lambda}(z) dz$ ；高度 z 处的光学厚度为 $\delta_\lambda(z) = \int_z^\infty k_{ex,\lambda}(z) dz$ 。

(2) 光学质量(optical mass)

辐射沿传输路径，在单位截面气柱内所包含的吸收或散射气体的质量。

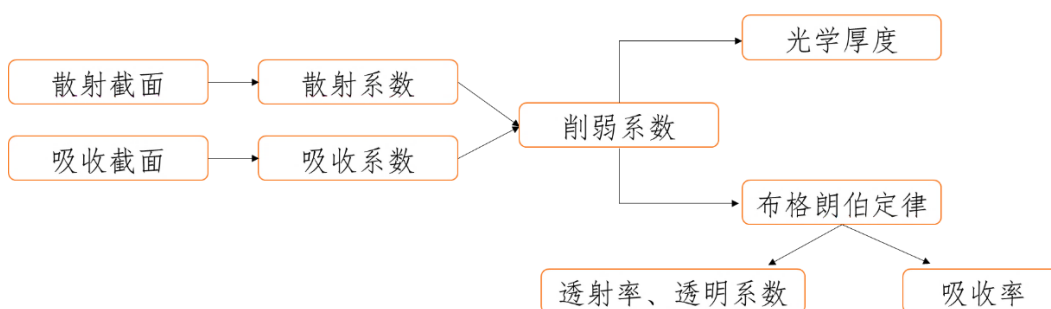
$$u = \int_0^l \rho dl$$

(3) 单色透过率、吸收率和透明系数

通过一段大气的透过率(透射率)，按照定义： $\tau_\lambda = \frac{E_{\lambda,0}}{E_{\lambda,l}} = e^{-\delta_\lambda}$

透过率对整层大气积分，得到透明系数 $P_\lambda = e^{-\delta_\lambda(0)}$

吸收率： $A_\lambda = \frac{E_{\lambda,0} - E_{\lambda,l}}{E_{\lambda,0}} = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\delta_\lambda}$



12. 大气垂直方向上的吸收和发射——权重函数 (Weight Function)

若已知大气密度的垂直分布为 $\rho(z) = \rho(0)e^{-z/H}$ (H 为大气标高)，考虑某种均匀混合的成分，如 CO_2 ，其质量混合比为 w_{CO_2} ，则它的密度分布可以表示为

$$\rho_{\text{CO}_2}(z) = w_{\text{CO}_2} \rho_0 e^{-z/H}$$

从而有体积吸收系数

$$k_{ab,\lambda}(z) = \rho_{\text{CO}_2}(z) k'_{ab,\lambda}(z) = w_{\text{CO}_2} \rho_0 k'_{ab,\lambda} e^{-z/H}$$

假设太阳辐射从大气顶经过 CO_2 吸收后达到高度 z 处，根据比尔定律，满足

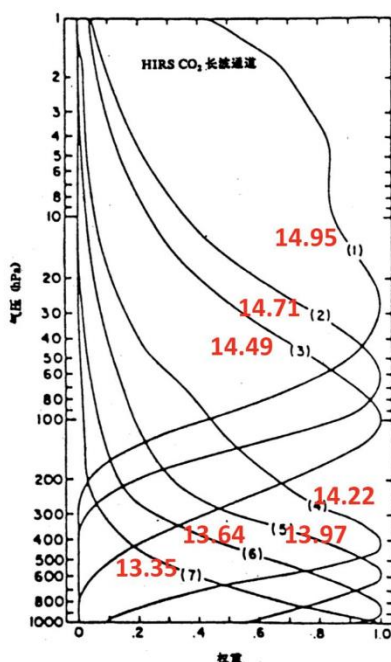
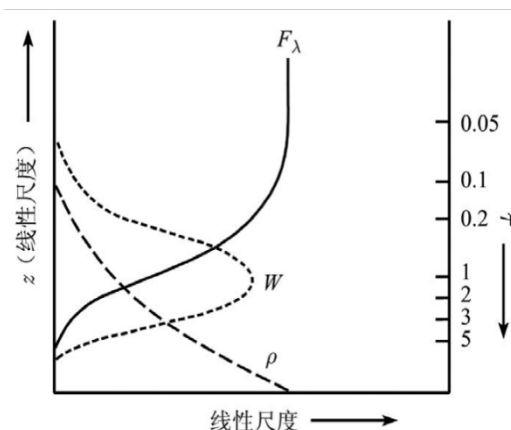
$$F_\lambda(z) = F_\lambda(\infty) e^{-\tau_\lambda(z)}$$

其中

$$\tau_\lambda(z) = \int_z^\infty k_{ab,\lambda}(z) dz = w_{\text{CO}_2} \rho_0 k'_{ab,\lambda} \int_z^\infty e^{-z/H} dz = w_{\text{CO}_2} \rho_0 k'_{ab,\lambda} H e^{-z/H}$$

不同高度 z 处 CO_2 的吸收情况也可以用辐射的变化率表示，即

$$\begin{aligned}
 \frac{dF_{\lambda}(z)}{dz} &= -F_{\lambda}(\infty)e^{-\tau_{\lambda}(z)} \frac{d\tau_{\lambda}(z)}{dz} \\
 &= F_{\lambda}(\infty)e^{-\tau_{\lambda}(z)} w_{\text{CO}_2} \rho_0 k'_{ab,\lambda} e^{-z/H} \\
 &= F_{\lambda}(\infty) \frac{\tau_{\lambda}(z)e^{-\tau_{\lambda}(z)}}{H}
 \end{aligned}$$



其中 $W = \frac{\tau_{\lambda}(z)e^{-\tau_{\lambda}(z)}}{H}$ 称为权重函数(量纲为 $[L^{-1}]$)，它决定了某一种气体在每一层对特定波长的吸收程度，根据该气体在不同波段的权重函数，结合辐射传输方程，可以反演大气的温度廓线。

根据求极值原理，可以得到气体吸收最强的高度：

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{dF_{\lambda}}{dz} \right) = \frac{F_{\lambda}}{H} \frac{d}{dz} \left(\tau_{\lambda}(z) e^{-\tau_{\lambda}(z)} \right) = 0$$

解得 $\tau_{\lambda}(z) = 1$ ，即该成分对特定波长的最强吸收出现在单位光学厚度对应的高度上。

13. 太阳辐射在地球大气中的传播

(1) 太阳常数(Solar Constant)

在日地平均距离 d_0 时，与日光垂直平面上的太阳积分辐照度，用 $\bar{S}_0$ 符号表示。

$$\bar{S}_0 = \int_0^{\infty} \bar{S}_{\lambda,0} \cdot d\lambda$$

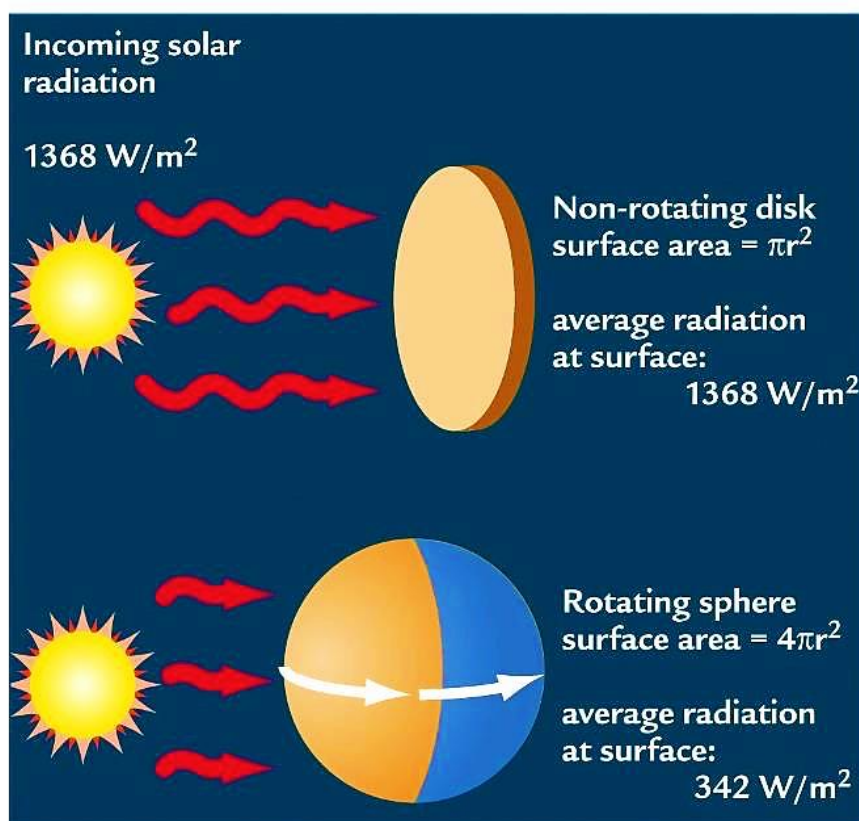
太阳的一些基本参数如下(引自教材《Global Physical Climatology》)

TABLE 2.1 Characteristics of the Sun

Mass	$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Radius	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$
Luminosity	$3.9 \times 10^{26} \text{ W}$
Mean distance from Earth	$1.496 \times 10^{11} \text{ m}$

太阳是一个点辐射源，而日地距离很远，因此可以将地球看做在以太阳为中心、以日地距离为半径的球壳上的一个微面元，所以可以求得地球所在位置，太阳的（积分）辐出度为（即太阳常数）

$$S_0 = \frac{\Phi}{4\pi d_0^2} = \frac{3.9 \times 10^{26} \text{ W}}{4\pi \times (1.496 \times 10^{11} \text{ m})^2} = 1386 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \quad (\text{实际观测为 } 1367 \text{ W/m}^2)$$



▲ 影响太阳常数测算精度的主要因素有两个：一是辐射测量值的绝对定标，另一个是红外和紫外波段大气订正值的精度。

▲ WMO 在 1981 年推荐的太阳常数最佳值为 $1367 \pm 7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

(2) 大气上界的太阳辐射(又称为日射, Solar Insolation)

insolation 是 incident solar radiation 的缩写

不同时刻太阳处于不同的高度, 入射到大气上界水平面上的太阳辐照度为:

$$S'_0 = S_0 \cos \theta = \overline{S_0} d_m^2 (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega)$$

由此计算地球上任意一点大气上界单位面积接收到的太阳辐射能【日总量】为:

$$\begin{aligned} Q_d &= \int_{t_1}^{t_2} S'_0 dt = \int_{t_1}^{t_2} \overline{S_0} d_m^2 (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega) dt \\ &= \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \overline{S_0} d_m^2 (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega) \frac{T}{2\pi} d\omega \\ &= \frac{T}{\pi} \overline{S_0} d_m^2 (\omega_0 \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \sin \omega_0) \end{aligned}$$

上式中各物理量的说明如下:

$d_m = \frac{d_0}{d}$: 修正因子(d_0 : 日地平均距离; d : 日地实际距离)

T : 一般取86400s; $\overline{S_0}$: 太阳常数; φ : 纬度值;

δ : 赤纬角, 黄道面和赤道面的夹角

ω_0 : 时角, 所在经圈与当地正午时刻重合时地球转过的角度

$\cos \omega_0 = -\tan \delta \tan \varphi$

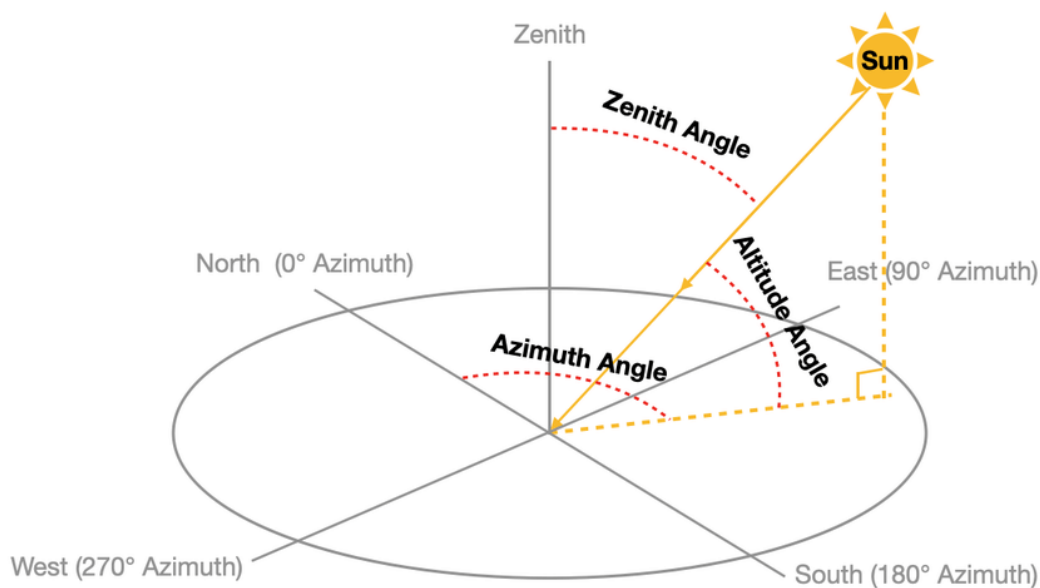
Q_d 的单位为 $J \cdot m^{-2} \cdot d^{-1}$

【注】区别太阳天顶角(Solar Zenith Angle, SZA)、太阳高度角(Solar Altitude Angle)、太阳方位角(Solar Azimuth Angle)

- 太阳天顶角 θ : 太阳光与水平面的法线方向的夹角;
- 太阳高度角 $90^\circ - \theta$: 太阳光与水平面的夹角;
- 太阳方位角 α : 太阳光线在水平面上的投影与正北方向的夹角(有的文献也定义与正南的夹角, 两种方式均可以)。

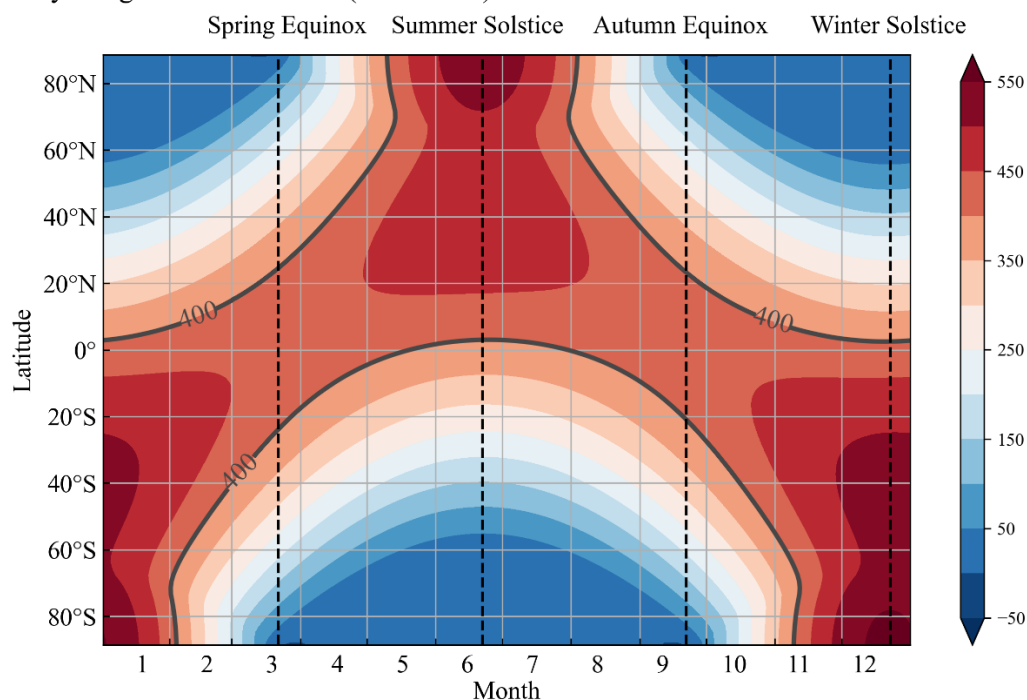
在经度 φ 纬度 λ 处, 某一时刻观测到的太阳天顶角、方位角之间的数学关系:

$$\begin{cases} \cos \theta = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega \\ \cos \alpha = (\sin \delta - \sin \varphi \cos \theta) / \cos \varphi \sin \theta \end{cases}$$



图片来源: https://www.researchgate.net/figure/Schematic-depicting-the-solar-zenith-angle-solar-altitude-angle-and-solar-azimuth-angle_fig2_354755033

Daily Long Term Mean Mean(1991-2020) Downward Solar Radiation Flux at the TOA



(3) 太阳辐射的衰减

太阳辐射进入地球大气以后,由于大气中的各种气体成分会吸收和散射部分太阳辐射能量,造成了太阳直接辐射的衰减(也称削弱、消光)。**吸收过程**是将一部分太阳辐射能量变成气体分子的热能或化学能。**散射过程**则是将一部分辐射能量散发到四面八方,形成散射辐射。其中一部分散射辐射从大

气上界射出,离开了地球大气系统;一部分则到达地面,形成地面散射辐射。

设地球总的体积(距离)衰减系数为 k_λ ,则它的组成成分有:

$$k_\lambda = k_{\lambda,R} + k_{\lambda,P} + k_{\lambda,O} + k_{\lambda,v} + k_{\lambda,a}$$

$k_{\lambda,R}$: 气体分子引起的散射,主要是瑞利散射;

$k_{\lambda,P}$: 气溶胶粒子引起的散射;

$k_{\lambda,O}, k_{\lambda,v}$: 臭氧和水汽吸收引起的衰减;

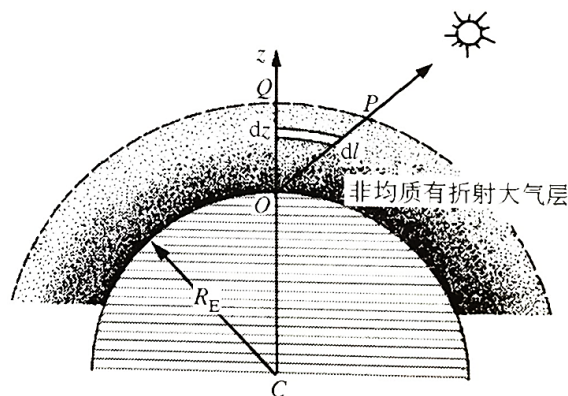
$k_{\lambda,a}$: 其他气体分子引起的衰减,主要是 CO_2 与 O_2 。

于是在地面处,与日光垂直平面上的太阳分光直接辐照度为:

$$\begin{aligned} S_\lambda &= S_{\lambda,0} \exp\left(-\int_0^\infty k_\lambda dl\right) = S_{\lambda,0} \exp\left[-\int_0^\infty (k_{\lambda,R} + k_{\lambda,P} + k_{\lambda,O} + k_{\lambda,v} + k_{\lambda,a}) dl\right] \\ &= S_{\lambda,0} \exp\left[-(\delta_{\lambda,R} + \delta_{\lambda,P} + \delta_{\lambda,O} + \delta_{\lambda,v} + \delta_{\lambda,a})\right] \\ &= S_{\lambda,0} \tau_{\lambda,R} \tau_{\lambda,P} \tau_{\lambda,O} \tau_{\lambda,v} \tau_{\lambda,a} \end{aligned}$$

如果在某些具体问题中还需要考虑其他气体的吸收,则在上式中添加对应气体的衰减系数项即可。

(4) 相对大气质量

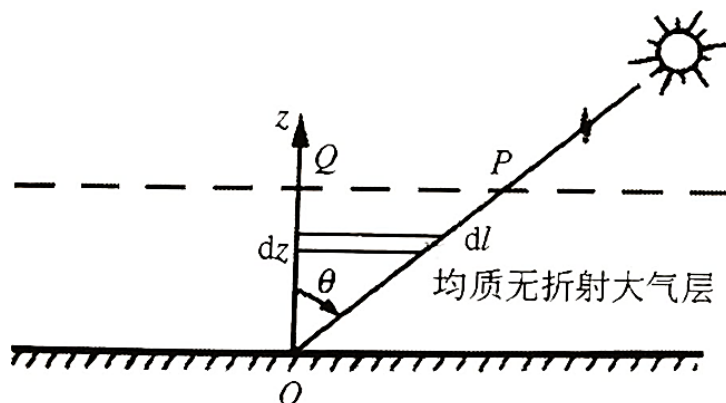


引入相对大气质量的原因: 光学厚度与光的路径相关

定义: $m = \frac{\delta(\theta)}{\delta(0)} = \frac{\int_0^\infty k_\lambda \rho dl}{\int_0^\infty k_\lambda \rho dz}$, 下面考虑特殊情况: 均质无折射的大气层

即 $k_\lambda, \rho = \text{const}$, 且由几何关系, $dl = \sec\theta dz$, 所以相对大气质量为:

$$m = \frac{\delta(\theta)}{\delta(0)} = \sec\theta$$



(5) 地面和大气对太阳辐射的反射

- **地面反照率**: 地表反射的太阳辐射通量与入射的辐射通量的比值。

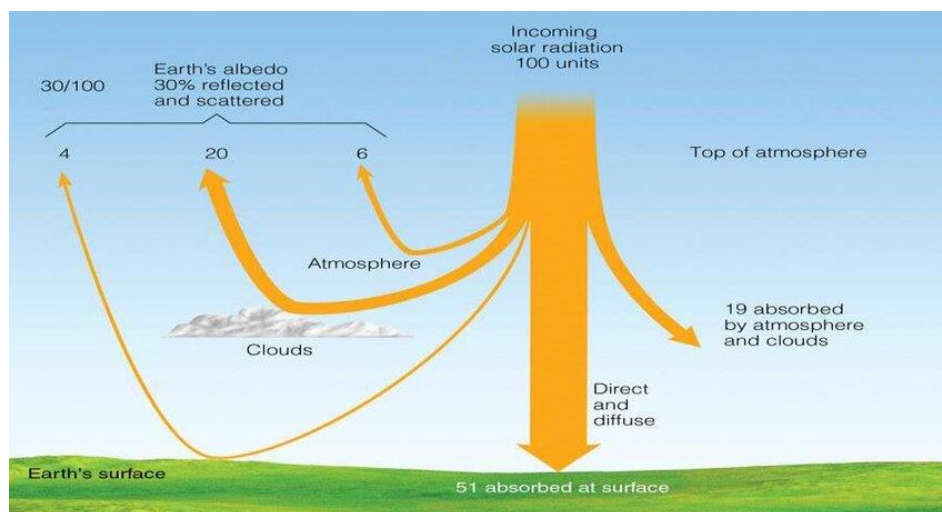
地面状况	水面	阔叶林	草地、沼泽	水稻田	灌木
反照率(%)	6~8	13~15	10~18	12~18	16~18
地面状况	田野	草原	沙漠	冰川、雪被	
反照率(%)	15~20	20~25	25~35	>50	

- **云反照率**

云的种类	反照率(%)
大而厚的积雨云	92
云顶在 6km 以下的小积雨云	86
陆地上的淡积云	29
陆地上的积云和层积云	69
海洋上的厚层云, 云底高度约 0.5km	64
海洋上的厚层积云	60
海洋上的薄层云	42
厚的卷层云, 有降水	74
陆上卷云	36
陆上卷层云	32

- ✓ 云层越厚, 云的含水量越大, 云的反照率越大;
- ✓ 深对流云对太阳光的反射很强;
- ✓ 陆地上的淡积云、卷云等影响不大(反照率稍高于地面);

- ✓ 海洋上的云影响大(反照率远大于海面);
- **行星反照率**: 入射地球的太阳辐射被大气、云和地面(地球-大气系统)反射回宇宙空间的总百分数。全球平均行星反照率一般认为取值为 0.3, 其中云的贡献是最大的(见下图)。



图片来源: https://www.researchgate.net/figure/Total-solar-radiation-on-the-Earth-surface_fig1_377221869

14. 地球-大气系统的长波辐射

- (1) 长波与短波的分界: $4\mu m$, 长波的主要范围: $4\sim 120\mu m$ 。
- (2) 长波辐射在地球大气中的传输特点

长波辐射在大气中的传输是一种漫射辐射,是在无散射但有吸收又有放射的介质中的传输。

(3) 长波辐射规律——施瓦茨恰尔德(Schwarzschild)方程

设一束单色辐射通过层吸收气体介质. 射入的辐亮度 L_λ 沿传播方向经过一段距离 dl 后, 由于吸收作用而使辐亮度变化 $dL_\lambda = -k_{ab,\lambda} L_\lambda dl$, $k_{ab,\lambda}$ 是体积吸收系数. 按吸收率定义, 该薄气层的吸收率应是:

$$A_\lambda = -\frac{dL_\lambda}{L_\lambda} = k_{ab,\lambda} dl$$

根据 Kirchhoff 定律: $\frac{F_\lambda}{A_\lambda} = F_B(\lambda, T) \Leftrightarrow \frac{L'_\lambda}{A_\lambda} = B_\lambda(T)$ (注意这里的 L'_λ 为薄气层的发射辐亮度)

综合考虑吸收和发射后的辐亮度变化应为：

$$dL_{\lambda} = -k_{ab,\lambda}L_{\lambda}dl + L'_{\lambda} = -k_{ab,\lambda}L_{\lambda}dl + k_{ab,\lambda}B_{\lambda}(T)dl$$

在根据垂直光学厚度的表达式： $d\delta = -k_{ab,\lambda}dz$, $dz = dl \cdot \cos\theta$, θ 表示辐射传输方向与天顶角的夹角，常令 $\mu = \cos\theta$ ($\mu > 0$ 表示辐射向上传输， $\mu < 0$ 表示辐射项下传输)，于是可得 *Schwarzschild* 方程

$$dL_{\lambda} = [L_{\lambda} - B_{\lambda}(T)] \frac{d\delta}{\mu} \Leftrightarrow \mu \frac{dL_{\lambda}}{d\delta} = L_{\lambda} - B_{\lambda}(T)$$

【普遍形式的长波辐射方程】

单色辐亮度经过某一气层后(为方便表示,后面省略下标 λ)，会有如下几种过程：

- 气层的吸收使得辐射衰减： $(dL)_a = -k_{ab}Ldl$;
- 气层的散射使得辐射衰减： $(dL)_s = -k_{sc}Ldl$
- 气层的发射使得辐射增强： $(dL)_{em} = k_{em}B(T)dl$
- 气层还可以通过散射过程使得其它各个方向的辐射被散射到所研究的方向，使得辐射增强： $(dL)_{m-sc} = k_{sc}L_sdl$

因此辐射传输方程的普遍形式为

$$dL = (-k_{ab}L - k_{sc}L + k_{ab}B(T) + k_{sc}L_s)dl$$

对长波辐射，不考虑散射，只有气层的吸收和发射： $dL = [-k_{ab}L + k_{ab}B(T)]dl$

对短波辐射，不考虑发射，只有气层的吸收和散射： $dL = (-k_{ab}L - k_{sc}L + k_{sc}L_s)dl$

下面来求解辐射方程的解（为方便表示，省略下标 λ ）：

$$\mu dL = Ld\delta - B(T)d\delta \Leftrightarrow \mu e^{-\delta/\mu} dL = Le^{-\delta/\mu} d\delta - B(T)e^{-\delta/\mu} d\delta$$

↓

$$e^{-\delta/\mu} dL = -Lde^{-\delta/\mu} - B(T)e^{-\delta/\mu} \frac{d\delta}{\mu} \Leftrightarrow d(Le^{-\delta/\mu}) = -B(T)e^{-\delta/\mu} \frac{d\delta}{\mu}$$

要得到大气上界向上的辐射传输，即从地面 δ_0 到大气上界0积分：

$$\int_{\delta_0}^0 d(Le^{-\delta/\mu}) = -\int_{\delta_0}^0 B(T)e^{-\delta/\mu} \frac{d\delta}{\mu} \Leftrightarrow L(0) = L(\delta_0)e^{-\delta_0/\mu} + \int_{\delta_0}^0 B(T)e^{-\delta/\mu} \frac{d\delta}{\mu}$$

上述结果表明，大气上界向上的辐亮度包括两部分：**(1) 地面辐亮度向上经过大气后的透射；(2) 各层大气的辐亮度向上经过大气后的透射。**每一薄层大气的辐

亮度为 $B(T)e^{-\frac{\delta}{\mu}}$ 。

【说明】

- ① 一般来说,地面对长波辐射的吸收率近于常数(0.82-0.99),可把地面当做灰体。

由于地面发射率接近于 1, 也可把地面当做黑体。此时有 $L(\delta_0) = B(T_s)$ 。

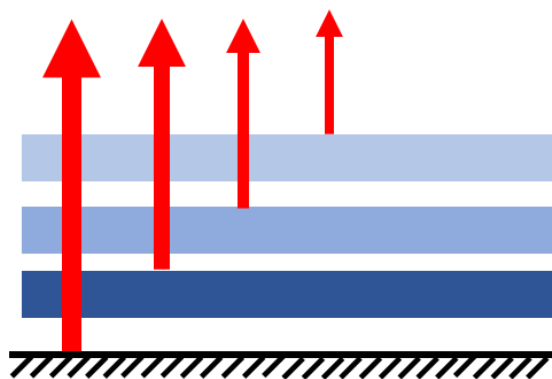
- ② 前面有提到透过率的定义。对于整层大气透过率, 即地面辐亮度经过整层大

气透过后到达大气上界的那部分可以表示为 $\tau_0 = e^{-\frac{\delta_0}{\mu}}$; 光学厚度 δ 的大气层的透过率, 即在光学厚度为 δ 的高度处大气层发射的辐射经过其之上的大气

透射后到达大气上界的那部分可以表示为 $\tau = e^{-\frac{\delta}{\mu}}$, 则上述解又可以写为

$$L(0) = B(T_s)\tau_0 + \int_{\tau_0}^1 B(T)d\tau$$

- ③ 辐射传输方程及其解的一个重要应用是大气的遥感探测。由前面的推导过程可知, 大气中某一气层的气体一方面吸收来及地面及其下层大气放射的辐射, 另一方面又根据自身的温度发射辐射, 这样通过每一层气体的吸收和发射作用, 来自地表和下层大气的辐射逐层向上传输, 因此大气的红外光谱不但和大气温度的垂直分布有关, 而且和吸收气体质量的垂直分布有关, 由此可以反演大气温度廓线以及吸收物质含量随高度的分布。



- ④ 对于长波而言, $8\sim 12\mu\text{m}$ 是大气窗区, 而这恰好与地面长波辐射最强的波段相对应, 从卫星上看, 大气窗区波段的辐射温度最接近地面温度。

(4) 漫射辐射透射率

定义地面向上的辐射通量密度为 E_0 , $E_0 = \pi L_0$, L_0 为辐亮度, 此时地面

向上的辐射通量密度以天顶角 θ 经倾斜路径到达高度 z ，在 z 处的辐射通量密度为 E_z 。定义高度 z 处漫射辐射透射率为： $\tau = \frac{E_z}{E_0}$

15. 地面、大气及地气系统的辐射平衡

(1) 辐射差额的概念：辐射收入—辐射支出

(2) 地球大气的温室效应

① 无温室效应下，地球达到辐射平衡时的平衡温度计算：

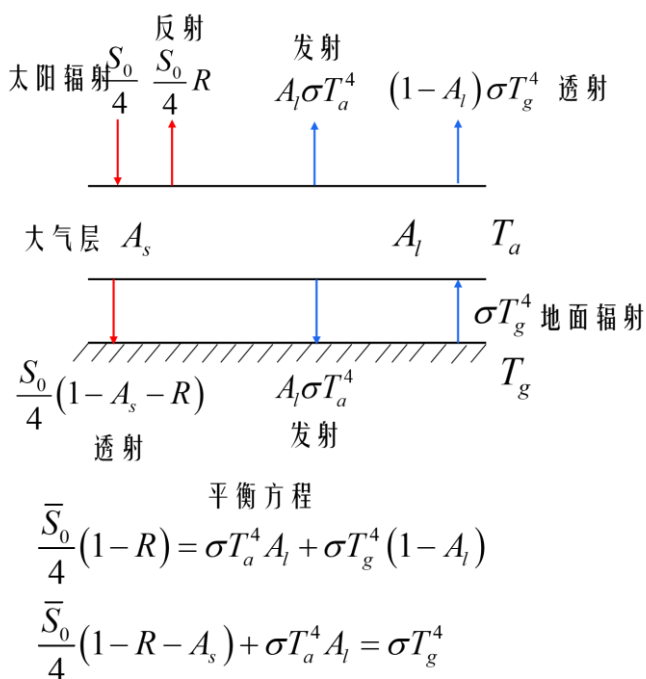
设地气系统是一个半径为 r 的、可视为黑体的球，其行星反照率为 R ，有效温度为 T_e ，在地气系统达到辐射平衡时(辐射收入=辐射支出)，有：

$$\bar{S}_0 \pi r^2 (1-R) = 4\pi r^2 \sigma T_e^4$$

解得此时的环境温度为： $T_e = \left[\frac{\bar{S}_0 (1-R)}{4\sigma} \right]^{1/4}$

取 $\bar{S}_0 = 1367 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, $R = 0.3$ ，有 $T_e \approx 255 \text{ K} (-18^\circ \text{C})$

② 实际的辐射平衡方程



图片制作: Mr.Bean

(地面和大气顶均达到辐射平衡)

(3) 地面的辐射差额(净辐射通量密度)

指水平面上太阳短波净辐射通量密度和长波净辐射通量密度之和

$$E_0^* = E_{s,0}^* + E_{l,0}^*$$

① 太阳短波净辐射通量密度—— $E_{s,0}^* = E_{s,0}^\downarrow - E_{s,0}^\uparrow$

$E_{s,0}^\downarrow$: 太阳直接辐射和天空散射辐射的总和

$$E_{s,0}^\uparrow = S_0 \cos \theta + E_d^\downarrow$$

$E_{s,0}^\uparrow$: 地面对入射短波辐射的反射(地面反射率为 R_g)

$$E_{s,0}^\uparrow = R_g E_{s,0}^\downarrow$$

$$\text{所以 } E_{s,0}^* = E_{s,0}^\downarrow - E_{s,0}^\uparrow = (1 - R_g) E_{s,0}^\downarrow$$

② 长波净辐射通量密度—— $E_{l,0}^* = E_{l,0}^\downarrow - E_{l,0}^\uparrow$

$E_{l,0}^\downarrow$: 来自整层大气的辐射, 包括: 大气本身的热辐射(1~2km 内的水汽和 CO_2)

和云的热辐射, 又叫大气的逆辐射, 它没有显著的日变化。

$E_{l,0}^\uparrow$: 包括地面发射的长波辐射和地面反射的部分大气逆辐射(设地面的温度 T_g , 比辐射率 ε_g)

$$E_{l,0}^\uparrow = \varepsilon_g \sigma T_g^4 + (1 - \varepsilon_g) E_{l,0}^\downarrow$$

地面长波净辐射为: $E_{l,0}^* = E_{l,0}^\downarrow - [\varepsilon_g \sigma T_g^4 + (1 - \varepsilon_g) E_{l,0}^\downarrow] = -\varepsilon_g (\sigma T_g^4 - E_{l,0}^\downarrow)$ 。一般情况下, $E_{l,0}^\downarrow < E_{l,0}^\uparrow$, 即 $E_{l,0}^* < 0$, 也就是说地面净长波辐射的作用是使地面冷却。

▲ 地面有效辐射的定义: 地面向上的长波辐射和大气逆辐射之差

$$\text{▲ } E_0 = E_{l,0}^\uparrow - E_{l,0}^\downarrow = -E_{l,0}^* = \varepsilon_g (\sigma T_g^4 - E_{l,0}^\downarrow)$$

E_0 的范围约在68.79~149.56 $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ 之间。在晴朗干燥的夜间, 地面有效辐射大, 地面降温厉害, 所以霜冻往往发生在晴夜。云层能增强大气的逆辐射, 使地面有效辐射减小。

▲ 地面的辐射差额可写为:

$$E_0^* = E_{s,0}^* + E_{l,0}^* = E_{s,0}^\downarrow (1 - R) - \varepsilon_g (\sigma T_g^4 - E_{l,0}^\downarrow) = E_{s,0}^\downarrow (1 - R) - E_0$$

第五章 云和降水物理学基础

1. 云的不同分类

(1) 国际分类

3 族：低、中、高

10 属：

Cumulonimbus (Cb)、Cumulus (Cu)、Stratocumulus (Sc)、Stratus (St)、Nimbostratus (Ns)

Alto cumulus (Ac)、Altostratus (As)

Cirrostratus (Cs)、Cirrus (Ci)、Cirrocumulus (Cc)

(2) 云和降水物理中的分类

基于 **动力** 特征：对流云(积状云)、层状云；

基于 **温度** 特征：暖云、冷云；

基于 **云粒子的相态** 特征：水云、冰云、混合云。

▲ 暖云与冷云的降水机制：

① 暖云：碰并生长；

② 冷云：贝吉龙过程(温度低于 0°C 且过冷却水滴、冰晶、水汽共存的云区，而

$e_{si} < e_s$ ，当云中的水汽压处于冰面和水面饱和值之间时，水汽在冰晶上凝华而使冰晶长大，而水滴会不断蒸发变小或消失，形成冰晶“夺取”水滴的水分和原来云中水汽的冰水转化过程)

2. 云雾生成的宏观条件

水汽由未饱和达到饱和而生成云雾有两条途径：增加空气中的水汽和降温。

▲ 上升气流和充足的水汽是云生成的必要条件

3. 雾形成的原因及种类

(1) 由于辐射降温生成**辐射雾**；

(2) 暖湿空气移到冷表面时，空气降温而生成**平流雾**；

(3) 冷空气到达暖湿表面(例如水面)，空气补充了水汽生成**蒸发雾**；

- (4) 降水在地面蒸发,使地面附近的空气补充水分,生成**雨区雾和锋面雾**;
- (5) 由于饱和水汽值和温度并不呈线性关系,当两团温度不同,而都接近于饱和的空气混合后,可能达到饱和,从而生成**混合雾**.

4. 与降水有关的宏观特征

- (1) **含水量**: 单位体积云体内水凝物质量, 单位 $g \cdot cm^{-3}$ 、 $g \cdot m^{-3}$;

▲ 对流云含水量平均值约为每立方米几克的数量级, 最大可超过 $10g \cdot m^{-3}$.

- (2) **可降水量**: 单位面积的整个云柱体内所含液(固)态水总量, 单位 mm

▲ 层状云中的可降水量较小, 例如我国南岳观测的层积云中的总含水量仅约 0.02~0.1 mm.

- (3) **云中水分循环次数**: 水汽不断由云底输入以维持一次降水过程, 故降水量大于可降水量, 且云中的云中液(固)态水存在有效更新次数, 称为云中水分

循环次数, 表示为 $n = \frac{W_{\text{降水}}(\text{降水量})}{W_{\text{云水}}(\text{云的可降水量})}$

- (4) **降水效率**: 输入云中的水分并不全以降水的形式分离出来(包括夹卷、湍

流、下落过程中的蒸发), 定义降水效率为 $\eta = \frac{W_{\text{降水}}}{W_{\text{入云}}}$ ($W_{\text{入云}}$ 表示由上升气流输

送入云的水汽经凝结形成的云中总液(固)态水量)

5. 云雾降水的微观特征描述

(1) 尺度档描述粒子的尺度分布

设 r 为粒子半径, 单位体积内第 i 档尺度间隔和数密度分别为 Δr_i 和 ΔN_i , 则

$$n_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta r_i}$$

n_i 表示第 i 档单位体积单位尺度间隔中的粒子数 ($\text{个} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \mu\text{m}^{-1}$).

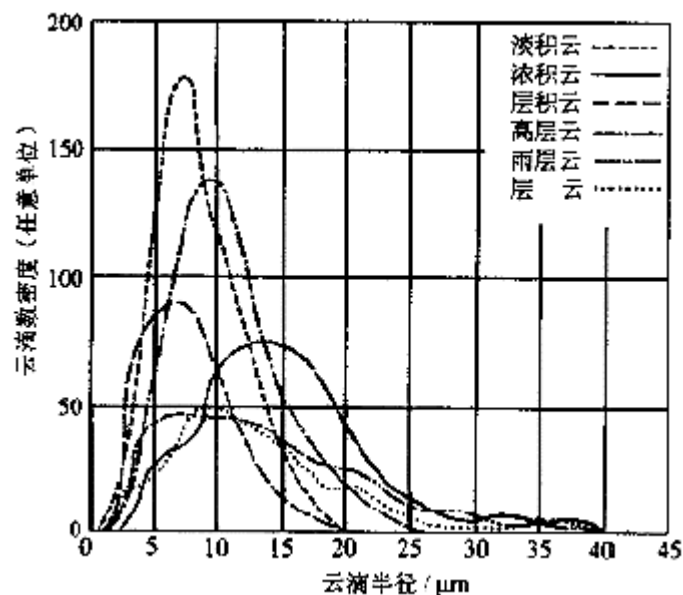
(2) 数密度分布函数

$$dN = n(r)dr$$

(3) 尺度分布特性

平均半径	$\bar{r} = \frac{\int_0^{\infty} rn(r)dr}{\int_0^{\infty} n(r)dr} = \frac{\int_0^{\infty} rn(r)dr}{N}$
方差	$\sigma^2 = \frac{\int_0^{\infty} (r - \bar{r})^2 n(r)dr}{\int_0^{\infty} n(r)dr} = \frac{\int_0^{\infty} (r - \bar{r})^2 n(r)dr}{N}$
众数半径	$\left[\frac{dn(r)}{dr} \right]_{r_{\text{mode}}} = 0, \text{ 数密度的局地最大值}$
中值半径	$\int_0^{r_{\text{mod}}} n(r)dr = \frac{N}{2}$
体积平均半径	$r_v^3 = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} r^3 n(r)dr$
有效半径	$r_e = \frac{\int_0^{\infty} r^3 n(r)dr}{\int_0^{\infty} r^2 n(r)dr}$

(4) 云雾滴谱分布



① 修正的Γ函数

$$n(r) = ar^{\alpha} \exp(-br^{\nu})$$

该式中有 a, b, μ, ν 四个大于零的控制参量, 比较复杂, 一般采用简化后的
 赫尔基安-马津公式: $n(r) = ar^2 \exp(-br)$ (就是取 $\alpha = 2, \nu = 1$), 此时有如下关
 系:

$$N = \int_0^{\infty} n(r) dr = \frac{2a}{b^3}, \quad \bar{r} = \frac{\int_0^{\infty} rn(r) dr}{N} = \frac{3}{b}$$

② 对数正态分布函数

$$n(r) = \frac{N}{\sqrt{2\pi r \ln \sigma_g}} \exp\left(-\frac{(\ln r - \ln r_g)^2}{2 \ln^2 \sigma_g}\right)$$

控制参量为 r_g, σ_g 分别称为几何平均半径和几何标准差

6. 云滴粒子的均质核化

- (1) **概念:** 空气非常纯净, 没有杂质和离子, 凝结或凝华过程只能靠水汽分子自身聚合才能实现.
- (2) **特点:** 发生水汽到水滴的相变过程, 系统自由能会变化, 主要包括系统**体积自由能变化**、**表面自由能的增加**.

(3) 吉布斯自由能变化的推导

▲ 化学势: 1mol 物质的吉布斯函数

根据均质核化的特点, 生成一个水滴胚胎时吉布斯函数的变化为:

$$\Delta G = (\mu_l - \mu_v) dn + \sigma dA$$

式中 μ_l 和 μ_v 分别表示液相和汽相物质的化学势, 当 $\mu_l = \mu_v$ 时, 表示汽-液系统处于相变平衡状态; $\mu_l < \mu_v$ 表示过饱和, $\mu_l > \mu_v$ 表示未饱和. dn 表示参与相变物质的摩尔数, dA 表示表面积的增加, σ 表示水的单位表面积自由能.

假设水滴胚胎为一个半径为 r 的均匀球体, 则:

$$dA = 4\pi r^2, dn = \frac{m_w}{M_w} = \frac{\rho_w V}{M_w} = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{\rho_w}{M_w}$$

将其代入 ΔG 的表达式, 有:

$$\Delta G = (\mu_l - \mu_v) \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \frac{\rho_w}{M_w} + 4\sigma\pi r^2$$

物质的化学势一般不易测量，上述方程可以进一步化简。根据化学势定义，有 $d\mu = dG_m = V_m dp + S_m dT$ （注：下标 m 表示单位 mol，因此有 $pV_m = R^*T$ ，此处的 R^* 即为普适气体常数），等温下积分，得到

$$\int_{p_0}^p d\mu = \int_{p_0}^p \frac{R^*T}{p} dp \Leftrightarrow \mu_2(T, p) - \mu_1(T, p_0) = R^*T \ln \frac{p}{p_0}$$

于是当过饱和水汽由状态 (T, e) 等温地转变到平衡态 (T, e_{s0}) （下标 $s0$ 表示平面

纯水情形）时，化学势的变化为 $\mu_v(T, e) - \mu_v(T, e_{s0}) = R^*T \ln \frac{e}{e_{s0}}$ ，而达到相变平

衡时，又有 $\mu_v(T, e_{s0}) = \mu_l(T, e_{s0})$ ，所以 $\mu_v(T, e) - \mu_l(T, e_{s0}) = R^*T \ln \frac{e}{e_{s0}}$ ，从而 ΔG

的最终表达式为：

$$\Delta G = 4\sigma\pi r^2 - \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\rho_w}{M_w} \cdot R^*T \ln \frac{e}{e_{s0}} = 4\sigma\pi r^2 - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_w R_v T \ln \frac{e}{e_{s0}}$$

▲ 临界半径的计算： $\left. \frac{\partial \Delta G}{\partial r} \right|_{r^*} = 0$

▲ 表面自由能与表面张力的区别和联系

表面自由能是指等温、等压、保持组成不变的条件下，可逆地增加单位表面积时，体系吉布斯自由能的增值。表面张力指的是液体表面层由于分子引力不平衡而产生的沿表面作用于任一界线上的张力。表面自由能的单位是 J/m^2 ，而表面张力的单位是 N/m 。

表面自由能和表面张力都反映了表面分子受力不均匀的情况，两者的数值相同，量纲相同。

(4) 开尔文(Kelvin)方程

由 $\left. \frac{\partial \Delta G}{\partial r} \right|_{r^*} = 0$ ，临界半径下弯曲液面上平衡水汽压与温度和曲率的关系为：

$$\ln \frac{e_{sr}}{e_{s0}} = \frac{2\sigma}{\rho_w R_v T r^*} \Leftrightarrow e_{sr} = e_{s0}(T) \exp\left(\frac{2\sigma}{\rho_w R_v T} \cdot \frac{1}{r^*}\right)$$

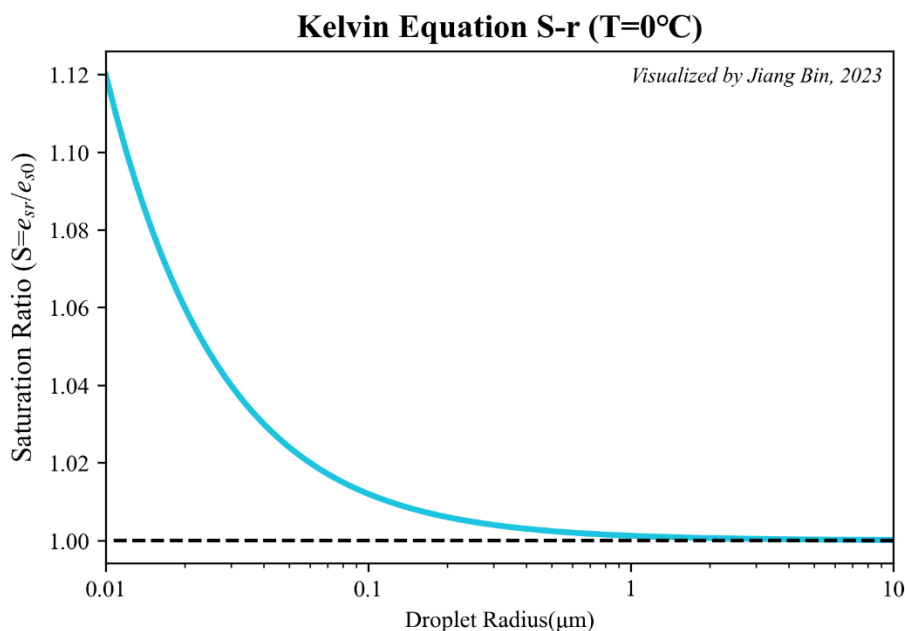
其中 e_{sr} 代表半径为 r 的纯水滴表面饱和水汽压, $e_{s0}(T)$ 代表纯水在平液面上的饱和水汽压。弯曲液面上的平衡水汽压高于同温度下平液面上的饱和水汽压, r 越小, 要求过饱和度越大, 我们把 $S = e_{sr}/e_{s0}$ 称为饱和比。

令 $C_r = \frac{2\sigma}{\rho_w R_v T}$, 取 $T = 273K$, $\sigma = 75.6 \times 10^{-3} \text{ N/m}$, $R_v = 461.5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, 可得

到 $C_r = 1.2 \times 10^{-3} \mu\text{m}$, 所以当 $r \gg 10^{-3} \mu\text{m}$ 是, 开尔文方程可简化为:

$$e_{sr} = e_{s0}(T) \left(1 + \frac{C_r}{r^*}\right)$$

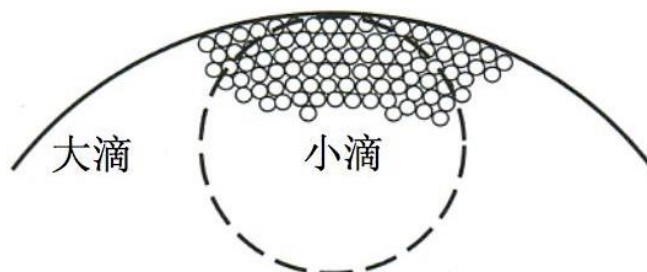
括号中的 $\frac{C_r}{r^*}$ 项可看作因水滴曲率而对平衡水汽压的修正。水滴尺度越小, 曲率越大, 要求的平衡水汽压越高。下图和表格表明, 当粒子的半径小于 $1 \mu\text{m}$ 时, 便需要考虑曲率效应。



$r / \mu\text{m}$	0.001	0.01	0.1	1	10
$S = e_r / e_s$	3.23	1.125	1.012	1.0012	1.0001

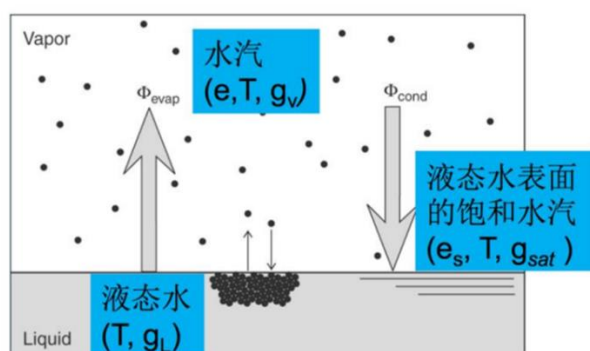
▲ 平衡水汽压与水滴半径的关系 (T=0°C)

开尔文方程的物理解释为：相对于平面，弯曲表面的水分子受到的其它水分子对它的吸引力更小，因此更容易变成气态而使表面的饱和水汽压升高。但是，球形纯净水滴与水汽的平衡为不稳定平衡。假如水滴失去一个分子，则饱和水汽压升高，水滴蒸发。假如水滴得到一个分子，则水汽压降低，水滴增长。



▲ 开尔文方程的另一中推导

接着第三章《大气热力学基础》([点击查看对应内容](#))讨论水相平衡的思路继续讨论。已知在前面讨论中，水汽与平面纯水系统的相平衡有下图的关系。



相平衡(phase equilibrium):

$$e = e_s$$

$$g_v = g_L$$

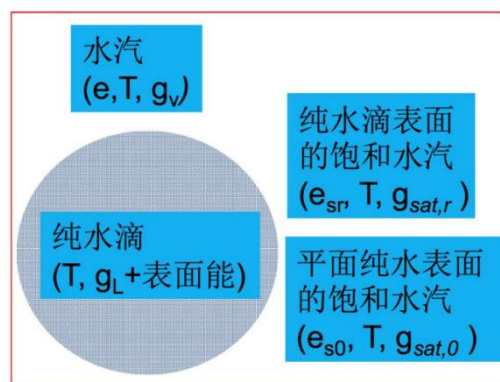
非相平衡(non-equilibrium):

$$e \neq e_s$$

$$g_v \neq g_L$$

$$g_L = g_{sat}$$

在热力学部分讨论第一定律时，我们只考虑了系统的体积功，实际上，在云滴和冰晶的形成和增长过程中，系统(水汽+云滴，或者水汽+冰晶，或者液态水+冰晶)除了体积功之外还有其它方式的功，即产生新的表面积，从而以形成表面能的方式做功。因此热力学第一定律中多了表面能这一项。这时，水滴的吉布斯自由能包括两部分体积自由能、表面能。如右图所示，同温度下，纯净水滴总是与平面纯水的饱和水汽具有相同的体积自由能，即 $g_L = g_{sat,0}$ ，类比水汽与平面纯水系统，



纯水滴总是与其表面的饱和水汽具有相同的吉布斯自由能，即 $g_L + \text{表面能} = g_{sat,r}$ ，
则达到相平衡时，应有关系

$$e = e_{sr}, g_v = g_{sat,r}$$

考虑表面能后，热力学第一、二定律以及吉布斯自由能的表达式将都有所变化：

$$\delta Q = dU + pdV + \sigma dA$$

$$TdS = dU + pdV + \sigma dA$$

$$dG = d(U + pV - TS) = Vdp - TdS - \sigma dA$$

假设参与相变的水的质量为 Δm ，吉布斯自由能的变化又可以写成：

$$\begin{aligned} dG &= \Delta m(\alpha dp - Tds) - \sigma dA = \Delta mdg - \sigma dA \\ G_v - G_L &= \Delta m(g_v - g_L) - \sigma \Delta A \end{aligned}$$

σdA 前面的符号取决与相态的转化方向，上式中为液相向气相转换，所以表面能应该要减少，前面为负号。上式也表明，对于纯水滴与水汽构成的系统，两相之间转化时吉布斯自由能的变化，与体积自由能和表面能的变化有关。

又因为

$$g_v - g_L = g_v - g_{sat,0} = R_v T \ln \frac{e}{e_{s0}}$$

考虑在由液相向气相转化时，水滴的粒子半径由 $r + \Delta r$ 减小为 r ，于是可以得到水的减少量以及表面积的减少量分别为：

$$\Delta m = \rho_w \cdot 4\pi r^2 \Delta r, \Delta A = 4\pi \left[(r + \Delta r)^2 - r^2 \right] = 8\pi r \Delta r \quad (\text{忽略二阶小量 } \Delta r^2)$$

于是

$$\Delta G = G_v - G_L = \rho_w \cdot 4\pi r^2 \Delta r \cdot R_v T \ln \frac{e}{e_{s0}} - \sigma 8\pi r \Delta r$$

相态平衡时，有 $\Delta G = 0, e = s = e_{sr}$ ，于是得到

$$\ln \frac{e_{sr}}{e_{s0}} = \frac{2\sigma}{\rho_w R_v T} \cdot \frac{1}{r} \Leftrightarrow e_{sr} = e_{s0} \exp\left(\frac{C_r}{r}\right) \left(C_r = \frac{2\sigma}{\rho_w R_v T} \right)$$

同样的，当 $r \geq 10^{-3} \mu m$ 时，进行泰勒展开，有 $\frac{e_{sr}}{e_{s0}} = 1 + \frac{C_r}{r} \Leftrightarrow e_{sr} = e_{s0} \left(1 + \frac{C_r}{r} \right)$

(5) 云滴均质核化率

单位时间、单位体积中形成活化核的数目称为活化率、核化率或成核率.如果核化率很低,就不会形成宏观上的云雾

按照玻尔兹曼分布律,单位体积中具有临界半径 r^* 的水滴胚胎数为

$$n_g^* = n_0 \exp(-\Delta G^*/kT)$$

其中 n_0 为饱和水汽条件下单位体积中水汽分子数. 实际上具有临界半径 r^* 的水滴胚胎只需再捕获一个水汽分子便可活化, 因此核化率 J' 应和水滴胚胎的表面积 $4\pi r^2$ 及单位面积上的分子碰撞率 $e/\sqrt{2\pi m_w kT}$ 成正比, 即:

$$J' = \frac{n_0 e \cdot 4\pi r^2}{\sqrt{2\pi m_w kT}} \exp(-\Delta G^*/kT)$$

(6) 结论

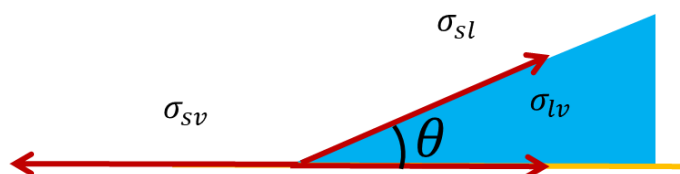
S	2	3	4	5	6
$J/(\text{个}\cdot\text{cm}^{-3}\cdot\text{s}^{-1})$	1.9×10^{-112}	7.0×10^{-31}	1.1×10^{-10}	7.5×10^{-2}	6.0×10^3
r^*/cm	1.9×10^{-7}	1.2×10^{-7}	9.3×10^{-8}	8.0×10^{-8}	7.2×10^{-8}

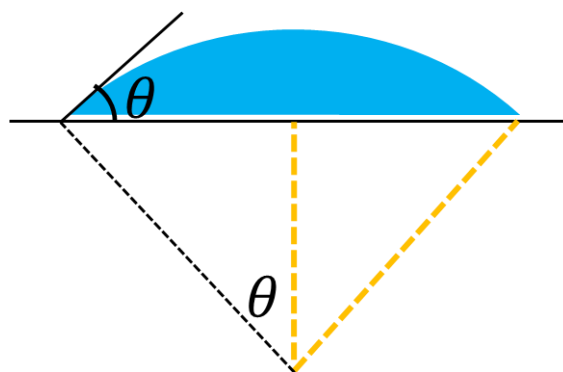
▲ 水滴均质核化率的计算结果(-12°C)

由此可知, 实际大气中几乎不存在均质核化

7. 云滴粒子异质核化

- (1) 概念: 水汽在气溶胶粒子和离子上的汽-粒转化;
- (2) 不可溶性粒子的成核作用





▲ 表面张力平衡示意图

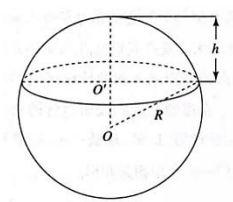
设 $\sigma_{sv}, \sigma_{lv}, \sigma_{sl}$ 分别表示固-汽、液-汽、固-液的界面自由能，它们之间满足：

$$\sigma_{sv} = \sigma_{sl} + \sigma_{lv} \cos \theta$$

当水在平面基底形成一个半径为 r 的球冠后，系统的自由能改变为：

$$\Delta G = (\mu_l - \mu_v) \frac{\rho_w V_l}{M_w} + \sigma_{lv} A_{lv} + (\sigma_{sl} - \sigma_{sv}) A_{sl}$$

上式中： V_l 为球冠的体积， A_{lv} 为球冠表面积， A_{sl} 为接触面积，由几何关系



$$V_l = \frac{1}{3} \pi r^3 (2 - 3 \cos \theta + \cos^3 \theta)$$

$$A_{lv} = 2\pi r^2 (1 - \cos \theta)$$

$$A_{sl} = \pi r^2 (1 - \cos^2 \theta)$$

于是 $\Delta G = \left[\frac{4}{3} \pi r^3 (\mu_l - \mu_v) \frac{\rho_w}{M_w} + 4\pi r^2 \sigma_{lv} \right] \frac{2 - 3 \cos \theta + \cos^3 \theta}{4}$ ，同样的对 r 求导，

可以求得 $\Delta G^* - r^*$ 的函数关系为：

$$\Delta G^* = \frac{4}{3} \pi r^{*2} \sigma_{lv} f(\cos \theta)$$

其中 $f(\cos \theta) = \frac{2 - 3 \cos \theta + \cos^3 \theta}{4}$ ，与均质核化表达式相比， $f(\cos \theta)$ 为多出

的因子，也就是说，在 θ 较小时， ΔG^* 的值可以大大减小

▲ 自然界中不可溶性粒子成核是否是普遍的呢？——不是

① Fletcher 证明， $f(r, \cos \theta) > f(\infty, \cos \theta)$ ，所以凸面基底上成核也是很困难的；

- ② 考虑当 $\theta = 0^\circ$, $f(\cos \theta) = 0$, 液滴与基底平面完全浸润, 即在基底平面上形成液核所需要的自由能的变化为零, 此时根据开尔文方程有:

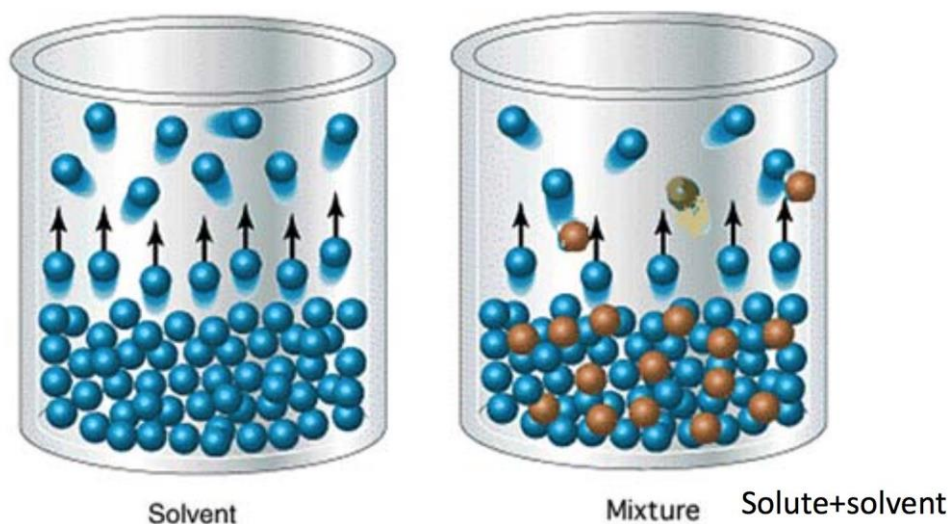
$$\Delta S^* = \frac{e_r - e_s}{e_s} = \frac{C_r}{r^*} \approx \frac{1.2 \times 10^{-3}}{r^*}$$

当 $\Delta S^* = 1\%$ 时, 计算得出 $r^* = 0.12 \mu\text{m}$, 而实际观测到的该过饱和度下的云核半径为 $0.01 \mu\text{m}$, 因此可以说, 在自然云形成期间, 大部分云滴不是在不可溶粒子上生成的。

8. 可溶性粒子的成核作用

- (3) 大气中的可溶性粒子具有**吸湿性**, 其质量虽然随着相对湿度的增加而增加, 但仍维持固体粒子状态; 一旦环境相对湿度达到某临界值, 它们会自发吸收水汽而形成**饱和溶液滴**, 这临界值称为**潮解相对湿度(Deliquescence Relative Humidity, DRH)**。

(4) 溶质的存在会降低相平衡时的饱和水汽压



当纯水中加入溶质 (如大气气溶胶) 后, 溶质溶于水会与水分子发生作用, 从而使得在同样温度下水面进入空气中的水分子减少, 从而起到降低溶液表面饱和水汽压的作用——这与开尔文曲率效应是相反的。

(5) 理想溶液的拉乌尔(Raoult)定律

$$e_{sol} = e_{s0}(T) \frac{N}{N+n}$$

上式中 e_{sol} 为溶液在平液面时的平衡水汽压, $e_{s0}(T)$ 纯水在平液面时的平衡水汽压, N, n 分别表示溶液中水(溶剂)和可溶性盐(溶质)的摩尔数.

▲ 非理想溶液的情形——引入范德霍夫(Van't Hoff)因子 i

$$e_{sol} = e_{s0}(T) \frac{N}{N+in}$$

当溶液浓度足够大时, i 可以小于一个溶质分子离解时产生的离子数(估算时可以取等号). 当溶液较稀时, 由于溶质摩尔数 n 较小, 故上式又可简化为:

$$e_{sol} = e_{s0}(T) \left(1 - \frac{in}{N}\right)$$

(6) 寇拉(Köhler)方程和寇拉曲线

考虑实际大气中的液滴粒子, 对于半径为 r 的溶液滴, 其平衡水汽压为 e_s , $e_{s0}(T)$ 则对应为纯水滴的平衡水汽压为 e_{sr} . 设溶液滴所含盐和水的质量分别为 m_1, m_2 , 摩尔质分别为 M_1, M_2 , 则有 $n = \frac{m_1}{M_1}, N = \frac{m_2}{M_2}, m_2 = \rho_w \frac{4}{3} \pi r^3$, 考虑 $m_2 \gg m_1$ 的情形(较稀溶液), 于是:

$$\frac{e_s}{e_{sr}} = 1 - \frac{in}{N} = 1 - \frac{3im_1M_2}{4\pi\rho_wM_1} \cdot \frac{1}{r^3} = 1 - \frac{3im_1M_w}{4\pi\rho_wM_1} \cdot \frac{1}{r^3}$$

令 $C_n = \frac{3im_1M_w}{4\pi\rho_wM_1}$, 易知该项描述了核(可溶性粒子)的特性, 即 C_n 代表了盐

分对平衡水汽压的影响, 显然它随核的尺度增大以及分子量的减小而增加,

并正比于范德霍夫因子。另外, e_{sr} 满足开尔文方程, 所以有:

$$e_s = e_{sr} \left(1 - \frac{C_n}{r^3}\right) = e_{s0}(T) \left(1 + \frac{C_r}{r}\right) \left(1 - \frac{C_n}{r^3}\right) \approx e_{s0}(T) \left(1 + \frac{C_r}{r} - \frac{C_n}{r^3}\right)$$

上述方程称为寇拉方程, 令 $\Delta S = \frac{e_s}{e_{s0}(T)} - 1$ 表示过饱和度, 方程又可写为:

$$\Delta S = \frac{C_r}{r} - \frac{C_n}{r^3}$$

▲ 关于寇拉方程的讨论

① 寇拉方程表明：**曲率的影响是要求增加过饱和度，而盐分则是降低对过饱和度的要求；**

② 令 $\Delta S = 0$ ，得到 $r_0 = \sqrt{\frac{C_n}{C_r}}$ ，当 $r < r_0$ 时， $\Delta S < 0$ ，是未饱和状态，此时是盐分

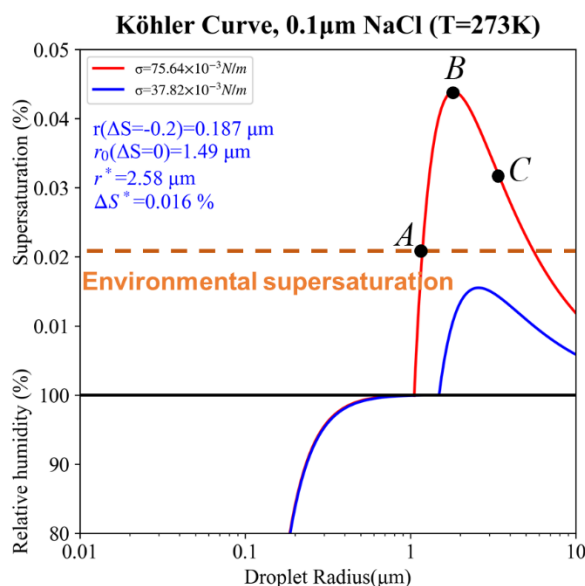
其主要作用，这时处于平衡态的粒子将以浓溶液滴的形式存在，且可以与未饱和空气达到相平衡，形成典型的霾；当 $r > r_0$ 时， $\Delta S > 0$ ，是过饱和状态，曲率效应起主导作用，随着 r 不断增大，溶液也变得越来越稀，最终可以接近纯水滴情况；

③ 根据方程的表达式可知， ΔS 比存在一极大值，称为**临界过饱和度**，记作 ΔS^* ，对应的半径叫做**临界半径**，记作 r^* ，它们的关系式为：

$$r^* = \sqrt{\frac{3C_n}{C_r}} = \sqrt{3}r_0, \Delta S^* = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{C_r^3}{3C_n}}$$

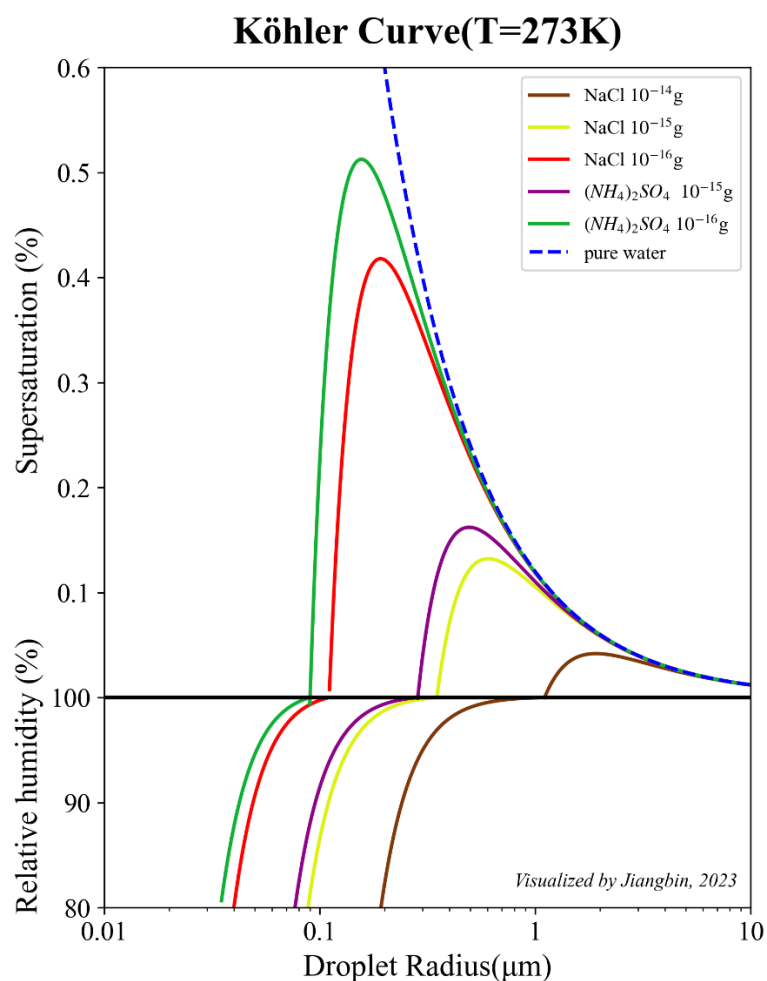
当环境的过饱和度超过 ΔS^* 时，溶液滴将会继续长大，即所谓核的“活化”。如下图，在 NaCl 的一组寇拉曲线中，具有较大质量的盐核形成的溶液滴，临界过饱和度比较小，容易成核。（实际大气中可能达到的过饱和度最多不超过 1%）

▲ 如何理解寇拉曲线中临界过饱和度的含义？



如左图所示，考虑不同表面张力系数下的情况（通常可溶性有机气溶胶会减小溶液滴的表面张力）。虚线为环境的过饱和度，对于 A 点，当液滴想要继续吸湿长大时，需要环境的过饱和度增大，显然这一条件无法满足，而过了 B 点（寇拉峰）以后，如 C 点，液滴继续吸湿增长是往环境过饱和度降低的方向进行，因此是可以实现增长，即形成凝结

核（也就是我们说的“活化”）。同样的，对于有机气溶胶的存在，寇拉峰出现了降低，图中蓝线表明该气溶胶粒子可以一直吸湿增长，最终形成云滴。

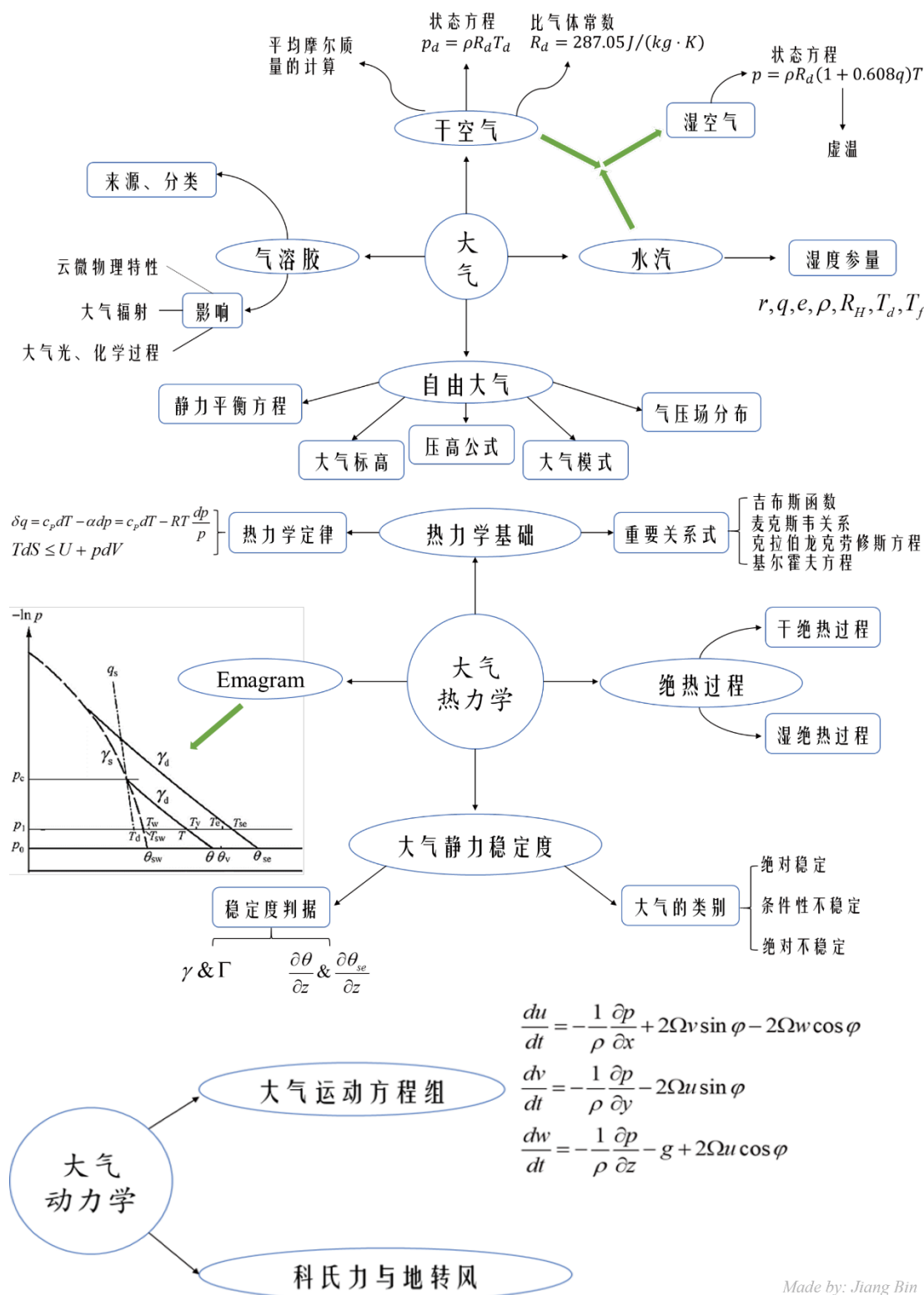


不同温度下水的表面张力

温度℃	表面张力mN/m	温度℃	表面张力mN/m	温度℃	表面张力mN/m
0	75.64	17	73.19	26	71.82
5	74.92	18	73.05	27	71.66
10	74.22	19	72.90	28	71.50
11	74.07	20	72.75	29	71.35
12	73.93	21	72.59	30	71.18
13	73.78	22	72.44	35	70.38
14	73.64	23	72.28	40	69.56
15	73.49	24	72.13	45	68.74
16	73.34	25	71.97		

◇ 学习方法建议

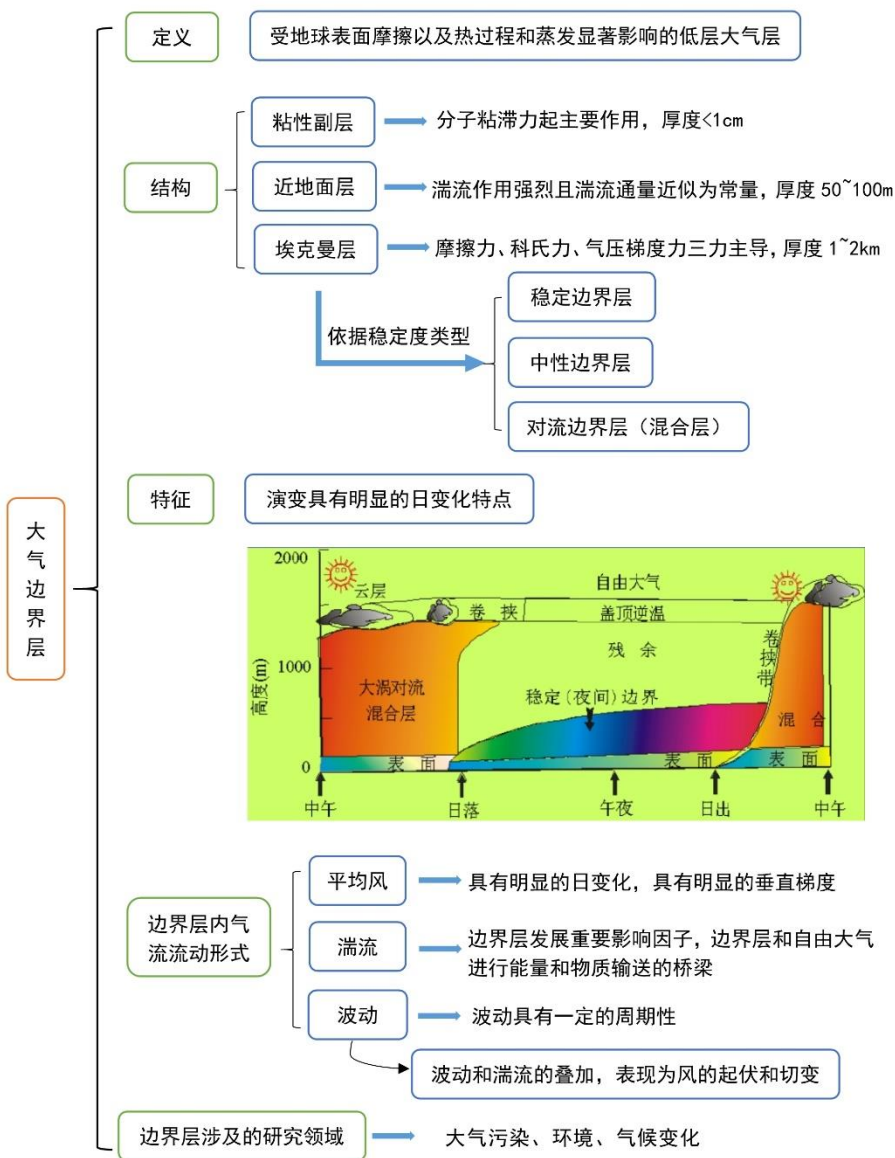
- (1) **建立思维导图**: 通过每一章的学习, 建立本章的一个知识体系结构, 也可以锻炼自己的思维方式。(以下为思维导图案例, 每个人都有自己的风格)



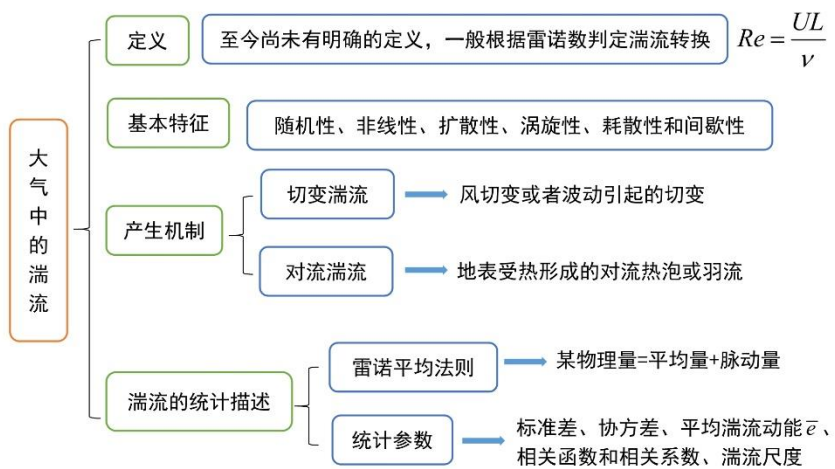
Made by: Jiang Bin

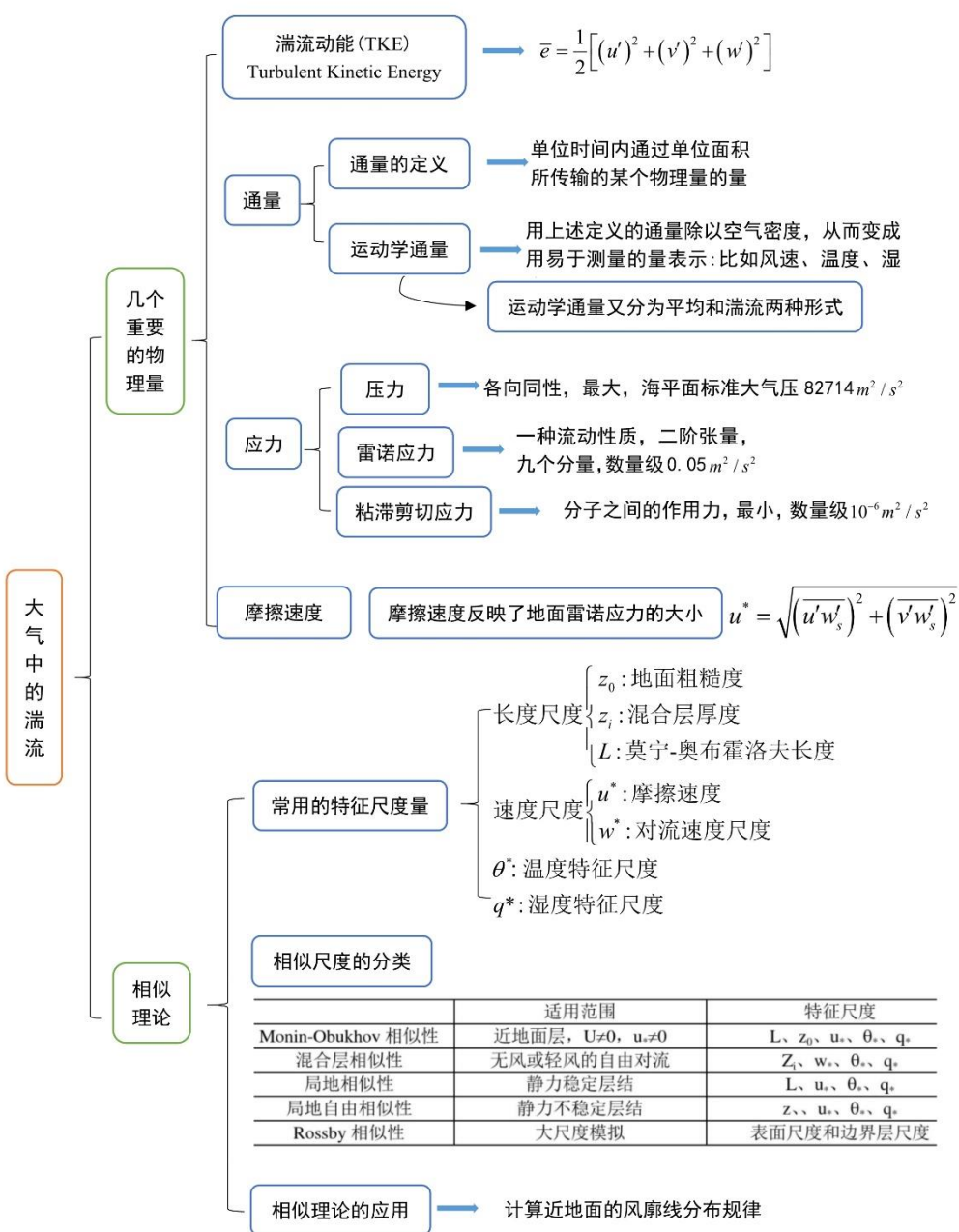
The Mind Map of Turbulence and Atmospheric Boundary Layer

Made by JiangBin



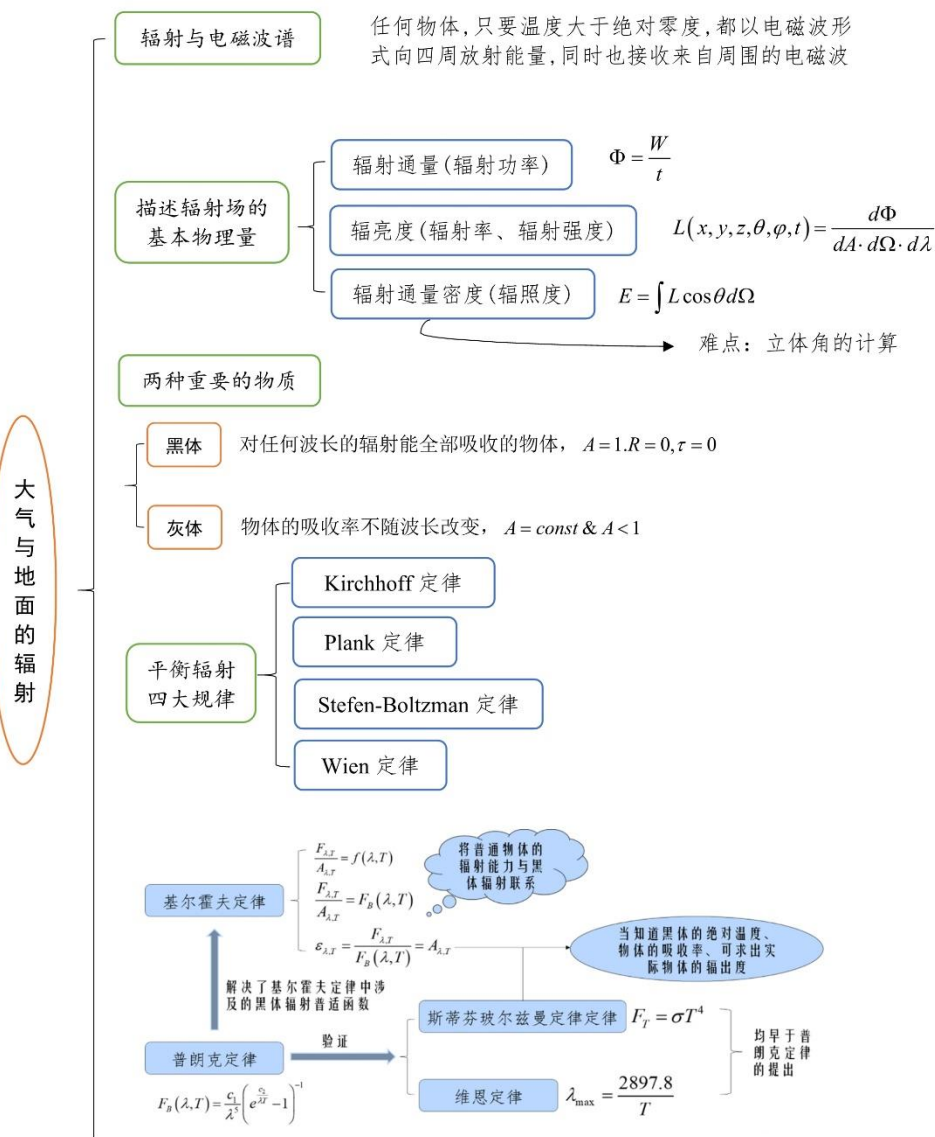
大气边界层	边界层和自由大气的简单比较		
	性质	边界层	自由大气层
	湍流	几乎整个高度都是无间断的湍流	水平范围很大的浅层有零星晴空湍流
	摩擦	对地面曳力大，能量耗散大	粘滞耗散小
	扩散	在水平和垂直方向湍流迅速混合	分子扩散少，往往由平均分在水平方向迅速输送
	风速	近地层接近对数风速廓线，是次地转的。	接近地转风
	垂直输送	受湍流控制	受平均风和积云尺度控制
	厚度	时空变化在100—3km	空间变化小，8-18km；时间变化缓慢

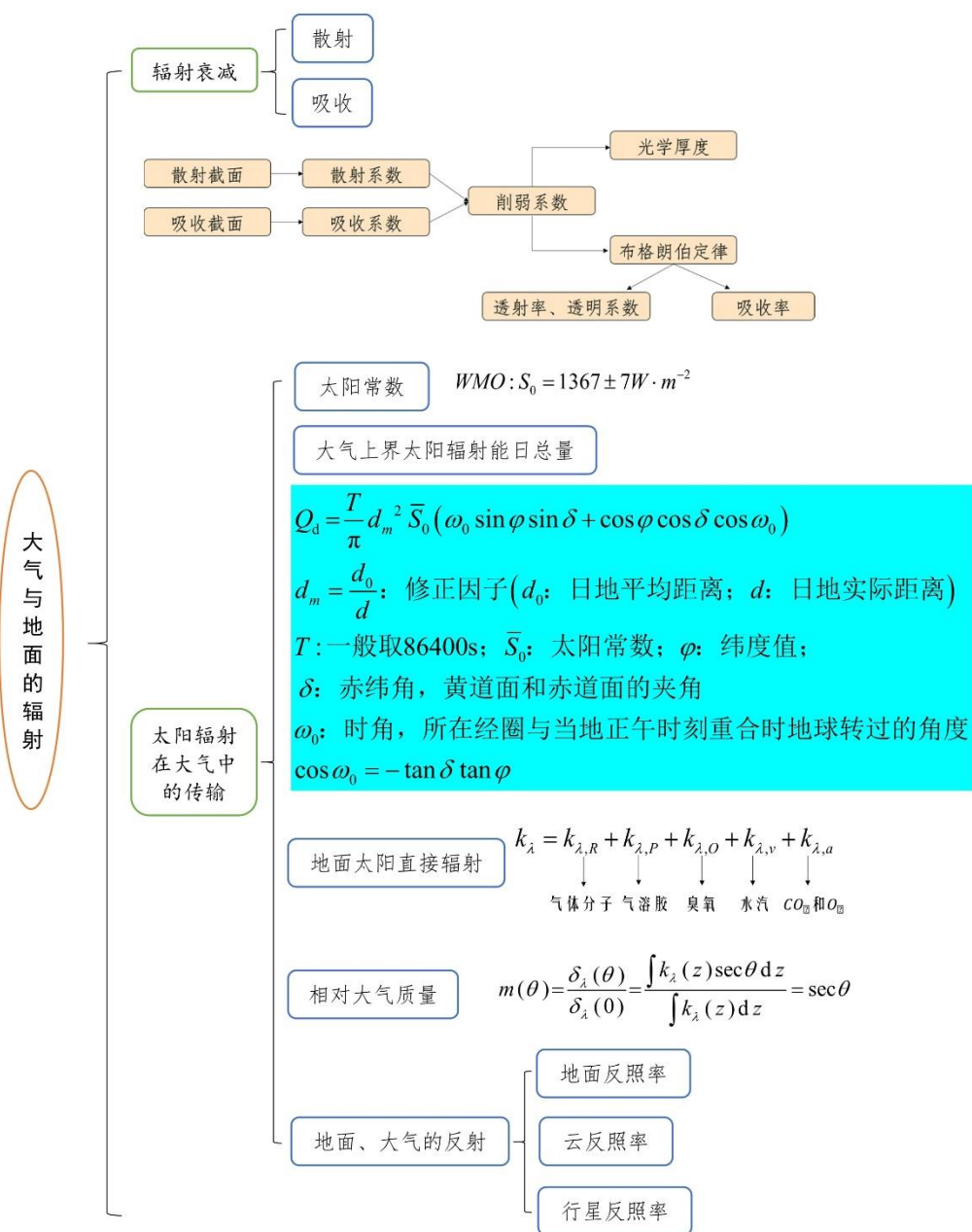


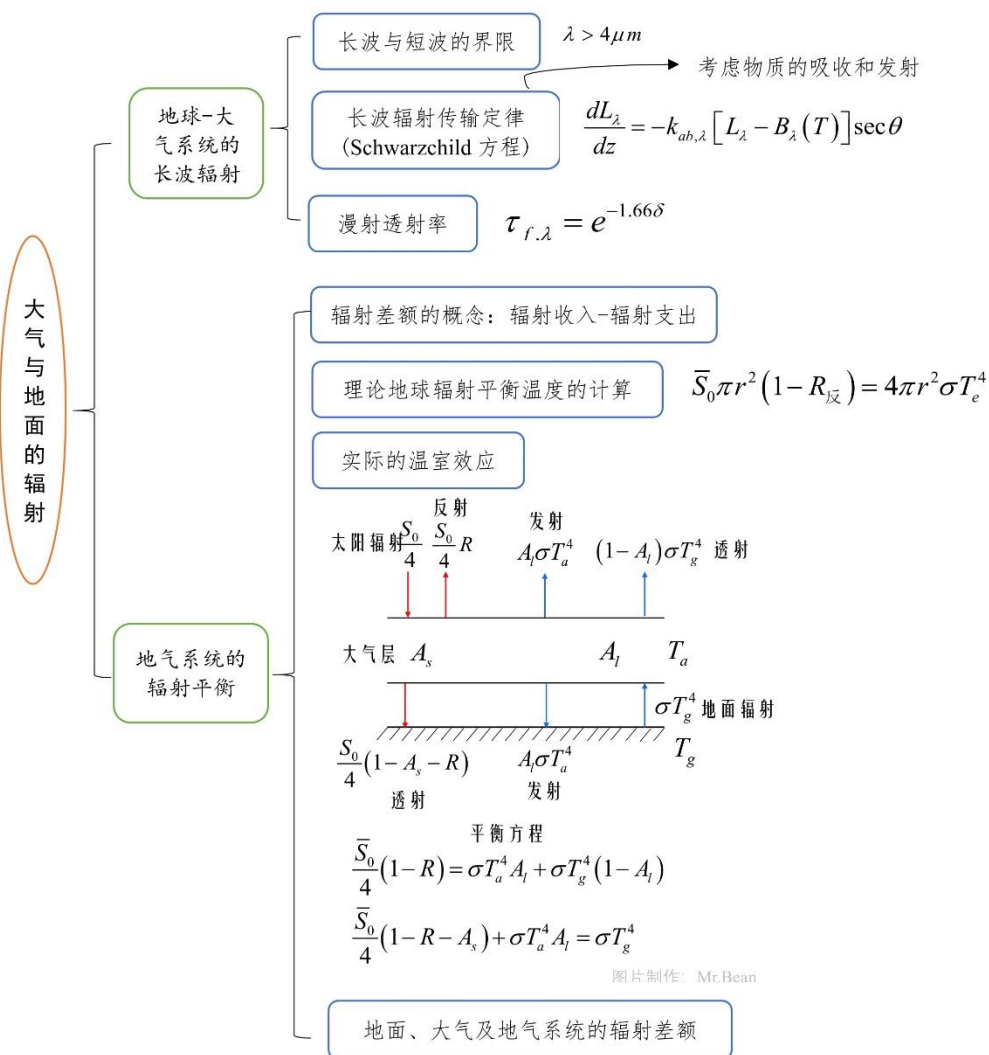


The Mind Map of Radiation processes on the ground and in the atmosphere

Made by: Jiang Bin







(2) 把每一章重要的概念性的知识整理出来。概念是基础，十分重要！